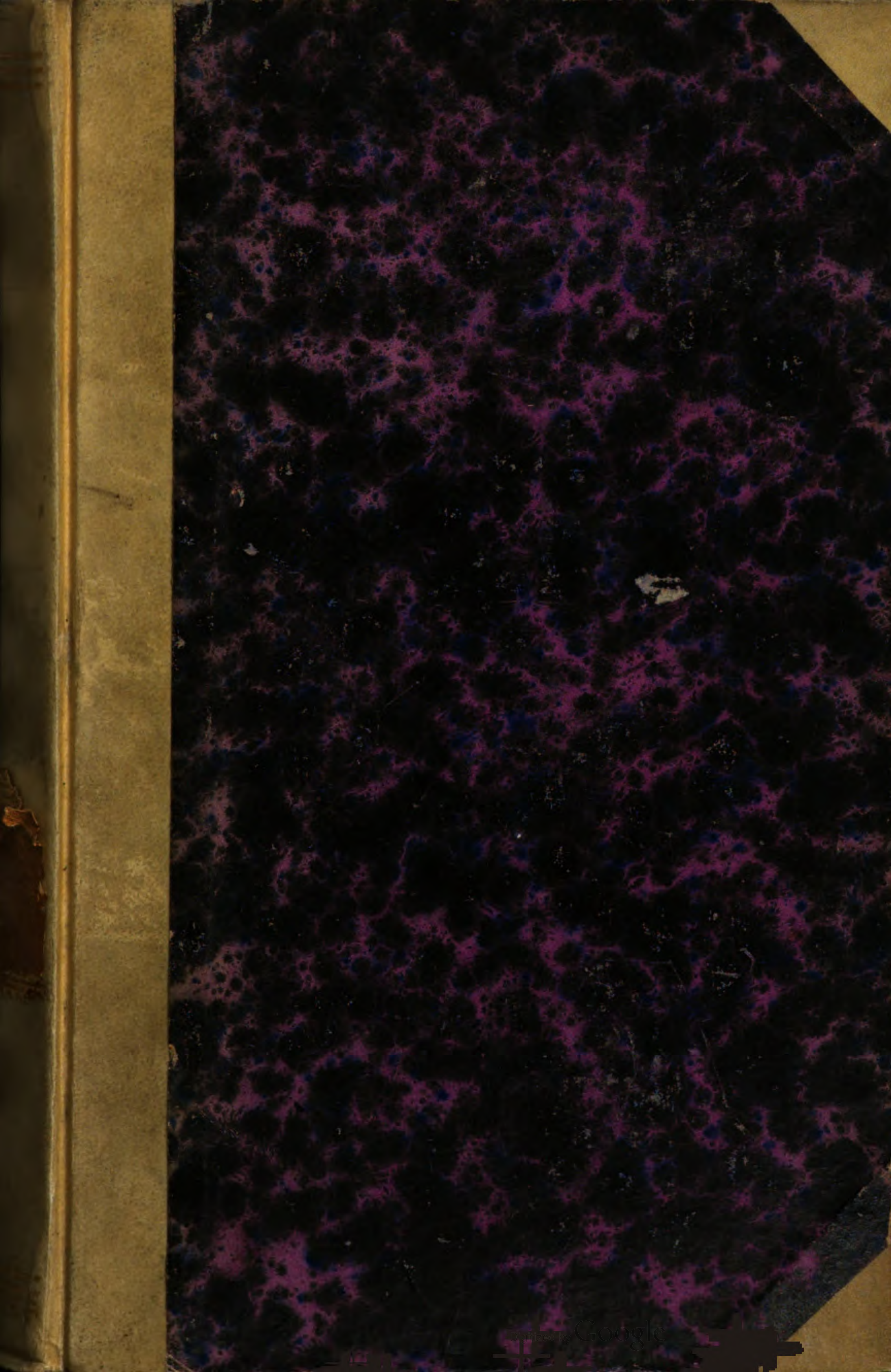


ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CLVII.



ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

SIEBENTER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1876.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTSIEBENUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTDREIUNDDREISSIGSTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1876.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

Inhalt

des Bandes CLVII der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

Seite

(*Geschlossen am* 24. *Januar* 1876.)

Zweites Stück.

(*Geschlossen am* 24. *Februar* 1876.)

Drittes Stück.

Viertes Stück.

(*Geschlossen am* 9. *April* 1876.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

1876. ANNALEN № 1.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVII.

I. *Ueber die specifische Wärme der Gase; von Eilhard Wiedemann.*

Seit den Arbeiten von Hrn. Regnault über die specifische Wärme der Gase ist, soweit mir bekannt, dieser Gegenstand nicht von Neuem experimentell behandelt worden. In der That schienen nach den Versuchen des Hrn. Regnault zu derartigen Messungen so grofse Hülfsmittel nöthig zu seyn, wie sie dem Physiker unter gewöhnlichen Umständen nicht zu Gebote stehen.

Ich habe mich bemüht, Methoden aufzufinden, die bei Erzielung einer gleichen Genauigkeit es doch gestatten, mit beschränkteren Mitteln die für die weitere Entwickelung der mechanischen Wärmetheorie und Molecularchemie so wichtigen Bestimmungen auszuführen.

In der vorliegenden ersten Abhandlung soll zunächst die zu den Bestimmungen angewandte Methode beschrieben werden, ferner soll an Messungen für die Luft gezeigt werden, dafs sie dieselben Resultate wie die von Hrn. Regnault angewandte ergiebt, sowie, dafs die mit ihr erzielte Genauigkeit nicht der von Hrn. Regnault erreichten nachsteht; und endlich soll für einige Gase die Abhängigkeit der specifischen Wärme von der Temperatur untersucht werden[1]).

1) Auf eine Kritik der vor Hrn. Regnault angewandten Methoden einzugehen, dürfte kaum nöthig seyn, da dieselben von ihm selbst in der ausführlichsten Weise besprochen und ihre Fehlerquellen discutirt worden sind. Vergl. die classische Arbeit von Hrn. Regnault: Rélation des expériences pour déterminer les lois et les données physiques nécessaires au calcul des Machines à feu par M. V. Regnault. Tome second. Paris 1862.

Bei den definitiven Messungen wandte Hr. Regnault einen Apparat an, der im Wesentlichen aus drei Theilen bestand: dem Aufbewahrungsgefäss für die Gase (Gasometer), dem Erwärmungsapparat und dem Calorimeter.

Als Gasometer benutzte Hr. Regnault einen grofsen, etwa 30 Liter fassenden Cylinder aus 5 Mm. starkem Kupferblech, in welchem die Gase durch eine Druckpumpe comprimirt wurden. Die hierbei verwendeten Drucke betrugen bis zu 9000 Mm. Quecksilber von 0° C. Oft wurden Drucke von 3000 Mm. und 4000 Mm. Quecksilber angewandt. Hierdurch konnten die Gase in genügender Menge und mit der erforderlichen Geschwindigkeit durch den Erwärmungsapparat und das Calorimeter hindurchgetrieben werden. Aus dem Drucke vor und nach dem Versuch liefs sich, da das Volumen des Kupfergefässes bekannt war, die Menge der ausgetretenen Gase berechnen.

Der Theil des Apparates, der zur Erwärmung der Gase diente, bestand aus einem Oelbade, in dem sich eine Spirale von Messing resp. Platinrohr befand, die 8^{mm} weit und 10 Meter lang war, und die von dem Gase durchströmt wurde. Das Calorimeter endlich bestand aus einer ähnlichen, eigenthümlich gestalteten, aus dünnen Blechkästchen bestehenden Spirale, die von Wasser umgeben war.

Die Bestimmung der specifischen Wärme erfolgte in der Weise, dafs eine bestimmte Menge Gas aus dem Gasometer in dem Erwärmungsgefäfse auf eine bestimmte Temperatur erhitzt wurde und dann die hierbei aufgenommene Wärmemenge an das Wasser des Calorimeters abgab. Aus der Temperaturerhöhung des letzteren liefs sich die specifische Wärme des untersuchten Gases durch eine später noch zu erörternde Berechnung leicht ermitteln.

Um richtige Werthe für die specifische Wärme zu erhalten, war es vor Allem nöthig, dafs das Gas vollkommen die Temperatur des Erwärmungsgefäfses annahm und seine Wärme im Calorimeter vollkommen wieder abgab. Dazu mufste die Spirale, durch die das Gas strömte, diesem

eine bedeutende Oberfläche darbieten, also eine beträchtliche Länge besitzen. Es war dies um so mehr nöthig, als die Gase mit einer sehr grofsen Geschwindigkeit (bis zu 24 Liter in der Minute) den Apparat durchströmten. Die Länge der Spirale bedingte aber umgekehrt wieder eine bedeutende Gröfse des Gefäfses, in dem sie vom Wasser umspült wurde.

Die in letzterem enthaltene Wassermasse betrug bei den meisten Versuchen von Hrn. Regnault etwa 660 Grm. eingerechnet den Wasserwerth der Spirale, des äufseren Gefäfses und des Rührers. Damit die Flüssigkeitsmenge eine genügende Temperaturerhöhung zeigte, bedurfte es einer sehr grofsen Menge des erhitzten Gases.

Es war demnach die Hauptaufgabe, das Calorimeter zu verkleinern, und doch die Wärmeabgabe des Gases nicht zu beeinträchtigen, d. h. es galt, dem erhitzten Gase auf möglichst kleinem Raume eine möglichst grofse Oberfläche darzubieten.

Es wurde dazu ein zuerst von Ericson bei der Construction seiner Luftmaschine benutztes Verfahren eingeschlagen. Es beruhte dies darauf, das Gas über erhitzte Kupferdrahtnetze hinzuleiten, die demselben eine grofse Oberfläche zur Wärmeaufnahme resp. Abgabe darboten.

Beschreibung des Apparates (Tafel I).

Das Erwärmungsgefäfs bestand aus einem kupfernen, hartgelötheten Kasten M, von 20 Ctm. Höhe, 18 Ctm. Breite, 21 Ctm. Länge, der an der einen Seite einen trichterförmigen Ansatz P hatte. Darin lag ein dünnwandiger, kupferner Cylinder G, der einen Durchmesser von 4 Ctm. und eine Länge von 11 Ctm. hatte, und der mit feinen Kupferdrehspähnen dicht gestopft war. Das Gas trat durch das Rohr $m\,n$ ein, durch das Rohr $o\,p$ aus. Bis zu dem Punkt s bestand das letztere aus Kupfer, der kleine aus dem kupfernen Kasten an der Spitze des trichterförmigen Ansatzes hervorragende Theil $s\,p$ desselben aus Neusilber; er hatte eine Länge von 17^{mm}. Es hatte sich nämlich

gezeigt, dafs durch ein kupfernes Ansatzrohr zuviel Wärme aus dem Erwärmungsapparat nach dem Calorimeter übergeleitet wurde. Dadurch erhielt die später noch zu erörternde Correctionsconstante *k* einen zu erheblichen Werth. In dem Deckel des kupfernen Kastens war das Thermometer befestigt, das zur Bestimmung der Temperatur des in dem Kasten befindlichen Wassers oder Paraffins diente. Der Siedepunkt des Thermometers war direct ermittelt worden. Ueber die Bestimmung der höheren Temperaturen siehe weiter unten. Die Flüssigkeit in dem Kasten wurde durch einen Rührer in fortwährender Bewegung erhalten. Derselbe bestand aus zwei horizontalen starken durchbrochenen Kupferplatten, an die ein Bügel *V* hart angelöthet war, und die einen Zwischenraum zwischen sich liefsen, der etwas breiter als der kupferne Cylinder war.

Die Bewegung dieses Rührers wurde durch das Gehwerk einer Thurmuhr vermittelt, an dessen Hauptaxe ein Excenter befestigt war. Eine über Rollen gehende Schnur hob den Rührer etwa 20 Mal in der Minute, der dann durch sein eigenes Gewicht wieder sank. Zwei Tüllen an der Austrittsstelle des Rührers am Deckel bewirkten, dafs die von demselben mit in die Höhe gerissene Flüssigkeit stets wieder in den Kasten zurückflofs. Die Temperatur in dem Wasser, resp. Paraffinbade liefs sich durch Regulirung des unter demselben befindlichen Gasbrenners bei der grofsen Flüssigkeitsmasse recht constant erhalten; sie schwankte höchstens um 1 bis $\frac{1}{2}^0$ während des Versuches.

Das Calorimeter *k* bestand aus einem äufseren cylindrischen, silbernen Gefäfs von etwa 14,5 löthigem Silber, seine Höhe betrug $5\frac{1}{2}$ Ctm., seine Weite 42^{mm} und die Wandstärke $0{,}35^{mm}$. In dasselbe war die Vorrichtung eingelöthet, die zur Aufnahme der Wärme aus dem erhitzten Gase dienen sollte. Sie setzte sich aus drei verticalen, silbernen Röhren zusammen, die durch horizontale Röhrchen verbunden sind. Das Gas tritt durch das, in die Wand des Cylinders $8{,}5^{mm}$ über dem Boden eingelöthete, horizontale Rohr β (seine Weite betrug 8^{mm}) in das erste

verticale Rohr ein; ging von dem oberen Ende desselben durch ein enges Röhrchen in das zweite verticale Rohr über, von dem es unten in das dritte Rohr übergeführt wurde, das es oben durch das engere $2\frac{1}{2}^{mm}$ weite Rohr *q* wieder verliefs.

Bei der Untersuchung von giftigen oder übelriechenden Gasen war das Rohr *q* mit einem Kautschukschlauch verbunden, der sie nach dem Kamin fortführte.

Die einzelnen Röhren hatten eine Weite von 9^{mm} und eine Höhe von 41^{mm}. Sie waren alle dicht mit silbernen Drehspähnen gestopft. Auf das äufsere Gefäfs setzte sich ein Deckel auf, der dreimal durchbrochen war. Durch eine Oeffnung trat das Rohr *q* aus, in der zweiten war das Thermometer befestigt, durch die dritte endlich ging der Stiel des Rührers, der zum Mischen der Flüssigkeit im Calorimeter diente. Die Thermometerkugel befand sich zwischen dem ersten und dritten Rohr, der Rührer zwischen dem zweiten und dritten.

Die Nebenfigur stellt einen Querschnitt des Calorimeters in der Höhe des zuführenden Rohres dar. β ist das zuführende Rohr, *a*, *b* und *c* sind resp. das erste, zweite und dritte silberne Rohr, *t* ist das Thermometer, *r* der Rührer.

Zwischen den Rand des Deckels und das Gefäfs wurde eine Spur Fett gebracht; sonst zieht sich das beim Rühren in die Höhe gehobene Wasser zwischen beiden hindurch und erzeugt, indem es an dem Silbergefäfs verdunstet, Kälte.

Calorimeter und Erwärmungsapparat wurden auf dieselbe Weise, wie es Hr. Regnault gethan, mit einander durch einen Kork verbunden. Derselbe setzt sich luftdicht in das Rohr β ein, in der Mitte hat er eine Durchbohrung, mit der er über den neusilbernen Ansatz des Erwärmungsgefäfses geschoben wird.

Um die Temperatur der Umgebung des Calorimeters während des Versuches constant zu erhalten, wurde es im Innern eines Gefäfses *X* von Messingblech mit doppelten

Wänden aufgestellt. Dasselbe hatte eine cylindrische Gestalt und besafs eine Höhe von $17\frac{1}{2}$ Ctm., einen Durchmesser von $14\frac{1}{2}$ Ctm. Nach vorn war ein trichterförmiges Stück α ausgespart, so dafs eine Oeffnung von 1,3 Ctm. frei blieb. Durch dieselbe ging der Ansatz β am Calorimeter, ohne die Wand desselben zu berühren, hindurch. Am unteren Theile des Gefäfses auf der dem Erwärmungsapparat zugekehrten Seite und auf der von ihm abgewandten Seite oben waren zwei Tüllen befestigt, durch deren erstere aus einem höher stehenden Gefäfs Wasser von der Temperatur der Umgebung eintrat, während es aus dem oberen dasselbe verliefs.

Um aber auch dieses doppelwandige Gefäfs nicht allzusehr vom Erwärmungsapparat aus bestrahlen zu lassen, wurde zwischen beide ein mit Stanniol beklebter Holzschirm z gestellt, der in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung hatte. Das Calorimeter stand in der Mitte dieses doppelwandigen Gefäfses auf einem vielfach durchbohrten Korb k_1. Auf das doppelwandige Gefäfs wurde ein horizontales, mit Stanniol bekleidetes Brett gelegt, welches ein zweites ebenso bekleidetes verticales Brett trug. Am letzteren war an einem horizontalen Arme eine Rolle angebracht, über welche eine an den Stab des Rührers befestigte dünne Seidenschnur geleitet war; mittelst derselben wurde der Rührer im Calorimeter etwa 40 bis 50 Mal in der Minute gehoben und gesenkt, um dadurch der Flüssigkeit in demselben eine gleichmäfsige Temperatur zu geben. Das Thermometer wurde durch eine Gaslampe von hinten beleuchtet, deren Wärmestrahlen durch vier hinter einander aufgestellte Glasplatten abgehalten wurden. Unmittelbar hinter dem Thermometer zur Abhaltung fremden Lichts war noch eine Glasplatte aufgestellt, die so mit Stanniol beklebt war, dafs nur ein der Breite des Thermometers entsprechender Raum frei blieb. Das Thermometer war in zehntel Grade getheilt; bei der Ablesung derselben mittelst eines Fernrohrs konnten bequem hundertel Grade geschätzt werden. Die Theilung des Thermometers war

mittelst eines Kathetometers verglichen und für dasselbe eine Correctionstabelle entworfen worden; aufserdem hatte eine Vergleichung zwischen 0° und 40° mit einem Normalthermometer der hiesigen meteorologischen Hauptstation stattgefunden.

Zur Aufbewahrung und Fortführung der Gase und zur Messung des Volumens derselben konnte die von Hrn. Regnault vorgeschlagene Vorrichtung wegen ihrer Gröfse und der grofsen anzuwendenden Drucke nicht benutzt werden. Dagegen liefs sich die von Delaroche und Bérard angewandte Methode in der Weise modificiren, dafs sich mit derselben auch genaue Resultate erhalten liefsen.

Delaroche und Bérard trieben bekanntlich die Gase bei ihren Versuchen aus feuchten thierischen Blasen aus, die in einem Glasballon hingen, der mit einem zweiten Ballon communicirte, in den Wasser mit constanter Geschwindigkeit einströmte. Aus der Menge des hinzugetretenen Wassers bestimmt sich dann die Menge des ausgetretenen Gases. Die thierische Blase wurde durch Kautschuk ersetzt, in dem sich die Gase trocken bewahren lassen.

Der von mir benutzte Apparat hatte somit die folgende Einrichtung:

Ein grofser Glasballon *C* war durch einen grofsen Kautschukstöpsel luftdicht verschlossen. In diesem waren zwei Glasröhren eingesetzt, eine engere Röhre *g* und eine weitere ψ. An der letzteren war unten ein Ballon *Q* von dickem schwarzen Kautschuk, der etwa 20 Liter Gas fafste, luftdicht befestigt. Er war durch einen doppelt durchbrochenen Kautschukstöpsel verschlossen. Durch die eine Oeffnung desselben war ein Glasrohr *i* gesteckt, durch welches das Gas nach dem Erwärmungsapparate strömte; durch die andere dagegen führte ein Glasrohr zu dem Manometer *k*. Es bestand dies aus einem Standgefäfs *r*, in das luftdicht die Steinröhre *k* eingesetzt war. Durch einen Hahn *h* konnte die Communication zwischen dem

Ballon *Q* und dem Manometer hergestellt oder unterbrochen werden. An beiden Röhren *g* und *i* waren sehr weite Hähne *T* und *U* mittelst Kautschukschläuchen angesetzt. Von dem Hahn *T* führte ein weiterer Kautschukschlauch zu dem Rohre *f*, welches in dem Stöpsel des zweiten Ballons *B* eingesetzt war. Durch diesen gehen noch zwei Röhren hindurch, von denen die eine zu einem Manometer *e* führt, die andere weitere aber, die bis zum Boden des Ballons reicht, mit einem Hahn *S* versehen ist. Nach Belieben kann dieser Hahn durch einen Kautschukschlauch mit dem aus dem Ballon *A* herunterkommenden Bleirohr *b* verbunden werden. In dem Ballon *A* befindet sich Wasser, das durch das Bleirohr *b* nach unten geleitet wird und zum Austreiben des Gases dient. Der Ballon *A* selbst wird durch die Wasserleitung mit Wasser gefüllt.

Die Verbindungsröhren zwischen *B* und *C* sind so weit, dafs auch während des Ausströmens des Gases aus *Q*, der Druck in beiden Gefäfsen fast vollkommen gleich bleibt.

Die Manometer *e* und *k* enthalten Wasser, und die Drucke in *Q* und *B* werden an ihnen abgelesen. Da sie mit Wasser und nicht mit Quecksilber gefüllt sind, so können die kleinsten Druckschwankungen auch schon ohne Kathetometer mit Sicherheit erkannt werden. Auch ist nicht zu fürchten, dafs das Gas im Ballon *Q* wesentlich feucht wird, da die Communication zwischen *Q* und *r* durch ein ziemlich etwa 40 Ctm. langes, mehrfach gebogenes Glasrohr vermittelt wird; aufserdem der Versuch immer nur sehr kurze Zeit gedauert hat.

Der Ballen *B* steht auf einer Brückenwaage *W*, die das Gewicht desselben mit Sicherheit bis zu 5 Grm. zu bestimmen gestattet.

Um die Temperatur des aus dem Ballon *Q* austretenden Gases zu messen, wurde dasselbe durch eine Vorrichtung *F* geleitet, die aus zwei so mit einander verbundenen Röhren bestand, dafs das Gas zuerst die innere

durchfliefst und dort an ein Thermometer seine Wärme abgiebt, um dann als schützender, die Wärmestrahlung hindernder Mantel das äussere zu durchströmen. Zum Schutz vor Luftströmungen stand das Gefäfs *F* selbst in einem hölzernen Kasten. Um ferner die Stärke des Gasstromes zu verfolgen, wurde noch eine mit Schwefelsäure resp. mit Quecksilber gefüllte Flasche, und um etwa aus dieser mechanisch mitgerissene Schwefelsäure aufzufangen, ein mit Glasperlen gefüllter Glasthurm zwischen dem Gefäfs *F* und dem Erwärmungsgefäfs angebracht.

Ehe zu den Messungen mit dem eben beschriebenen Apparate geschritten werden konnte, mufste vor allen geprüft werden, ob das aus dem Erwärmungsapparat tretende Gas in der That die Temperatur der in demselben befindlichen Flüssigkeit besitzt. Dazu wurde an dem Neusilberfortsatz eine ebensolche Vorrichtung angebracht, wie sie zur Bestimmung der Temperatur des Gases nach dem Verlassen des Kautschukballons diente. Wurden etwa 10 Liter in der Minute durch den bei den Versuchen benutzten Apparat hindurchgetrieben, so zeigte das Thermometer fast genau 100°.

Die Bestimmung der hindurchgegangenen Gasmenge wurde bei diesen Versuchen mittelst einer Gasuhr bewerkstelligt.

Hr. Regnault hat einen andern Weg zur Prüfung der vollkommenen Erwärmung des Gases eingeschlagen. Er brachte in dem letzten Theile der Spirale im Erwärmungsapparat ein Thermometer an. Es hat dieses Verfahren den Nachtheil, dafs das Thermometer eine sehr starke Bestrahlung von den Wänden erleidet, die dasselbe nahe auf ihre Temperatur erhitzen. Das jedenfalls nur wenig kühlere Gas wird deshalb auch nur sehr kleine Veränderungen in der Temperatur des Thermometers bedingen.

Um zu prüfen, ob auch die Wärmeabgabe in dem Calorimeter eine vollkommene sey, wurden vergleichende Versuche mit einem Calorimeter angestellt, bei dem statt

der drei mit Silber angefüllten Röhren nur zwei solcher mit Kupfer angefüllte benutzt wurden; die sich für die specifische Wärme ergebenden Zahlen waren innerhalb der Fehlergrenzen gleich. Es liefs sich aber auch nachweisen, dafs die Wärmeabgabe schon in der ersten Röhre fast vollkommen stattfand. Dazu wurde nur eine von den erwähnten zwei Röhren mit Kupferdrehspähnen gefüllt, und in die zweite ein mit Kupferdrehspähnen umgebenes Thermometer gesetzt. Das letztere zeigte eine Temperatur an, die kaum von der in der umgebenden Flüssigkeit abwich. Bei der Anwendung von drei Röhren konnte man also einer vollkommenen Wärmeabgabe versichert sein.

Selbst wenn übrigens das Gas nicht genau mit der Temperatur, die das Thermometer im Erwärmungsapparate und im Calorimeter anzeigt, in das letztere eintritt und dasselbe verläfst, so ist der Einflufs auf das Resultat nur ein sehr geringer, da die gesammte Abkühlung des Gases durch die Differenz dieser beiden Temperaturen gegeben ist, und diese Differenz im Minimum 75° C. beträgt.

Beobachtungsmethode.

Bei den Messungen wurde folgendes Verfahren eingeschlagen.

Zunächst wurde aus dem Gasometer oder einem Entwicklungsgefäfs der vorher vollkommen entleerte Kautschukballon *Q* mit den zu untersuchenden gereinigten und getrockneten Gasen gefüllt. Dazu wurde die Verbindung der beiden Ballons *B* und *C* gelöst, sowie die Hähne *T* und *U* geöffnet. Um den Gasen eine ganz bestimmte Temperatur zu geben, durchströmten sie schon vor ihrem Eintritt in *Q* einen mit Kupferdrehspähnen gefüllten Cylinder, der mit Wasser von der Temperatur der Luft im Zimmer umgeben war. Das in dem Gefäfse *F* befindliche Thermometer *x*, an dem sie alsdann vorbeigingen, nahm die Temperatur des in dem Ballon *Q* eintretenden Gases an. Das Gas verweilte zwischen dem Einleiten und dem Versuche selbst höchstens eine halbe Stunde im

Ballon. In dieser kurzen Zeit änderte sich die Temperatur der Umgebung, und also auch die des Gases nur wenig; das Thermometer *F* gab also, wenn das Gas zum zweiten Mal beim Austreten an ihm vorüberströmte, sehr nahe die wahre Temperatur des Gases im Ballon an.

Wenn nach Beendigung des Versuchs mit einem Gas ein zweites zur Untersuchung gelangen sollte, so wurde zunächst der Ballon *Q* nur zur Hälfte gefüllt und dann ausgepreſst, um möglichst alle fremden Gase aus den Zuleitungsröhren zu entfernen. Erst nachdem dies geschehen, wurde zur definitiven Füllung des Ballons geschritten.

Das Einleiten des Gases wurde so lange fortgesetzt, bis der Ballon *Q* straff gespannt war. Es üben dann die Ballonwände in Folge ihres Gewichts einen Druck von 1 Ctm. Wasser auf das im Innern des Ballon befindliche Gas aus, der sich am Manometer *K* beobachten lieſs.

Nachdem der Hahn *U* geschlossen war, wurde zunächst durch denselben Schlauch, der den Ballon *Q* mit dem Entwicklungsgefäſs verband, die Verbindung mit dem Calorimeter hergestellt. Hierauf wurde die Verbindung zwischen *B* und *C* hergestellt und der Quetschhahn *E* entfernt. Ferner wurde das Bleirohr *b* mit dem Rohr *c* in dem Ballon *B* verbunden, und der Quetschhahn *D* entfernt und so lange Wasser aus dem Gefäſs *A* in das Gefäſs *B* hineingelassen, bis die beiden Manometer *k* und *e* den Druck anzeigten, unter dem das Gas ausströmen sollte.

Nach Schlieſsung des Hahnes *S*, Wiederanbringung der Quetschhähne *D* und *E*, Lösung der Verbindung zwischen *A* und *B*, und *B* und *C* wurde der Ballon auf der Brückenwaage *W* gewogen.

Es wurden dann von Neuem die Verbindungen zwischen *A*, *B* und *C* hergestellt, die Quetschhähne *D* und *E* entfernt und der Hahn *T* geöffnet. Dagegen blieben die Hähne *S* und *U* vorläufig geschlossen.

Nachdem das Calorimeter an seine Stelle gebracht war, wurde seine Temperatur abgelesen und zu gleicher Zeit eine mit einer Arretirung versehene Secundenuhr ausge-

löst. Das Fernrohr, durch das die Temperatur im Calorimeter abgelesen wurde, war so aufgestellt, daſs während man durch dasselbe sah, man die beiden groſsen Hähne *U* und *S* mit den Händen öffnen konnte.

Von Minute zu Minute wurde der Stand des Thermometers im Calorimeter abgelesen. Fünf bis zehn Minuten nach Beginn des Versuches wurden mit der Minute zu gleicher Zeit die beiden Hähne *U* und *S* geöffnet, und dadurch das zu untersuchende Gas durch Erwärmungsgefäſs und Calorimeter getrieben. Durch passende Regulirung der Stellung des Hahnes *S* lieſs sich mit Leichtigkeit eine constante Stellung des Manometers *k* und *e* erreichen. Es stand dann das Gas in *Q* während des ganzen Versuches unter ein und demselben Druck, und durchströmte deshalb mit constanter Geschwindigkeit das Calorimeter. Während das Gas durch das Calorimeter floſs, wurde, um den gleichförmigen und regelmäſsigen Verlauf des Versuches verfolgen zu können, von Minute zu Minute die Temperatur des Calorimeters abgelesen. Sobald die Temperaturerhöhung eine bestimmte Gröſse erreicht hatte (sie betrug zwischen 5° und 12°), so wurde durch plötzliches Schlieſsen der Hähne *U* und *S* zu gleicher Zeit der Gasstrom und Wasserzufluſs unterbrochen, und die Uhr abgelesen. Dann wurde zunächst von 10 zu 10 Secunden, später von Minute zu Minute, während 5 bis 10 Minuten die Temperatur beobachtet. Eine regelmäſsige Temperaturerhöhung mit der Zeit stellte sich meist schon mit der zehnten, resp. zwanzigsten Secunde nach der Schlieſsung der Hähne ein; eine nur so kurze Zeit brauchten die erhitzten Silberspähne, um sich mit dem Wasser des Calorimeters ins Temperaturgleichgewicht zu setzen. Diese Zeit war natürlich um so gröſser, je höher die Temperatur der eintretenden Gase war, da dann auch die zunächst der Eintrittsöffnung liegenden Silberspähne eine gröſsere Temperaturerhöhung erlitten.

Unmittelbar vor und nach dem Versuche wurde auch die Temperatur des Erwärmungsgefäſses abgelesen. Die

zwischen beiden in der Mitte liegende Temperatur wurde als die während des Versuches vorhandene angenommen.

Während des ganzen Versuches strömte durch das doppelwandige Gefäfs Wasser von der Temperatur der Luft im Zimmer. Seine Temperatur wurde vor dem Eintritt in *X* und nach dem Verlassen von *X* abgelesen. In Folge der trotz des Holzschirmes vorhandenen Bestrahlung erleidet dasselbe eine kleine Temperaturerhöhung; während dem es sich in *X* befindet, wurde die mittlere der beiden beobachteten Temperaturen bei den Correctionsberechnungen verwendet.

Nach Entfernung der Verbindungen zwischen *A*, *B* und *C* wurde wiederum das Gewicht des Ballons *B* bestimmt; es hatte dasselbe seit Beginn des Versuches um die Menge des eingetretenen Wassers zugenommen. Da aber während des Versuchs Temperatur und Druck in den beiden Ballons *B* und *C* constant geblieben waren, so entsprach das durch das Gewicht bestimmte Volumen des eingetretenen Wassers genau dem des aus dem Kautschukballon ausgetretenen Gases; dabei ist es gleichgültig, ob während des Versuches eine Diffusion durch den Kautschukballon stattgefunden hat oder nicht; dadurch hätte nur das Gas in letzterem verunreinigt werden können. Es ergab aber eine directe Prüfung der Gase im Kautschukballon bei Anwendung von Kohlensäure und Ammoniak, dass sie nur Spuren von Luft erhielten. Eine Reduction des Volumen des Wassers, das nicht die Temperatur von 4° C. besafs, auf diese Temperatur erwies sich ihrer Kleinheit wegen als unnöthig.

Zur Berechnung des Gewichtes des ausgetretenen Gases war es noch nöthig, den Druck und die Temperatur desselben zu kennen. Letztere ergab sich, wie bereits früher angeführt, aus der Ablesung des Thermometers in *F*. Ersterer setzt sich aus zwei Theilen zusammen; einmal aus dem augenblicklichen atmosphärischen Druck, und dann aus dem durch das Manometer *k* angezeigten Druck. Der auf 0° C. reducirte augenblickliche Barometerstand sey *B*, der Druck, den das mit Wasser oder einer andern

Flüssigkeit gefüllte Manometer k zeigt, sey auf Quecksilber reducirt p. Die Temperatur des Gases sey x, so ist, wenn v das beobachtete Volumen des Gases ist, das auf 760 Mm. Barometerstand und 0° reducirte Volumen

$$v_0 = \frac{p + B}{760} \cdot \frac{273.2}{273.2 + x} v.$$

Bezeichnet ferner σ das specifische Gewicht des Gases in Bezug auf Luft, so ist, da das specifische Gewicht der Luft bei 0° und 760 Mm. in Bezug auf Wasser $\frac{1}{773,3}$ ist, das Gewicht des Volumen v des Gases

$$G = \frac{v_0\ \sigma.\ 1}{773,3} = \frac{p + B}{760} \cdot \frac{273,3\ .\ \sigma}{(273,3 + x)} \cdot \frac{v}{773,3}.$$

Ist W endlich das Gewicht des während des Versuchs in den Ballon eingetretenen Wassers in Kilogrammen ausgedrückt, und nehmen wir als Einheit des Volumen das Liter, so ist

$$G = \frac{p + B}{760} \cdot \frac{273.3\ .\ \sigma}{(273,3 + x)} \cdot \frac{W}{773,3}.$$

Zur Berechnung der specifischen Wärme brauchen wir aber aufser dem Gewichte des Gases auch noch das der Flüssigkeit im Calorimeter, sowie den Wasserwerth des letzteren. Das Gewicht der Flüssigkeit wurde vor jedem Versuch durch eine Wägung bestimmt. Es schwankte zwischen 59 und 61 Gr. Den Wasserwerth des Calorimeters bestimmte man durch Rechnung. Das zur Herstellung des Silbergefäfses benutzte Silber hatte eine specifische Wärme von 0,0607. Das Gewicht des Gefäfses betrug 80,122 Grm., es war demnach sein Wasserwerth 5,07. Der Wasserwerth des in das Calorimeter eintauchenden Theils des Thermometers, dessen Dimensionen bestimmt wurden, betrug 0,3944. Der gesammte Wasserwerth des Calorimeters entsprach also 5,4644. Da der Wasserwerth der Thermometers sehr klein ist, so ist ein kleiner Fehler in der Bestimmung dieser Gröfse ohne wesentlichen Einflufs auf das Endresultat.

Die Temperaturerhöhung, die wir an dem Thermometer im Calorimeter beobachten, rührt nicht allein von der

von dem erhitzten Gase abgegebenen Wärmemenge her, und kann nicht unmittelbar zur Bestimmung der specifischen Wärme desselben benutzt werden, sondern wir müssen noch einige Correctionen an derselben anbringen, die daher kommen, dafs durch den neusilbernen Ansatz Wärme aus dem Erwärmungsgefäfs durch Leitung zu dem Calorimeter übergeführt wird, und daher, dafs Wärme durch Strahlung dem Calorimeter zugeführt oder von demselben fortgeführt wird.

Dafs durch die Reibung der Gase an den Silberspähnen im Calorimeter keine merkliche Wärmemenge erzeugt wurde, war folgendermaafsen ermittelt worden. Calorimeter und Erwärmungsgefäfs wurden mit Wasser von der Temperatur der umgebenden Luft gefüllt und dann Luft mit derselben Geschwindigkeit, wie bei den Versuchen selbst, durch den Apparat geleitet. Das Quecksilber des Thermometers im Calorimeter behielt unverändert seine Stellung bei.

Von der Wärmemenge[1]), die dem Calorimeter durch Leitung zugeführt wird, nehmen wir an, dafs sie während des ganzen Versuches für jede Zeiteinheit constant sey, und bezeichnen die Temperaturerhöhung, die sie in der Minute durch Erwärmung des Calorimeters hervorruft, mit k. Um die eingestrahlte, resp. ausgestrahlte, sowie die durch Luftströmungen abgeleitete Wärmemenge zu bestimmen, machen wir die bei den kleinen Temperaturdifferenzen gerechtfertigte Annahme, dafs sie proportional der Temperaturdifferenz zwischen dem Calorimeter und der Umgebung sey. Wir wollen die bei der Temperaturdifferenz von 1° zwischen Umgebung und Calorimeter durch Einstrahlung u. s. w. in der Minute hervorgebrachte Temperaturerhöhung des letzteren mit a bezeichnen.

Zur Bestimmung von a und k dienen die Messungen vor und nach dem Hindurchleiten des Gases. Es sey die mittlere Temperatur des Calorimeters während der ersten Periode T, die während der Schlufsperiode T_1; τ sey die Temperatur der Umgebung. m und m_1 seyen die während

1) cf. Regnault l. c. p. 79 u. ff.

dieser Perioden in jeder Minute eintretenden Temperaturerhöhungen des Calorimeters, dann ist nach der früheren Erörterung:

$$- (T - \tau)\, \alpha + k = m$$
$$- (T_1 - \tau)\, \alpha + k = m_1.$$

Hieraus ergiebt sich

$$\alpha = \frac{m - m_1}{T_1 - T}$$

und

$$k = m + \frac{(T - \tau)\,(m - m_1)}{T_1 - T}.$$

Daſs übrigens die Temperatur der Umgebung d. h. die Gröſse τ, falls sie nur während des ganzen Versuches constant bleibt, nicht bekannt zu seyn braucht, läſst sich leicht nachweisen. Wir nehmen dazu an, daſs die Temperaturerhöhung während des ganzen Versuches, so lange Gas durch das Calorimeter hindurch geht, gleichförmig steigt, was bei einem constanten Gasstrom fast vollkommen der Fall ist, und wollen unter dieser Voraussetzung die an der beobachteten Temperaturerhöhung für jede Minute anzubringende mittlere Correction berechnen. Die Temperatur des Calorimeters in dem Augenblick, in dem das Gas hindurchzugehen beginnt, sey t_1, wenn der Zuleitungshahn geschlossen wird, t_2. Dann ist die mittlere Temperatur während des Versuches $\frac{t_1 + t_2}{2}$.

Die Correction ist dann nach dem früheren:

$$- \alpha \left\{ \frac{t_1 + t_2}{2} - \tau \right\} + k,$$

und wenn wir für α und k ihre Werthe setzen:

$$- \frac{m - m_1}{T_1 - T} \left\{ \frac{t_1 + t_2}{2} - \tau \right\} + m + \frac{(T - \tau)\,(m - m_1)}{T_1 - T} = C$$

$$\frac{m - m_1}{T_1 - T}\, \tau + m - \frac{m - m_1}{T_1 - T}\, \frac{t_1 + t_2}{2}$$
$$+ \frac{T\,(m - m_1)}{T_1 - T} - \tau\, \frac{(m - m_1)}{T_1 - T} = C.$$

Eine Gleichung, in der die beiden mit τ behafteten Glieder sich gegenseitig aufheben. Es ist also die Correction unabhängig von der Temperatur der Umgebung τ.

An den Temperaturen t und t_1 wurden natürlich noch die Correctionen für den aus der Flüssigkeit hervorragenden Quecksilberfaden angebracht.

Für t_1 wurde die Temperatur gewählt, die das Thermometer nach den ersten 10 Secunden nach der Schließsung der Hähne zeigte, da jedenfalls ein Theil der innerhalb dieser kurzen Zeit erfolgten Temperaturerhöhung daher rührt, daſs das Thermometer und Umgebung, sowie die Silberspähne nicht dieselbe Temperatur wie die Flüssigkeit des Calorimeters besitzen. Doch ist es fast ohne Bedeutung für das Resultat, ob diese Temperatur, oder die wirklich im Augenblick des Schlusses der Hähne abgelesene für t_1 gewählt wird.

Wir müssen noch die Abkühlung des Gases bestimmen. Es ist diese, wenn M die constante resp. die mittlere Temperatur des Erwärmungsgefäſses, während des Versuches, bedeutet,

$$\Theta = M - \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Ist aber W das Gewicht des Wassers im Calorimeter vermehrt um den Wasserwerth desselben, G das Gewicht des Gases, ferner ϑ_1 die corrigirte Temperaturerhöhung des Calorimeters, und c die specifische Wärme des untersuchten Gases, so ist

$$W . \vartheta_1 = c\,G\,\Theta$$

also

$$c = \frac{W\vartheta_1}{G\,\Theta}.$$

Multipliciren wir diese specifische Wärme mit der Dichte des betreffenden Gases, bezogen auf Luft, so erhalten wir die specifische Wärme gleicher Volumina der verschiedenen Gase, wenn die der Luft in der Volumeneinheit gleich 0.2389 gesetzt wird, d. h. die sogenannte relative Wärme.

Um den Einfluſs der Temperatur auf die specifischen Wärmen der verschiedenen Gase zu untersuchen, wurden die Gase einmal auf 100°, das andere Mal auf 200° erhitzt,

und die mittlere specifische Wärme zwischen dieser Temperatur t und der Temperatur (τ) 20—25°, die die Flüssigkeit im Calorimeter hatte, bestimmt. Bezeichnen wir die Wärmemenge, welche dem Gase bei der Erwärmung von τ^0 auf t^0 zugeführt werden mufs, mit Q, so läfst sich Q als Function der Temperatur durch

$$Q = a\,(t-\tau) + b\,(t-\tau)^2$$

darstellen, wo a und b Constante sind. Ist aber c_1 die mittlere specifische Wärme zwischen τ^0 und 100°, c_2 die zwischen τ^0 und 200°, so erhalten wir einmal $t = 100$, das andere Mal $= 200$, und da ferner Q gleich der mittleren specifischen Wärme c multiplicirt mit der Temperaturerhöhung ist, so ist

$$Q = c\,(t-\tau)$$

$$c_1\,(100-\tau) = a\,(100-\tau) + b\,(100-\tau)^2$$

$$c_2\,(200-\tau) = a\,(200-\tau) + b\,(200-\tau)^2$$

oder

$$c_1 = a + b\,(100-\tau)$$

$$c_2 = a + b\,(200-\tau),$$

Gleichungen, aus denen sich a und b unmittelbar bestimmen lassen.

Die specifische Wärme ist aber die Aenderung der in der Gewichtseinheit des Körpers enthaltenen Wärmemenge für die Temperatureinheit, d. h.

$$\frac{dQ}{dt}.$$

Für die wahre specifische Wärme bei irgend einer Temperatur t folgt also

$$C = a + 2b\,(t-\tau).$$

Hieraus können wir unmittelbar die relativen Wärmen berechnen.

Die folgenden Tabellen enthalten die für die verschiedenen, untersuchten Gase nach der oben erörterten Methode erhaltenen und berechneten Resultate.

Dabei bezeichnet:

W das Gewicht des Wassers im Calorimeter;

G das Gewicht des in den Ballon eingeströmten Wassers in Kilogrammen, also das Volumen des ausgetretenen Gases in Litern;
B den augenblicklichen Barometerstand;
p den an dem Manometer k abgelesenen Druck;
χ die Temperatur des Gases im Kautschukballon;
n die Dauer des Versuchs in Minuten;
a das in der Minute ausgeschlossene Gasvolumen in Litern;
τ die Temperatur der Umgebung;
T die mittlere Temperatur des Calorimeters in der Anfangsperiode;
m die Temperaturerhöhung des Calorimeters in jeder Minute der Anfangsperiode;
$T_{\prime}$ die mittlere Temperatur des Calorimeters in der Endperiode;
$m_{\prime}$ die Temperaturerhöhung des Calorimeters in jeder Minute der Endperiode;
k u. α die auf Seite 16 erörterten Constanten;
ϑ die beobachtete Temperaturerhöhung des Calorimeters;
$\vartheta_{\prime}$ die corrigirte Temperaturerhöhung des Calorimeters;
t die mittlere Temperatur des Calorimeters;
M die Temperatur des Erwärmungsgefäſses;
Θ die Temperaturerniedrigung des Gases;
c die specifische Wärme des Gases.

Luft.

Die aus einem Gasometer herausgetriebene Luft wurde durch Schwefelsäure in einer Wulff'schen Flasche und in einem Glasthurm, der mit Schwefelsäure benetzte Perlen enthielt, getrocknet. Die folgenden Zahlen sind die bei den definitiven Messungen nach vielen Vorversuchen erhaltenen.

L u f t.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
W	58,8	60,68	59,67	59,96	61	58,41	60,68	60,25	60,33	61,53	60,62	60,04
G	15,56	20,32	17,67	20,13	17,43	17,76	18,22	16,55	16,24	17,66	18	17,45
B	759,9	760	760,3	760,3	758,7	755,26	755,26	755,26	751,62	751,1	745,7	745,7
p	75,08	62	60,80	60,4	56,70	71,40	55,08	84,4	76,30	81,19	76,1	76,1
χ	15,6	16	16,8	17,3	16,4	16,4	16,8	16,8	17,00	17,8	21,5	22,2
n	$3\frac{1}{3}$	5	$4\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	5	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{2}{3}$	$3\frac{2}{3}$	$3\frac{5}{6}$	$3\frac{3}{4}$
a	4,45	4,06	3,93	4,03	3,87	4,44	3,64	4,73	4,42	4,82	4,7	4,65
τ	15,8	16,2	17,2	17,2	16,8	16,8	17	17	16,6	17,5	21,2	22,2
T	14,46	15,22	16,38	16,85	15,61	16,23	16,72	17,08	15,81	16,67	20	19,63
m	0,0604	0,064	0,088	0,06	0,072	0,0675	0,073	0,071	0,083	0,08	0,0857	0,1
$T_{,}$	21,07	23,26	23,71	24,635	22,60	23,51	23,82	23,89	22,53	23,7	26,86	26,65
$m_{,}$	−0,013	−0,03	+0,00	−0,032	0,0025	−0,026	−0,01	−0,006	−0,003	−0,003	−0,02	+0,021
k	0,0486	0,0526	0,0780	0,056	0,058	0,059	0,0702	0,071	0,072	0,0695	0,067	0,0708
α	0,0117	0,0117	0,012	0,0118	0,011	0,013	0,0118	0,0112	0,0128	0,0117	0,0154	0,0112
ϑ	6,48	7,95	7,1	7,8	6,75	7,13	6,93	6,53	6,46	6,86	6,62	6,71
$\vartheta_{,}$	6,39	7,85	6,9	7,74	6,61	7,06	6,78	6,42	6,32	6,72	6,50	6,49
t	17,86	19,42	20,15	20,9	19,22	20,06	20,40	20,63	19,33	20,30	23,6	23,24
M	100°	100°	100°	100°	100°	99,8	99,8	99,8	99,7	99,7	100,9	102
Θ	82,14	80,58	79,85	79,1	80,78	79,74	79,4	79,17	80,37	79,4	77,3	78,76
c	0,2389	0,2393	0,2413	0,2414	0,2376	0,2398	0,2379	0,2385	0,2395	0,2407	0,2374	0,2384

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2389 und als gröfste Abweichung von ihm 0,0025.

Die Versuche 9 und 10 waren vier Wochen später als die Versuche 1 — 8 angestellt, und die Versuche 11 und 12 noch später; während bei ersteren das Erwärmungsgefäfs mit siedendem Wasser gefüllt war, enthielt es bei den letzten zwei Beobachtungen geschmolzenes Paraffin.

Die Zahlen stimmen unter einander fast ebenso gut, wie die von Hrn. Regnault erhaltenen, überein. So finden wir z. B., dafs die definitiven Zahlen auf Seite 101 des im Anfang der Abhandlung erwähnten Werkes zwischen 0,23536 und 0,23890 liegen; während meine Zahlen zwischen 0,2374 und 0,2414 schwanken. Der von mir gefundene Mittelwerth 0,2389 weicht um nicht ein Procent von dem aus den von Hrn. Regnault angestellten Messungen sich ergebenden Mittelwerth 0,23751 ab.

An die Bestimmungen der specifischen Wärme der Luft schlossen sich die zur Graduirung des Thermometers für 150° und 200° angestellten an.

Um die Temperatur, die dem 150ten und 200ten Theilstrich des im Erwärmungsapparat benutzten Thermometers an einem Luftthermometer entspricht, festzustellen, wurde das Paraffinbad so stark erhitzt und so lange die Flamme regulirt, bis die Quecksilbersäule den betreffenden Theilstrich erreicht hatte und auf demselben verweilte. Alsdann wurde gerade so verfahren, wie wenn die specifische Wärme der Luft bestimmt werden sollte und aus der bereits bekannten specifischen Wärme derselben, welche nach den umfassenden Versuchen von Hrn. Regnault unabhängig von der Temperatur ist, und den übrigen Daten des Versuches, die Temperaturerniedrigung der Luft im Calorimeter berechnet.

Wurde diese zu der mittleren Temperatur der Flüssigkeit im Calorimeter während des Versuches, die der Endtemperatur der Luft nach ihrer Abkühlung entspricht, addirt, so erhielt man die Anfangstemperatur der Luft und

damit die dem Stande des Thermometers entsprechende, an einem Luftthermometer gemessene Temperatur.

Die Unterschiede der berechneten Abweichungen unseres Thermometers von einem Luftthermometer untereinander, sind von derselben Ordnung, wie diejenigen bei der Bestimmung der specifischen Wärmen selbst.

Wasserstoff.

Der Wasserstoff wurde in einem Kipp'schen Apparat aus Zink und verdünnter Schwefelsäure dargestellt, sodann durch Kalilauge gereinigt und durch Schwefelsäure in einer Wulff'schen Flasche und einem mit Perlen gefülltem Thurme getrocknet.

Die folgende Tabelle giebt die für den Wasserstoff zwischen 100° und 20° gefundene mittlere specifische Wärme.

Wasserstoff.

	1	2	3	4	5	6
W	60,43	60,15	60,73	60,1	59,9	60,18
G	19,10	16,7	17,95	17,68	18,42	17,77
B	751.09	751,09	755,22	755,1	759,8	759,8
p	26,70	26,52	19,18	25,1	26,36	20,4
χ	17,8	18,2	18,2	18,9	17,8	18,6
n	$2\frac{5}{6}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	4
ι	17,4	17,8	18,00	18,7	17,1	18,2
a	5,77	6,7	5,13	6,43	5,26	4,44
T	16,8	18	18,95	18,22	17,5	16,60
m	0,10	0,10	0,083	0,104	0,057	0,08
$T_{\prime}$	24,00	24,54	25,44	24,89	24,60	24,01
$m_{\prime}$	0,04	0,05	0,02	0,022	— 0.018	— 0,004
k	0,095	0,1084	0,092	0,0982	0,066	0,0617
α	0,0083	0,00764	0,0097	0,0123	0,0197	0,0114
ϑ	6,80	6,005	6,2	6,3	6,7	6,52
ϑ	6,62	5,82	6,02	6,134	6,632	6,36
t	20.4	21,3	22,3	21,63	21,05	20,14
M	99,7	99,7	99,8	99,8	100	100
Θ	79.3	78,4	77,5	78,17	78,95	79,86
c	3,336	3,384	3,333	3,371	3,413	3,406

Als Mittelwerth aus den Versuchen 5 und 6 ergiebt sich 3,410, als gröſste Abweichung 0,004.

Daſs die ersten vier Zahlen kleiner sind als die beiden letzten, erklärt sich aus der bereits von Hrn. Regnault gemachten Beobachtung, daſs, wenn der ganze Apparat mit Wasserstoff statt mit Luft gefüllt ist, wie dies in der That bei den betreffenden vier Versuchen der Fall war, die Constante k einen weit gröſseren Werth besitzt. In dem leicht beweglichen Wasserstoff treten nämlich, wenn derselbe vor und nach dem Versuch sich im ruhenden Zustande befindet, Strömungen auf, die abgesehen von der Leitung durch den Neusilberansatz, Wärme aus dem Erwärmungsapparat in das Calorimeter überführen. Es ist aber nur die übergeleitete Wärme, die, wenn der Apparat von einem Gasstrom durchflossen wird, bei den Correctionen in Betracht kommt, da dann die secundären Strömungen vollkommen zurücktreten.

Dieser zu groſse Werth von k läſst aber die negative Correction an der beobachteten Temperaturerhöhung zu groſs, diese Temperaturerhöhung also selbst zu klein werden: woraus sich unmittelbar die zu kleine specifische Wärme erklärt. Bei den beiden letzten Versuchen wurde der Apparat vor und nach dem Versuch mit Luft gefüllt; k hat dann den richtigen kleineren Werth, und die so gefundene specifische Wärme 3,410 stimmt mit der von Hrn. Regnault gefundenen 3,409 hinlänglich überein, umsomehr, als die Zahlen von Hrn. Regnault (cfr. l. c. p. 121) selbst von 3,401 bis 3,419 schwanken.

Für die auf das Volumen bezogene specifische Wärme ergiebt sich durch Multiplication von 0,0692 mit 3,410 der Werth 0,2358.

Den Wasserstoff für verschiedene Temperaturen auf seine specifische Wärme zu untersuchen, schien ohne Interesse zu seyn, da für ihn bereits Hr. Regnault nachgewiesen hat, daſs sich seine specifische Wärme nicht mit der Temperatur verändert.

Ebensowenig schien eine Untersuchung des Sauerstoffs

und Stickstoffs nöthig zu seyn. Für ersteren hat Hr. Regnault bereits nachgewiesen, dafs seine specifische Wärme im Volumen dieselbe wie die der Luft ist, woraus unmittelbar das gleiche für den Stickstoff folgt.

Da aufserdem die Luft keine Veränderungen ihrer specifischen Wärme mit der Temperatur zeigt, so können auch solche Aenderungen nicht bei ihren Bestandtheilen vorhanden seyn.

Kohlensäure.

Die Kohlensäure wurde wie der Wasserstoff in einem Kipp'schen Apparat aus Marmor und verdünnter Salzsäure entwickelt. Das entweichende Gas ging zuerst durch eine Flasche mit einer Lösung von doppeltkohlensaurem Natron, um etwa mitgerissene Salzsäure aufzunehmen, dann durch eine Flasche mit Schwefelsäure und mit Schwefelsäure befeuchtete Perlen.

Die bei den Versuchen benutzte Kohlensäure enthielt nie mehr als $\frac{1}{2}$—1 Proc. Luft, wenn sie nach ihrem Austritt aus dem Ballon untersucht wurde.

Die folgenden Tabellen enthalten die für die Kohlensäure gefundenen Resultate.

Tabelle I.

Versuche zwischen 100° und 20 bis 25°.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
W	59,84	59,15	60,63	60,63	60,70	60,85	59,32	59,74	60,04
G	15,13	15,12	17,51	14,77	13,72	16,12	16,63	16,10	17,27
B	755,90	755,43	755,60	755,7	755,72	746,9	746,9	745,3	745,36
p	17,7	16,6	17,2	17,4	18,3	20,5	21,2	22,2	20,5
χ	86,10	66,50	75,48	82,82	56,83	77,5	78,74	61,61	69,36
n	$4\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{2}$	4	4	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
a	3,36	3,78	4,04	4,22	3,43	4,03	4,16	3,58	3,84
τ	18,00	16,7	17,0	17,4	17,8	20,45	21,2	21,9	22,8
T	17,1	17,1	16,62	16,3	17,3	20,52	18,42	17,51	21,7
m	0,075	0,07	0,079	0,075	0,073	0,043	0,075	0,011	0,067
$T_{,}$	25,24	25,06	25,80	24,25	24,46	27,95	26,93	26	29,62
$m_{,}$	— 0,023	— 0,03	— 0,04	— 0,024	— 0,013	— 0,06	— 0,023	0,00	— 0,04
k	0,0642	0,076	0,085	0,0616	0,0669	0,044	0,0429	0,0533	0,0521
α	0,0121	0,0127	0,014	0,0125	0,0120	0,0139	0,0115	0,0130	0,0135
ϑ	7,92	7,82	9	7,72	6,97	7,49	8,35	8,10	7,84
$\vartheta_{,}$	7,81	7,74	8,89	7,64	6,86	7,53	8,25	7,86	7,79
t	21,36	21,22	21,40	20,46	21,00	24,37	22,82	21,95	25,8
M	99,8	99,8	99,8	99,8	99,8	98,6	100,25	101,25	97,5
Θ	78,44	78,58	78,4	79,34	78,8	74,23	77,43	7,93	71,7
c	0,2084$_5$	0,2081	0,2101	0,2095	0,2113	0,2086	0,2091	0,2061	0,2082

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2088, als gröfste Abweichung 0,0027. Die Versuche 1 — 5 waren etwa einen Monat vor den Versuchen 6—9 angestellt. Bei den ersteren war das Erwärmungsgefäfs mit siedendem Wasser, bei den letzteren mit geschmolzenem Paraffin gefüllt.

Tabelle II.

Versuche zwischen 150° und 25°.

	1	2	3	4	5
W	60,45	60,65	60,37	60,35	60,8
G	16,40	12,43	12,54	12,58	13,5
B	747,6	747,1	747,1	745,2	745,2
p	67,73	64,87	65,7	53,0	57,5
χ	19,6	20,4	20,9	19,4	20,6
n	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{5}$	$3\frac{1}{7}$	$4\frac{1}{6}$	4
a	3,64	3,55	3,58	3,025	3,38
ι	19,6	20,6	21,5	19,3	20,35
T	19,55	20,85	21,82	19,36	19,35
m	0,114	0,11	0,116	0,103	0,1
$T_{,}$	33,20	31,55	32,05	29,9	29,94
$m_{,}$	— 0,046	— 0,0125	— 0,035	— 0,02	— 0,017
k	0,114	0,1113	0,121	0,1036	0,089
α	0,0117	0,0114	0,0148	0,0116	0,0109
ϑ	13,43	10,42	10,08	10,28	10,4
$\vartheta_{,}$	13,3	10,26	9,94	10,12	10,24
t	26,7	26,4	27,10	24,86	24,8
M	151,5	155,1	150,7	151,7	146,0
Θ	124,8	128,7	123,6	126,8	121,15
c	0,2160	0,2170	0,2143	0,2147	0,2138

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2152, als gröfste Abweichung 0,0019.

Tabelle III.

Versuche zwischen 200° und 25°.

	1	2	3	4	5	6
W	60,4	60,52	60,7	60.3	60,7	59,75
G	8,36	9,11	10,01	8,40	10,05	10,12
B	745,2	744,63	744,65	744,65	749,0	749.00
p	46,1	47,3	61,2	65,3	62,83	61,2
χ	21,8	22.8	23,4	23,1	20,00	20,1
n	3	$3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{6}$
a	2,786	2,88	3,16	3,36	3,35	3,20
τ	22	23.25	23,7	23,8	20,2	20,7
T	21,72	21,67	18,60	21.8	19,1	19,76
m	0,14	0,145	0,20	0,20	0,170	0.151
$T_{,}$	31,99	32.55	31,16	32,45	31,30	31,93
$m_{,}$	0,038	0,039	0.06	0,05	0,04	0,007
k	0,137	0.129	0,1435	0,172	0,158	0,133
α	0,0100	0,097	0,0112	0,0141	0,0107	0,0118
ϑ	9,74	10,24	11,72	9,84	11,53	11,70
ϑ'	9,485	9,9	11,31	9,53	11,22	11.48
t	27	27,2	25,05	27,3	25,35	26,04
M	202,1	200,45	201,1	202,8	196,35	196,25
Θ	175,1	173,25	176,05	175,5	171	170,20
c	0,2230	0,2182	0,2193	0,2181	0,2188	0,2207

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2197, als gröfste Abweichung 0,0033.

Unter einander stimmen die von mir gefundenen Zahlen ebenso gut wie die von Hrn. Regnault beobachteten. Es schwanken z. B. die von ihm bei den zwischen 210° und 10° angestellten Bestimmungen erhaltenen Werthe zwischen 0,21416 und 0,21844, die für die specifischen Wärmen zwischen 100° und 10° zwischen 0,20086 nnd 0,20308.

Sowohl aus den Bestimmungen von Hrn. Regnault wie aus den meinigen ergiebt sich eine starke Veränderung der specifischen Wärme mit der Temperatur.

Aus den obigen Messungen berechnen sich die wahren specifischen Wärmen für

0°	zu	0,1952
100°	„	0,2169
200°	„	0,2387,

während Hr. Regnault für 0° 0,1870, für 100° 0,2145 für 200° 0,2397 findet.

Die relativen Wärmen ergeben sich, da das specifische Gewicht der Kohlensäure 1,529 ist, für

0° 0,2985, 100° 0,3316, 200° 0,3650.

Kohlenoxyd.

Es wurde dies Gas nach der von Hrn. Fownes angegebenen Methode durch Erwärmen von 1 Theil Blutlaugensalz mit 8 Theilen concentrirter Schwefelsäure gewonnen. Das Erwärmen mufs übrigens sehr vorsichtig geschehen, da im Anfang das Blutlaugensalz sich in eine breiige Masse verwandelt, die leicht ein Uebersteigen des Gemisches hervorrufen kann. Das Gas wurde zunächst durch Kalilauge geleitet und durch Schwefelsäure, wie die früher besprochenen Gase, getrocknet. Es wurde fast vollkommen von einer Lösung von Kupferchlorür in Salzsäure absorbirt. Kohlensäure enthielt es gar nicht. Oxalsäure wurde nicht zur Entwickelung angewandt, da die Reinigung von der sich zu gleicher Zeit bildenden Kohlensäure mit grofsen Schwierigkeiten verknüpft ist. Die Darstellung aus Ameisensäure war bei den immerhin nicht unbedeutenden untersuchten Mengen nicht gut durchführbar.

Die in Tabelle I. und II. auf Seite 29 und 30 angegebenen Bestimmungen ergeben fast genau dieselbe Zahl wie die zwischen 100° und 25°, so dafs wir die specifische Wärme des Kohlenoxydes als unabhängig von der Temperatur betrachten können; auch weichen sie nicht sehr von dem von Hrn. Regnault zwischen 200° und 20° gefundenen Werthe 0,2450 ab. Bestimmungen zwischen 100° und 0° hat derselbe nicht ausgeführt.

Die relative Wärme des Kohlenoxyd ergiebt sich, da das specifische Gewicht desselben 0,967 ist, zu 0,2346; ist also nahe gleich dem der Luft 0,2389.

Tabelle I.

Versuche zwischen 100° und 25°.

	1	2	3	4	5
W	60,36	60,85	61,03	60,65	60,13
G	18,38	16,45	18,31	18,81	18,47
B	745,6	745,6	750,5	750,3	753,3
p	75,5	73,7	77,9	77,1	80,8
χ	22,8	23,1	19,9	20,4	20,2
n	4½	4	4½	4½	4½
a	4,084	4,11	4,07	4,18	4,105
ι	22,6	23	20,05	20,3	19,95
T	21,05	18,55	18,07	18,05	20,48
m	0,0625	0,1104	0,079	0,083	0,073
T_1	27,65	24,93	25,09	25,19	27,68
m_1	— 0,017	0,027	— 0,004	0,0033	— 0,013
k	0,0442	0,050	0,0557	0,057	0,079
α	0,0120	0,0119	0,0117	0,0112	0,0103
ϑ	6,40	5,98	6,73	6,88	7,00
ϑ_1	6,3	5,72	6,57	6,69	6,84
t	24,5	21,8	21,71	21,74	24,20
M	98	97,6	98,6	98	103
Θ	73,5	75,8	76,9	76,26	78,8
c	0,2450	0,2420	0,2432	0,2425	0,2399

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2425, als gröfste Abweichung von diesem 0,0026.

Der sechste Versuch wurde nach den Versuchen zwischen 200° und 25° angestellt.

Tabelle II.

Versuche zwischen 200° und 25°.

	1	2	3	4	5
W	60,95	59,8	60	59,9	60,65
G	11,27	11,7	12,71	11,5	12,61
B	750,15	750,15	750,15	753,3	753,3
p	44,9	58,34	57,52	45,3	65,2
χ	21,6	21,4	21,6	20,4	20,4
n	4	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	4
a	2,82	3,34	3,18	2,55	3,15
ι	22,2	21,7	21,55	20,65	20
T	22,6	17,63	21,54	21,15	21
m	0,2	0,234	0,184	0,18	0,17
$T_{,}$	32,9	28,45	32.90	31,35	32,23
$m_{,}$	0 07	0,05	0,04	0,0571	0,033
k	0,205	0,166	0,184	0,182	0,182
α	0,0126	0,017	0,0127	0,0121	0,0122
ϑ	9,22	9,63	10,48	9,33	10.43
$\vartheta_{,}$	8,70	9,15	10,08	8,83	10,03
t	28	23,38	27,43	26,44	26,8
M	202,75	194,75	199,1	194,9	198.45
Θ	174,75	171,38	171,67	168,46	171,65
c	0,2407	0,2407	0,2442	0,2444	0,2431

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2426, als gröfste Abweichung von diesem 0,0019.

Aethylen.

Das Aethylen wurde nach der von E. Mitscherlich angegebenen Methode dargestellt. Alkoholdämpfe wurden in mäfsig concentrirte Schwefelsäure, die auf 160 bis 170° erhitzt war, geleitet. Das entweichende Gas wurde in Gasometern aufgefangen, nachdem es vorher durch Kühlvorrichtungen zur Condensation des sich immer bildenden Aethers, ferner durch Kalilauge und concentrirte Schwefelsäure gegangen war. An das Wasser der Gasometer gab es dann die letzten Spuren des Aethers ab und konnte, nachdem es vorher durch Schwefelsäure getrocknet war, ohne Gefahr in den Kautschukballon gebracht werden.

Da sich stets aufser dem Aethylen noch Nebenproducte bilden, so kann bei demselben nicht eine ebenso grofse Uebereinstimmung der Resultate wie bei den anderen Gasen erzielt werden.

Tabelle I.

Versuche zwischen 100° und 25°

	1	2	3	4	5	6	7	8
W	60,4	60,51	60,9	60,88	60,7	60,88	60,73	60,29
B	748,7	748,4	748,4	748,4	750,84	750,84	750,84	748,3
G	14,95	15,68	15,4	16,1	15,25	16,13	17,72	15,11
p	80,37	81,2	82,42	74,26	78,33	78,33	79,15	80,8
χ	20,8	21,8	21,8	21,6	21,8	22,2	23,1	22,9
n	3	3	3	$3\frac{1}{4}$	3	$3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{2}$	3
a	5,00	5,22	5,1	4,92	5,08	5,34	5,06	5,03
ι	21,20	21,9	22	21,7	21,9	22,2	22,75	25,00
T	21,12	20,23	19,23	20,25	18,55	18,11	20,05	19,84
m	0,071	0,073	0,094	0,088	0,1	0,137	0,068	0,115
$T_{,}$	29,54	29,14	28,37	29,4	27,15	27,8	30,06	29,19
$m_{,}$	— 0,056	— 0,047	— 0,02	— 0,057	— 0,017	— 0,033	— 0,06	— 0,036
k	0,070	0,050	0,059	0,064	0,0554	0,046	0,053	0,0632
α	0,0150	0,0134	0,0124	0,0158	0,0136	0,0141	0,0128	0,0160
ϑ	8,26	8,74	8,98	9,1	8,3	9,37	9,98	9
$\vartheta_{,}$	8,25	8,71	8,88	9,07	8,18	9,27	9,98	8,9
t	25,57	24,93	23,96	25,15	23	23,21	25,30	24,75
M	100,65	100	101	102	97	100,5	100	102,1
Θ	75,1	75,07	77,1	76,85	74	77,29	74,7	77,35
c	0,3803	0,3852	0,3912	0,3867	0,3783	0,3896	0,3950	0,3973

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,3880, als gröfse Abweichung von diesem 0,0093.

Tabelle II.

Versuche zwischen 200° und 27°.

	1	2	3	4	5	6
W	60,81	59,85	60,65	60,43	60,75	60,9
G	7,93	7,15	7,24	5,98	8,06	7,22
B	752,88	752,88	752,88	752,88	748,3	748,3
p	57,52	46,92	46,5	45,7	47,4	48,1
χ	20,4	20,8	21,2	21,6	21,8	22,4
n	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{6}$	2	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{6}$	2
a	3,40	3,30	3,62	3,42	3,72	3,61
t	20,75	20,55	21,35	21,85	22	22,6
T	20,86	19,7	21,05	23,15	21,25	21,36
m	0,184	0,17	0,164	0,17	0,14	0,133
T_1	32,60	30,67	32,10	32,77	32,53	31,96
m_1	0,014	0,0280	0,0166	0,006	— 0,005	— 0,0025
k	0,172	0,159	0,158	0,192	0,130	0,118
α	0,0134	0,0130	0,0133	0,0170	0,0129	0,0128
ϑ	10,83	10,22	10,30	8,75	10,74	10,1
ϑ_1	10,65	10,02	10,13	8,61	10,59	9,98
t	27,08	25,4	26,85	28,35	27,15	26,86
M	197,5	200,2	203,25	204,75	195,4	200
Θ	170,4	174,8	176,4	176,4	168,25	173,14
c	0,4195	0,4267	0,4286	0,4401	0,4251	0,4361

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,4293, als gröfste Abweichung von diesem 0,0108.

Die Reihenfolge der mit dem Aethylen angestellten Versuche war 1, 2, 3, 4, 1a, 2a, 3a, 5, 6, 7, 4a, 5a, 8, 6a.

Das bei diesen Versuchen zwischen 200° und 25° erhaltene Resultat 0,4293 weicht nicht allzu sehr von dem von Hrn. Regnault erhaltenen 0,404 (Mittel aus 4147 und 0,3933) ab. Zwischen 100° und 20° hat derselbe keine Versuche angestellt.

Das Aethylen zeigt uns, wie Kohlensäure und Stickoxydul, eine starke Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur.

Die wahren specifischen Wärmen ergeben sich
für 0° 0,3364, 100° 0,4189, 200° 0,5015.

Durch Multiplication mit dem specifischen Gewicht des Aethylen 0,9672 erhalten wir die relative Wärme für 100° 0,3254, 150° 0,405, 200° 0,4851.

Stickstoffoxydul.

Das Gas wurde durch langsames Erhitzen aus salpetersaurem Ammoniak gewonnen. Das angewandte Salz enthielt weder Chlorammonium noch salpetrigsaures Ammoniak, wie eine Prüfung mit salpetersaurem Silber und Jodkalium ergab. Das Gas wurde durch Kalilauge und Schwefelsäure gewaschen und getrocknet. Die Kalilauge zersetzt übergerissenes salpetersaures Ammoniak und nimmt die Salpetersäure auf, während das freie Ammoniak von der Schwefelsäure absorbirt wird.

Tabelle I.

Versuche zwischen 100° und 25°.

	1	2	3	4	5	6
W	59,9	60,29	60,71	60,85	60,53	60,63
G	14,69	14,42	16,73	12,18	15,49	14,93
B	748,0	748,00	748	753,1	753,9	752,75
p	82,4	81,2	67,00	77,5	78,3	76,7
χ	19,5	20,00	20,20	23	21,8	23
n	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4
a	4,2	4,12	3,72	2,44	3,72	3,73
τ	19,75	20,2	20,5	23,1	22,1	23,1
T	19,7	19,77	20,22	19,2	22,4	22,8
m	0,06	0,057	0,075	0,087	0,057	0,056
$T_{,}$	27,19	27,10	28,35	25,87	30,24	30,21
$m_{,}$	— 0,072	— 0,045	— 0,071	0,01	— 0,042	— 0,066
k	0,059	0,0502	0,070	0,043	0,0608	0,052
α	0,0175	0,0137	0,0179	0,0113	0,0131	0,0164
ϑ	7,53	7,38	8,17	6,32	7,8	7,41
$\vartheta_{,}$	7,56	7,39	8,18	6,08	7,78	7,44
t	23,67	23,62	24,5	22,66	26,5	26,7
M	103,5	102	101,8	102	103,8	103,9
Θ	79,83	73,38	77,3	79,34	77,3	77,2
c	0,2096	0,2138	0,2129	0,2099	0,2144	0,2149

Als Mittelwerth ergiebt sich $c = 0,2126$, als gröfste Abweichung von diesem 0,0030.

Die Beobachtungen 4, 5, 6 wurden nach den in Tab. II. aufgeführten Messungen zwischen 200° und 25° angestellt.

Tabelle II.

Versuche zwischen 200° und 25°.

	1	2	3	4
W	60,38	60,45	60,5	59,92
G	9,01	9,18	9,87	8,54
B	748,61	748,61	753,3	753,3
p	58,34	65,30	58,75	71,4
χ	21,6	22,8	21,8	22,4
n	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{2}{3}$	3	$2\frac{1}{6}$
a	3,28	3,44	3,29	3,94
τ	22,2	23,4	22	22,35
T	19,67	20,85	20	22,25
m	0,225	0,21	0,2	0,173
$T_{\prime}$	31,46	33,03	32,85	34,40
$m_{\prime}$	0,072	0,065	0,036	0,022
k	0,192	0,180	0,1748	0,166
${}_t\alpha$	0,0130	0,0119	0,0128	0,0125
ϑ	10,82	11,12	12,04	10,94
$\vartheta_{\prime}$	10,46	10,7	11,67	10,74
t	25,75	27,24	26,6	28,84
M	201	201,45	210,1	212,1
Θ	175,24	174,21	183,5	183,26
c	0,2248	0,2262	0,2187	0,2267

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,2241, als gröfste Abweichung von diesem 0,0054.

Die zwischen 200° und 25° gefundene specifische Wärme ist nahe dieselbe wie die von Hrn. Regnault gefundene 0,22616. Hr. Regnault hat bei diesem Gase Versuche angestellt, bei denen das Gas auf 165° und 200° erwärmt wurde. Die innerhalb dieser engeren Temperaturgränzen erhaltenen Resultate lassen auch wie die meinigen schon eine Zunahme der specifischen Wärme mit der Temperatur erkennen.

Aus den obigen Messungen berechnen sich die wahren specifischen Wärmen bei

0° 0,1083, 100° 0,2212, 200° 0,2442.

Multipliciren wir diese Gröfsen mit dem specifischen Ge-

wicht 1,52 des Stickoxyduls, so erhalten wir die relative Wärme desselben

für 0° 0,3014, für 100° 0,3362, für 200° 0,3712.

Ammoniak.

Das Ammoniak wurde aus der concentrirtesten im Handel vorkommenden Ammoniakflüssigkeit durch gelindes Erwärmen entwickelt; getrocknet wurde es durch eine lange mit Kalk gefüllte Röhre. Um die Stärke des Gasstromes zu beurtheilen, wurde dasselbe durch eine kleine mit Quecksilber gefüllte Flasche geleitet.

Eine leere in den Gasstrom gebrachte Flasche diente dazu, etwa mitgerissenes Quecksilber aufzunehmen.

Bei dem Ammoniak wurde statt des Wassers im Manometer *k* concentrirte Ammoniakflüssigkeit benutzt, deren specifisches Gewicht natürlich bei der Reduction des betreffenden Druckes auf Quecksilber in Betracht gezogen wurde.

Ein Dreiweghahn gestattete das Gas nach Belieben dem Kautschukballon zuzuführen oder aber dasselbe aus dem Fenster entweichen zu lassen.

Tabelle I.

Versuche zwischen 100° und 25°.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
W	60,38	61,45	60,33	59,77	60,9	60,62	59,42	60,93	60,64	60,00	60,96	60,83
G	16,12	13,97	13,38	15,12	14,78	16,41	16,65	16,75	14,35	14,76	15,72	17,7
B	753,3	752,46	749,62	749,62	749,68	747,4	747,40	746,6	746,6	747,3	747,3	747,3
p	60,0	69,04	70,59	73,04	60,32	61,2	63,24	64,1	71,0	69,0	69,8	71
χ	19,8	16,3	17,2	17,00	17,00	25	25,2	24	24,2	23,3	23,7	24,00
n	4	3	3	$3\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{2}$	4	4	4	4	4	$4\frac{1}{6}$	$4\frac{3}{4}$
a	4,03	4,66	4,46	4,54	4,22	4,10	4,16	4,19	3,59	3,69	3,77	3,73
τ	19,9	16,0	15,9	16,85	16,75	25,15	25,3	23,7	24,2	23,1	23,6	24,1
T	17,90	16,38	15,9	16,4	15,8	22,65	21,68	22,25	22,56	21	20,56	21,11
m	0,08	0,078	0,086	0,101	0,098	0,098	0,137	0,078	0,09	0,1	0,123	0,126
T_t	25,8	23,45	23,03	24,39	23,24	30,50	29,7	30,05	29,60	28,78	28,95	29,85
m_t	— 0,033	— 0,05	0,00	— 0,0075	0,0025	— 0,013	0,002	— 0,025	0,0025	0,0066	0,018	0,0170
k	0,0513	0,0848	0,086	0,095	0,087	0,063	0,0785	0,059	0,071	0,076	0,085	0,089
α	0,0143	0,0180	0,0120	0,0136	0,0130	0,014	0,0175	0,0131	0,0128	0,0125	0,0125	0,0124
ϑ	7,76	6,79	6,83	7,69	7,24	7,44	7,49	7,6	6,68	7,35	7,77	8,37
ϑ_t	7,68	6,76	6,70	7,54	7,06	7,28	7,24	7,5	6,50	7,14	7,49	8,04
t	22,9	20,0	19,6	20,55	19,6	26,82	26	26,4	26,26	25,1	25	25,6
M	99,8	99,7	99,6	99,6	99,6	102	99,5	101,8	100,96	104	103.5	100,6
Θ	77,80	79,5	80	79,05	80	75,2	73,5	75,4	74,7	78,9	78,5	75
c	0,5226	0,5164	0,5246	0,5226	0,5108	0,5173	0,5084	0,5201	0,5246	0,5245	0,5271	0,5240

Als Mittelwerth aus sämmtlichen Zahlen ergiebt sich 0,5202, als gröſste Abweichung von diesem 0,0118.
Bei den Versuchen 1 bis 6 war das Erwärmungsgefäſs mit siedendem Wasser gefüllt.

Tabelle II.
Versuche zwischen 200° und 25°.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
W	60,84	60,71	60,3	60,49	61,04	60,21	60,74	60,96	61,01	60,18	60,91
G	6,2	7,6	9,59	8,2	7,34	9,54	6,81	7,02	8,15	8,3	6,6
B	750,6	750,6	750,6	750,3	750,3	750,3	750,3	745,8	745,8	747,7	747,7
p	45,3	45,3	47,7	37,1	33,0	46,51	45,3	51,4	48,9	45,9	44,0
χ	23	23	23,6	23,8	23,8	24,1	24,4	25,6	26	24,8	25,00
n	2	$2\frac{1}{2}$	3	3	3	3	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2}$
a	3,1	3,04	3,2	2,73	2,44	3,18	3,14	2,81	2,72	2,61	2,604
τ	23,06	23,2	23,9	23,80	23,8	24,15	24,4	26,00	26,6	24,5	25
T	23,25	22,68	19,78	20,76	21,5	20,75	23,07	23,35	22,55	21,14	21,26
m	0,185	0,204	0,23	0,183	0,20	0,22	0,26	0,25	0,30	0,35	0,35
$T_{,}$	30,90	31,85	31,37	30,50	30,24	31,95	32,01	33,15	32,65	32,00	30,44
$m_{,}$	0,058	0,06	0,075	0,06	0,07	0,054	0,13	0,135	0,15	0,16	0,17
k	0,183	0,195	0,175	0,145	0,165	0,169	0,242	0,220	0,242	0,29	0,277
α	0,0162	0,0157	0,0134	0,0126	0,015	0,015	0,0145	0,012	0,0148	0,0174	0,0196
ϑ	6,83	8,42	10,55	8,93	7,99	10,45	7,64	7,95	8,94	9,22	7,13
$\vartheta_{,}$	6,59	8,1	10,10	8,57	7,59	10,05	7,22	7,48	8,27	8,40	6,50
t	27,20	27,4	25,73	25,85	26	26,52	27,6	28,55	27,8	26,6	26,22
M	203,8	203,9	200,8	201	200	200,4	201	202,3	199,9	196,9	192,65
Θ	176,6	176,5	175,07	175,15	174	173,88	173,4	173,75	172,1	170,3	166,43
c	0,5343	0,5349	0,5291	0,5341	0,5392	0,5340	0,5448	0,5493	0,5322	0,5270	0,5323

Als Mittelwerth ergiebt sich 0,5356, als größte Abweichung von diesem 0,0137.

Wie Hr. Regnault bereits vermuthete, ist die von ihm für die specifische Wärme des Ammoniaks zwischen 200° und 20° gefundene Zahl 0,50836 etwas zu klein; nach meinen Versuchen ergiebt sie sich zu 0,5356.

Die wahren specifischen Wärmen ergaben sich für 0° zu 0,5009, für 100° zu 0,5387, für 200° zu 0,5629.

Multipliciren wir diese Zahlen mit der Dichte des Ammoniaks 0,5894, so erhalten wir die relative Wärme für 0° 0,2952, für 100° 0,3134, für 200° 0,3378.

Auch beim Ammoniak zeigt sich eine Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur, wenn auch nicht in dem Maafse, wie bei Stickoxydul, Kohlensäure und Aethylen.

Schlufs.

Eine Vergleichung der oben mitgetheilten Resultate mit den von Hrn. Regnault gefundenen zeigt, dafs die von mir angewandte Methode der des Hrn. Regnault nicht an Genauigkeit nachsteht. Da aber die Wassermenge in meinem Calorimeter nur den zehnten Theil von der in dem von Hrn. Regnault benutzten beträgt, so genügte schon der zehnte Theil des Gases, um ebenso grofse Temperaturerhöhungen wie jener zu erhalten. Durch diese bedeutende Materialersparnifs war es möglich, in verhältnifsmäfsig kurzer Zeit der Untersuchung eine gröfsere Ausdehnung zu geben.

In der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Zahlen noch einmal zusammengestellt. Die erste, zweite und dritte Columne enthalten die wahren specifischen Wärmen der Gase bei 0°, 100° und 200° bezogen auf die Gewichtseinheit, die vierte giebt den Unterschied der wahren specifischen Wärmen bei 0° und 200°, ausgedrückt in Procenten der specifischen Wärme bei 0°. Die fünfte, sechste und siebente Columne enthalten die wahren specifischen Wärmen, bezogen auf die Volumeneinheit, die specifische Wärme der Volumeneinheit Luft gleich 0,2389 gesetzt. Die achte

enthält die specifischen Gewichte der betreffenden Gase, während die neunte das von Hrn. Regnault bestimmte Verhältniſs der Producte aus dem Volumen V und V_1 und dem Druck P und P_1 angiebt, wenn P etwa eine Atmosphäre, P_1 dagegen etwa zwei Atmosphären beträgt. Die Abweichung dieser Zahlen von der Einheit, der sie bei vollkommenen Gasen gleich sind, kann als ein Maaſs für ihre Abweichung vom vollkommenen Gaszustand dienen.

	Specifische Wärmen gleicher Gewichte.				Specifische Wärmen gleicher Volumina.				
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
	0°	100°	200°		0°	100°	200°	Spec.Gew.	$\frac{P}{P_1} \cdot \frac{V}{V_1}$
Luft	0,2389	„	„	0	0,2389	„	„	1	1,00215
Wasserstoff	3,410	„	„	0	0,2359	„	„	0,0692	—
Kohlenstoff	0,2426	„	„	0	0,2346	„	„	0,967	1,00293
Kohlensäure	0,1952	0,2169	0,2387	22,28	0,2985	0,3316	0,3650	1,529	1,00722
Aethylen	0,3364	0,4189	0,5015	49,08	0,3254	0,4052	0,4851	0,9677	—
Stickstoffoxydul	0,1983	0,2212	0,2442	23,15	0,3014	0,3362	0,3712	1,5241	1,00651
Ammoniak	0,5009	0,5317	0,5629	12,38	0,2952	0,3134	0,3318	0,5894	1,01881

Nach dem von Avogadro aufgestellten Gesetz enthalten gleiche Volumina verschiedener Gase gleichviel Molecüle: Es geben also die specifischen Wärmen gleicher Volumina der Gase auch die Molecular-Wärmen derselben.

Die durch die vorliegenden Versuche bestimmte specifische Wärme bei constantem Druck setzt sich aus zwei Theilen zusammen: erstens aus der bei der Ausdehnung der Gase zur Ueberwindung des äufseren Druckes verwandten Arbeitswärme, die sich aus dem Ausdehnungscoëfficienten und dem Wärmeäquivalent zu 0,06902 Wärmeeinheiten bei der Aenderung der Temperatur von 1 Grm. Luft um 1° berechnet; zweitens aus der für die innere Arbeit im Gase verwandten Wärme, welche man auch durch Bestimmung der specifischen Wärme bei constantem Volumen *D* direct messen könnte. Eine Bestimmung der einzelnen die specifische Wärme bei constantem Volumen zusammenstehenden Theile der Molecularbewegungswärme, der Atom- und Atomenwärme nach Hrn. Naumann, sowie der Versuch, einfache Beziehungen zwischen denselben aufzustellen, dürfte insofern noch verfrüht erscheinen, als in Folge der ungleichen Aenderungen der specifischen Wärmen mit der Temperatur, welche sich nicht allein auf die geringen Verschiedenheiten der Ausdehnungswärmen zurückführen lassen, sich für die verschiedenen Temperaturen ganz verschiedene Verhältnisse zwischen denselben ergeben würden.

Die Aenderungen der specifischen Wärmen der Gase mit der Temperatur lassen sich nicht aus der Abweichung derselben von dem permanenten Gaszustande erklären. Bei dem Ammoniak nämlich sind, trotzdem dasselbe weit mehr sich von dem permanenten Gaszustande entfernt, als Stickoxydul und Kohlensäure, wie sich aus dem Verhältnifs der Werthe $\frac{P\ V}{P_1\ V_1}$ ergiebt, doch die Veränderungen mit der Temperatur weit geringer, als bei den ersteren

Dafs die Verschiedenheiten in den Ausdehnungscoëfficienten diese Veränderungen nicht bedingen können, folgt aus der geringen Verschiedenheit dieser für die verschiedenen Gase.

Auch aus etwaigen Aenderungen der specifischen Wärme des einen der das betreffende Gas zusammensetzenden Körper, etwa des Kohlenstoffs oder Stickstoffs, die Ursache der starken Aenderungen der specifischen Wärme abzuleiten, ist nicht wohl möglich. Denn erstens zeigt der Stickstoff selbst, wie die Versuche an der Luft beweisen, keine Aenderungen seiner specifischen Wärme mit der Temperatur; und ferner verändert sich auch nicht die specifische Wärme aller Kohlenstoffverbindungen (so die des Kohlenoxyds) mit der Temperatur. Man müfste bei diesem sonst mit Hrn. Fr. Weber[1]) annehmen, dafs der in ihm enthaltene Kohlenstoff wesentlich andere Eigenschaften als der in der Kohlensäure zeigt. Unmöglich ist es freilich nicht, dafs bei der Kohlensäure auch die Veränderung der specifischen Wärme des Kohlenstoffs mit zu dem Phänomen beiträgt.

Vielleicht läfst sich die Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur dadurch erklären, dafs bei der Erwärmung der betreffenden Gase eine allmähliche Dissociation stattfindet, die eventuell nur in einer Lockerung[2]) des Zusammenhangs der einzelnen Atome besteht, und der ein Wärmeverbrauch entspricht. Dafs bei der Zersetzung des Stickoxyduls sich eine Wärmeentwickelung zeigt, braucht der obigen Erklärung nicht zu widersprechen. Hr. Favre führt nämlich diese Wärmeentwickelung auf eine Verwandlung des im Stickoxydul enthaltenen activen Sauerstoffs in unactiven zurück. Bei den niedrigen, bei unseren Versuchen stattfindenden Temperaturen braucht die Dissociation aber noch nicht bis zur vollkommenen Zersetzung fortgeschritten zu seyn; es kann dann auch diese Umwandlung noch nicht stattgefunden haben.

Einer weiteren theoretischen Behandlung dieses Gegen-

1) Fr. Weber, Pogg. Ann. 1875, Bd. 154, p. 578.
2) Horstmann, Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. II, p. 723.

standes müssen noch ausführlichere experimentelle Untersuchungen vorangehen. Es wird demnach meine erste Aufgabe seyn, die Versuche innerhalb weiterer Temperaturgränzen auszuführen und vor Allem auch die specifischen Wärmen der Dämpfe zu untersuchen. Ich habe bereits hierfür eine längere Reihe von Vorversuchen angestellt und dazu mit geringen Modificationen denselben Apparat benutzt, der schon für die vorliegende Arbeit gedient hat.

Die Mittheilung der hierauf bezüglichen Untersuchungen bleibt einer späteren Abhandlung vorbehalten.

II. *Ueber die akustische Anziehung und Abstofsung;*

von Dr. V. Dvořák,
Privadocenten in Prag.

Was die früheren Versuche von Guyot, Guthrie und Schellbach über diesen Gegenstand betrifft, so hat dieselben Bertin in den *Annales de Chimie et de Physique, T. XXV*, (1872), *p.* 199, übersichtlich zusammengestellt. Da ich die rein theoretischen Abhandlungen von Thomson (*Philos. Magazin T. XLI*) und Challis (ebendaselbst) bis jetzt nicht zu lesen bekam, so ist im Folgenden blofs auf die Untersuchungen von Guyot, Guthrie und Schellbach Rücksicht genommen.

Beobachtungen an transversal-schwingenden Stäben.

Schon Guyot (1834) untersuchte die Einwirkung eines transversal schwingenden Stabes auf ein kleines in der Nähe aufgehängtes Papierquadrat. Der Versuch ist in den *Annales de Chimie et de Physique T. XXV, p.* 200 [1]), auf folgende Art beschrieben:

1) Auch diese Ann. 1834, Bd. 31, S. 640.

„Une verge fixée dans un étau et mise en vibration en appuyant sur son extrémité libre, attire le pendule quand le plan du papier est parallèle au plan des vibration, est le repousse quand il lui est perpendiculaire. On suppose ici le papier parallèle aux faces de la verge; si l'on suspend le pendule perpendiculairement au dessus de la lame vibrante, il ne reste vertical qu'au-dessus d'un certain point de cette lame; à droite et à gauche il s'incline en sens contraire. — Un diapason vibrant attire le pendule par toutes ses faces“. Diese Auseinandersetzung ist aber nur theilweise richtig, denn das Verhalten eines schwingenden Stabes ist bedeutend complicirter, als es Guyot beschreibt. Blofs die zum Schlusse angeführte Beobachtung an der Stimmgabel entspricht der Wirklichkeit. Dafs sich aber die Gabel ganz anders verhält, als der Stab, das rührt nicht etwa von der eigenthümlichen Form der Gabel her.

Bei der Stimmgabel sind nämlich beide Zinken ziemlich nahe aneinander, und sie wirken somit auf das Papierquadrat beide zugleich ein. Nun kann man durch Ueberschieben einer Röhre die eine Stimmgabelzinke leicht unwirksam machen; aber auch in diesem Falle wird das Papierquadrat von der andern Zinke überall angezogen und an keiner Stelle abgestofsen. Es mufs also bei diesen Erscheinungen die Schwingungsdauer eine Rolle spielen. Man wird übrigens aus dem Folgenden ersehen, dafs auch Stäbe mit hinlänglich kleiner Schwingungsdauer ein ähnliches Verhalten zeigen, wie die Stimmgabeln.

Ich verwendete bei meinen Versuchen einen Stab von Ahornholz, dessen freischwingender Theil 405 Mm. lang, 41 Mm. breit und 4 Mm. dick war. Der Stab führte wegen seiner geringen Dicke ziemlich langsame Schwingungen aus. Er wurde immer um etwa 2 Ctm. aus der Gleichgewichtslage gebracht und dann losgelassen. Als Versuchsobject wurde zuerst ein Papierquadrat von 1 Ctm. Seite, das auf einem dünnen Glasfaden aufgehängt war, verwendet (siehe Fig. 1, Taf. II). Der Stab wurde anfangs so gestellt, dafs die breiten Seitenflächen horizontal waren.

Das Papierquadrat war einer der schmalen Seitenflächen parallel und seine Mitte befand sich mit der Mittellinie dieser Seitenfläche in derselben Horizontalebene.

In dieser Horizontalebene wurde nun das Papierquadrat parallel zu sich selbst verschoben, und zwar zuerst in einer Distanz von 3 Mm. vom Stabe *ss' tt'* (Fig. 1, von oben gesehen, $\frac{1}{2}$ nat. Gröfse); die Verschiebung geschah also in der zu *st* parallelen Linie *sa*. In jeder einzelnen Lage des Papierquadrates wurde beobachtet, ob dasselbe vom Stabe angezogen oder abgestofsen wurde.

Dann brachte ich das Papierquadrat in eine andere Distanz (5 Mm.), und führte für diese Distanz eine ähnliche Versuchsreihe durch, wie für die Linie 3*a*. Dasselbe geschah noch für die Distanzen von 10, 20 und 30 Millimeter.

Das Resultat war sehr eigenthümlich. Befand sich nämlich das Papierquadrat mit seiner Mitte in dem von den zwei Curven *ih* und *fg* eingeschlossenen Raume, so wurde es vom Stabe abgestofsen, und zwar am stärksten beiläufig in der Mittellinie *kl* des Raumes *ihfg*. Aufserhalb dieses Raumes wurde aber das Papierquadrat vom Stabe angezogen. Natürlich sind die Curven *ih* und *fg* bei *h* und *f* noch weiter verlängert zu denken.

Was die Vorderfläche *ss'* des Stabes betrifft, so wird ein dieser Vorderfläche paralleles Papierquadrat innerhalb des Raumes *sms'* abgestofsen, aufserhalb aber angezogen.

Es wurde hierauf das Papierquadrat mit seiner Mitte in einer verticalen durch die Linie *kl* gelegten Ebene verschoben, wobei seine Fläche gerade so wie bei den früheren Versuchen stets der schmalen Seitenfläche *st* des Stabes parallel blieb. Das Resultat ist in der Fig. 2, Taf. II (rechte Hälfte, nat. Gröfse) graphisch dargestellt. Innerhalb des von den zwei Curven *no* und *n' o'* (beide Curven sind bei *o* und *o'* verlängert zu denken) eingeschlossenen Raumes wurde das Papierquadrat vom Stabe abgestofsen, aufserhalb desselben aber angezogen. Oberhalb des Stabes,

in dem links vor der Linie *sp* gelegenen Raume, wird das Quadrat immer gegen die Linie *M*, die auf der Stabmitte senkrecht steht, hingezogen.

Aufserdem wurde das Papierquadrat in einer zweiten durch *qr* (Fig. 1, Taf. II) gelegten Verticalebene verschoben. Innerhalb des Raumes *uvwv'u'* (Fig. 2, Taf. II) wurde dasselbe abgestofsen, aufserhalb desselben aber angezogen. Man sieht leicht ein, dafs etwas ähnliches auch bei den übrigen Verticalschnitten eintreten wird, falls dieselben nur eine der Curven *ih* oder *fg* irgendwo treffen.

Als ich nun statt des Papierquadrates eine kleine Hollundermarkkugel (Durchmesser gleich 3 Mm.) an den Glasfaden befestigte, so zeigte diese ein ganz anderes Verhalten. Ich wiederholte also nochmals die zuerst erwähnten Versuchsreihen, wo das Papierquadrat in einer horizontalen durch die Stabmitte gelegten Ebene verschoben wurde, mit der Hollundermarkkugel. Stand nun das Pendel auf irgend einem Punkte der beiden Curven *hi* und *fg* (Fig 1, Taf. II), so erhielt es einen Anstofs gegen das Innere des Raumes *hifg*, dessen Richtung jedesmal zur Seitenfläche *st* des Stabes parallel war. Wurde das Pendel an andere Stellen, die nicht auf den beiden Curven *hi* und *fg* lagen, gebracht, so war die Richtung des Anstofses von Stelle zu Stelle verschieden. Es wurde nun für möglichst viele Stellen die Richtung des Anstofses bestimmt, und daraus die in der Fig. 1, Taf. II dargestellten punktirten Curven construirt. Natürlich ist diese Construction nur eine beiläufige und ungenaue.

Wenn man von der Ansicht ausgeht, dafs die Bewegung des Kügelchens von Luftströmen verursacht wird, so würden diese Curven die Richtung der Luftströme in der Horizontalebene angeben. Aus diesen Curven ergiebt sich auch das Verhalten des Papierquadrates von selbst. Innerhalb des Raumes *hifg* gehen nämlich alle Luftströme vom Stabe hinweg, während sie aufserhalb desselben zum Stabe hingerichtet sind. Man kann sich nun jeden Luftstrom, der schief auf die Fläche des Papierquadrates trifft,

nach zwei Richtungen zerlegt denken, nämlich senkrecht zu dieser Fläche und parallel zu derselben. Blofs die Componente, welche auf der Fläche des Papierquadrates senkrecht steht, kann eine Wirkung haben, die andere bleibt fast ganz wirkungslos. So geht z. B. auf den Curven *hi* und *fg* der Luftstrom zur Fläche des Papierquadrates parallel, und er hat eben darum auch keine Wirkung auf dasselbe.

Um mittelst des Hollundermarkkügelchens die Curven der Luftströmung in dem Verticalschnitt *kl* (Fig. 1, Taf. II) zu finden, mufs der Stab natürlich vertical gestellt werden. Die Bestimmung habe ich jedoch nur flüchtig angeführt, die beiläufigen Stromcurven sind in der Figur 2, Tafel II (linke *obere* Hälfte der Figur) verzeichnet. Die Pfeile geben die Richtung der Luftströme an.

Die Stromcurven für den Verticalschnitt *qr* (Fig. 1, Taf. II) werden nach meiner Vermuthung etwa so aussehen, wie es in der Fig. 2, Taf. II (linke *untere* Hälfte der Figur) angedeutet ist. Was an der Linie *vw* eintritt, wo sich die Luftströme begegnen, weifs ich nicht zu sagen. Das Papierquadrat macht an dieser Stelle gewöhnlich unruhige, unregelmäfsige Bewegungen.

Um das Ganze zu vervollständigen, mufs ich noch bemerken, dafs ein Kügelchen oder ein Papierquadrat, dessen Fläche auf der Längsrichtung des Stabes senkrecht ist, oberhalb des Stabes stets gegen die Linie *lx* (Fig. 1, Taf. II) getrieben wird. Die Wirkung auf das Pendel ist jedoch bedeutend schwächer, wenn sich dieses über der Mittellinie des Stabes befindet, als wenn dasselbe näher an den Rand *st* oder *s't'* des Stabes gestellt ist.

Bringt man eine Kerzenflamme neben den Stab, so legt sich dieselbe immer nach der Richtung der in Fig. 1, gezeichneten Stromcurve. Sie wird also, wenn sie nahe am Punkte *l* ist, vom Stabe abgestofsen, bei *i* aber angezogen. Sie verhält sich demnach ebenso wie das Hollundermarkkügelchen. Bei einer Stimmgabel verhält sich aber nach

Schellbach's Versuchen eine Kerzenflamme gerade umgekehrt, wie ein Pendel.

Bringt man das Ende eines Manometers in die Nähe von *l*, so zeigt es eine kleine Verdichtung an. In der Nähe von *i* giebt sich aber eine kleine Verdünnung zu erkennen. Wollte man die Druckverhältnisse genauer untersuchen, so müfste vor Allem der Stab ununterbrochen mit constanter Excursion schwingen, was hier nicht der Fall ist.

Soll das Manometer empfindlich seyn, so dürfen die beiden Schenkel desselben nicht parallel seyn, sondern sie müssen einen sehr stumpfen Winkel mit einander bilden. Statt Wasser ist es besser Weingeist zu nehmen, weil derselbe viel beweglicher ist, als Wasser.

Wie man sieht, sind die Verhältnisse an einem Stabe ziemlich verwickelt, und ich habe meine darüber angestellten Versuche eben nur deshalb angeführt, um auf die Complicirtheit der ganzen Erscheinung aufmerksam zu machen. Einfacher gestalten sich die Verhältnisse an einer kreisförmigen Scheibe. Ich nahm zu meinen Versuchen eine Pappscheibe (Dicke = 1 Mm., Durchmesser = 60 Mm.), die mittelst eines Stieles auf das Ende des früher erwähnten Stabes aufgesetzt wurde (Fig. 3, Taf. II, $\frac{1}{2}$ nat. Gröfse). Damit die vom Stabe herrührenden Luftströmungen nicht störend einwirken, mufs derselbe am Ende möglichst schmal zugeschnitten werden. Das verwendete Papierpendel *p* war rechteckig, 1 Ctm. breit und blofs $\frac{1}{2}$ Ctm. hoch. Es wurde mit seiner Mitte in einer durch den Mittelpunkt *o* der Scheibe gelegten Verticalebene, die zugleich auf der Längsrichtung des Stabes senkrecht stand, verschoben. Diese Ebene trifft die Scheibe in den Geraden *fd*. Die Fläche des Papierrechteckes war stets senkrecht auf dem Radius der Scheibe. Die Excursion betrug 1 Ctm. Das Resultat, welches für den Schnitt *fd* gefunden wurde, ist der Deutlichkeit wegen in der Ebene des Schnittes *gh*, die in die Ebene der Zeichnung hineinfällt, verzeichnet.

Innerhalb des Raumes *abc* wurde das Pendel von der Scheibe abgestofsen, aufserhalb desselben aber angezogen.

Würde die Scheibe während des Schwingens sich stets parallel bleiben, so wären die Verhältnisse für alle durch den Mittelpunkt *o* der Scheibe gelegten Verticalschnitte dieselben. Nun dreht sich auch die Scheibe etwas bei jeder Schwingung und dieses führt eine Unregelmäfsigkeit herbei. Dieses sieht man am besten, wenn man statt des Papierrechteckes ein Hollundermarkkügelchen nimmt. Dasselbe stellt man gerade vertical über den Rand der Scheibe, weil daselbst eine starke Anziehung gegen das Innere der Scheibe vorhanden ist. Es wird nun blofs für den Schnitt *hg*, der mit der Längsrichtung des Stabes zusammenfällt, das Pendel in der Richtung des Radius gegen das Innere der Scheibe gezogen. Für die andern Schnitte fällt aber die Richtung der Anziehung nicht mit dem Radius zusammen, sondern diese Richtungen laufen beiläufig gegen einen Punkt *r* zusammen, der von dem festen Ende des Stabes weiter absteht, als der Mittelpunkt *o* der Scheibe.

Obwohl es schwer ist, sich die verwickelten Vorgänge an der Scheibe zurechtzulegen, so glaube ich doch, dafs ihr Ursprung etwa folgender ist. Durch die Bewegung der Scheibe wird nicht blofs die Luft vor der Scheibe zusammengedrückt, sondern sie weicht auch nach der Seite aus und erhält somit eine Geschwindigkeit nach seitwärts. Zufolge dieser erlangten seitlichen Geschwindigkeit wird sie von der Scheibe wegströmen. Zur Wiederherstellung des Gleichgewichtes in der Luft mufs aber eben defswegen wieder andere Luft zur Scheibe hinströmen. Nach meiner Ansicht ist die seitwärts ausweichende, von der Scheibe weggetriebene Luft im Raume *abc* (Fig. 3, Taf. II) enthalten. An allen übrigen Stellen strömt Luft zur Scheibe hin; bei *b* müssen sich die beiden entgegengerichteten Luftströme begegnen.

Ein Uebelstand bei den vorhin beschriebenen Versuchen ist: dafs die Excursionen des Stabes ziemlich schnell abnehmen. Glücklicherweise zeigte es sich, dafs bei dem

von mir verwendeten Stabe die Gröfse der Excursion nur einen geringen Einflufs hatte. Als ich jedoch einen anderen Stab von Ahornholz untersuchte, der bei derselben Länge und Breite $1\frac{1}{2}$mal dicker war als der zuerst verwendete, so wurde bei kleineren Excursionen des Stabes ein Pendel an allen Stellen vom Stabe angezogen. Der Stab verhielt sich also ähnlich wie eine Stimmgabel. Erst wenn man unter Anwendung von einiger Gewalt den Stab ziemlich weit aus der Gleichgewichtslage entfernte, so zeigte er dieselben Erscheinungen, wie sie an dem zuerst erwähnten dünneren Stabe beschrieben wurden. Ein Stahlstab, dessen freischwingendes Ende 270 Mm. lang, 20 Mm. breit und 3,5 Mm. dick war, zeigte auch bei den gröfsten Excursionen, die ihm durch Streichen mit einem Bogen verliehen wurden, überall nur Anziehung.

Die Anziehung, welche bei einem hinlänglich rasch freischwingenden Körper auftritt, hat nach meiner Ansicht, die ich im Folgenden näher auseinander setzen will, nicht den Grund in Luftströmungen. Vielmehr glaube ich, dafs sich die Luftströmungen bei rasch schwingendem Körper beinahe ganz in das Schwingungsfeld zurückziehen. Dafs aber im Schwingungsfelde Luftströmuugen vorhanden sind, dafür spricht folgender Versuch. Man stelle eine Stimmgabel so auf, dafs die Zinken in eine horizontale Lage kommen und dafs eine Zinke gerade vertical über der andern steht. Streut man Kieselsäure auf eine horizontalliegende Zinkenfläche, so sammelt sich diese beim Tönen der Stimmgabel sogleich auf der Mittellinie der Zinkenfläche zu einem scharfen Streifen an. Derselbe Versuch gelingt auch mit dem vorerwähnten Stahlstabe. Diese Anhäufung der Kieselsäure könnte eine Folge der in Fig. 1, Taf. II dargestellten nach der Stabmitte gerichteten Luftströmungen seyn. Auch kann man an das Ende eines longitudinal schwingenden Glasstabes eine runde Metall- oder Glasscheibe (Durchmesser = 27 Mm.), deren Fläche senkrecht ist zur Längsrichtung des Stabes, anmachen. Der Stab wird in einer verticalen Lage an zwei Stellen,

die Knotenpunkte sind, befestigt. Das Befestigen an zwei Punkten hat den Zweck, die Querschwingungen des Stabes möglichst zu verhindern. Auf die am Stabe befestigte Scheibe, deren Fläche horizontal liegt, wird Kieselsäure gestreut. Trotzdem die Excursionen des Stabes aufserordentlich klein sind, so sammelt sich die Kieselsäure schon bei ganz schwachem Streichen augenblicklich in der Mitte der Scheibe an. Die Vergleichung mit den Erscheinungen an der in Fig. 3, Taf. II dargestellten Scheibe ist sehr naheliegend.

Es ist jedoch wahrscheinlich, dafs die Luftströmungen auch ein wenig über das Schwingungsfeld hinausreichen. Dafür spricht folgender Umstand: es wird bei dem früher erwähnten Stahlstabe ein Papierquadrat, welches der schmalen Seitenfläche des Stabes parallel ist, nie bis zur Berührung mit dem Stabe angezogen, sondern es bleibt immer etwa auf 1 Mm. von demselben entfernt. Ich glaube, dafs dieses von der seitwärts ausweichenden Luft herrührt, welche das Papierquadrat hindert, bis in unmittelbare Berührung mit dem Stabe zu treten.

Wirkung eines Schirmes in einer Schallwelle.

Vor das Resonanzkästchen einer Stimmgabel [1]) wird in einer Entfernung von 5 bis 6 Ctm. von der Oeffnung des Kästchens ein ebener, verticaler Schirm angebracht, dessen Fläche der Oeffnungsfläche des Kästchens parallel ist. Dieser Schirm ist auf einer Seite mit einer verticalen

1) Sollen die Versuche gut gelingen, so mufs das Resonanzkästchen sehr gut auf die Stimmgabel abgestimmt seyn, was gewöhnlich nicht der Fall ist. Man überzeugt sich durch schwaches Darüberblasen über die Oeffnung des Kästchens, ob sein Ton mit dem der Stimmgabel übereinstimme. Ist die Abstimmung genau, so klingt zwar die Gabel stark, sie schwingt aber sehr bald aus. Verändert man durch theilweises Bedecken der Oeffnung die Stimmung des Kästchens, so tönt die Stimmgabel sehr lange Zeit hindurch. Ich benutzte bei meinen Versuchen stets eine Stimmgabel von 425 ganzen Schwingungen, mit sehr starken Zinken (15 Mm. breit, 8 Mm. dick), die ungemein lange tönte, wenn das Kästchen nicht auf dieselbe abgestimmt war.

Linie begränzt und diese Begränzungslinie steht gerade vor der Mitte der Oeffnung des Kästchens. Es wird somit durch diesen Schirm, den man sich an einer Seite unbegränzt groſs vorstellen kann, die Hälfte der aus dem Resonanzkästchen tretenden Schallwelle abgefaſst. Es zeigt sich nun, daſs von dem Rande des Schirmes ein kleines Pendel angezogen wird, während die Fläche des Schirms selbst bis auf eine ganz kleine Distanz vom Schirmrande nicht die geringste Wirkung zeigte. Ich verwendete als Pendel ein kleines Hollundermarkkügelchen, das an einem feinen Glasfaden aufgehängt war. Als Schirm diente anfangs eine Platte von 2 Mm. Dicke. Die stärkste Anziehung auf das Pendel äuſsert der Rand des Schirmes beiläufig in einer Richtung, die auf der Fortpflanzungsrichtung der aus dem Resonanzkästchen heraustretenden Schallwellen nahezu senkrecht steht. Aber auch in allen übrigen Richtungen äuſsert sich die Anziehung des Schirmrandes auf das Pendel. So wird z. B. das Pendel auch dann zu dem Schirmrande hingezogen, wenn es sich fast unmittelbar *vor* dem Schirme und in einer kleinen seitlichen Entfernung von der Kante desselben befindet. Ja selbst in dem Falle, wenn sich das Pendel *hinter* dem Schirme in einem kleinen seitlichen Abstande von der Kante befindet, wird es gegen die Kante des Schirms gezogen, wenn auch mit geringerer Intensität, wie in dem zuvor betrachteten Falle. Die Distanz, auf welche sich die Anziehung erstreckt, ist aber in jedem Falle sehr klein, nämlich etwa 2 Mm. Die Dicke des Schirms kann auch sehr klein seyn; so äuſsert z. B. der Rand von einem Stück Rauschblech oder die Schneide eines Rasirmessers auch eine Anziehung auf das Pendel. Ja auch ein Glasstab von 4 Mm. Durchmesser, den man vertical vor die Oeffnung des Kästchens stellt, übt eine schwache Anziehung aus, jedoch nur in einigen wenig von einander abweichenden Richtungen, die nahezu auf die Fortpflanzungsrichtung der Schallwellen senkrecht stehen. Doch äuſsert so ein Glasstab noch immer mehr anziehende Kraft, als ein ebener Streifen von geringer Dicke, dessen

Breite den Durchmesser des Glasstabes bei weitem übertrifft. So zeigt eine Messingklinge von 1 Ctm. Breite, deren Fläche senkrecht ist zur Fortflanzung der Schallwellen, fast gar keine Wirkung.

Stellt man den Schirm so, dafs seine Ebene zur Fortpflanzungsrichtung der Schallwellen parallel ist, so zeigt er nicht die geringste Anziehung.

Die Wirkung der Ränder kann man übrigens auch an der Oeffnung des Resonanzkästchens sehen. Ist nämlich das Kügelchen des Pendels in der Ebene dieser Oeffnung, so wird es immer zu demjenigen Oeffnungsrande hingezogen, von welchem es gerade am wenigsten entfernt ist. Bei diesem Versuche mufs man natürlich das Kästchen so stellen, dafs die Ebene der Oeffnung horizontal liegt.

Schellbach bemerkte bekanntlich, dafs ein Papierquadrat von einer Spalte in einem Schirme angezogen wurde. Diese Anziehung rührt jedoch, wie ich mich überzeugt habe, von den *Rändern* der Spalte her, indem ein hinlänglich kleines Pendel immer von derjenigen Kante der Spalte (Schellbach's Spalte war 15 Mm. breit) angezogen wird, zu welcher es näher gestellt ist.

Ich halte es für wahrscheinlich, dafs die akustische Anziehung eines Pendels von einer Tonquelle mit den Erscheinungen an Schirmen irgendwie zusammenhängt. Ein kleines Papierquadrat oder ein Kügelchen in der Nähe eines tönenden Körpers stellen ebenfalls einen kleinen Schirm vor. Danach wäre vielleicht die akustische Anziehung als eine Wirkung der Reflexion des Schalles an den Rändern anzusehen.

Dafs die aukustische Anziehung mit der Reflexion des Schalles zusammenhängt, dafür sprechen auch die Versuche Schellbach's, nach welchen Körper, die dünner sind als Luft, von der Tonquelle abgestofsen, die dichteren hingegen angezogen werden. Dieses könnte damit in Beziehung stehen, dafs an dünneren Medien der Schall ganz anders reflectirt wird, als an dichteren.

Akustische Abstofsung und Anziehung von Resonatoren.

Zu diesen Versuchen nimmt man am besten eine kräftig tönende Kundt'sche Schallröhre ab (Fig. 4, Taf. II), die an der einen Seite (bei *a*) offen ist. Da an dem offenen Ende der Röhre bei *a* stets ein Bauch ist, so tönt die Luftsäule dann am stärksten, wenn an das Ende *c* des tonerregenden Glasstabes gerade ein Knoten fällt.

Es wird nun eine an beiden Enden offene dünnwandige Glasröhre (Durchmesser = 12 Mm., Wanddicke = 0,3 Mm.) auf den Ton der Kundt'schen Röhre abgestimmt. Dieses darf nicht etwa so geschehen, dafs man bei der Kundt'schen Röhre an der Staubfigur eine halbe Wellenlänge abmifst, und die Glasröhre nach diesem Maafse abschneidet; denn dann ist der Ton der Glasröhre zu tief, und zwar defshalb, weil die Luft eine merkliche Strecke über die Enden der Röhre hinausschwingt. Man mufs also durch schwaches Darüberblasen den Ton der Glasröhre mit dem der Kundt'schen Röhre vergleichen.

Die abgestimmte Glasröhre *df* wird auf etwa 2 bis 3 Ctm. Entfernung vor das offene Ende *a* der Kundt'schen Röhre auf zwei Fäden aufgehängt, so dafs die Axen beider Röhren in dieselbe Gerade fallen. Beim Ertönen der Kundt'schen Röhre wird nun das Glasröhrchen sehr heftig abgestofsen. Die Abstofsung zeigt sich jedoch auch dann, wenn ein Oberton des Glasröhrchens mit dem Tone der Kundt'schen Röhre übereinstimmt, also wenn sein Grundton z. B. um eine oder zwei Octaven tiefer ist, als der Ton der Kundt'schen Röhre.

Selbstverständlich gelingen diese Versuche auch mit Glasröhrchen, die an einem Ende geschlossen sind, nur ist die Abstofsung einer an beiden Seiten offenen Röhre viel überraschender, weil man nicht weifs, wo der Angriffspunkt der abstofsenden Kraft zu suchen ist. Man kann den Versuch auch mit dem Resonanzkästchen einer stark tönenden Stimmgabel anstellen. Zu diesem Zwecke wird ein möglichst leichter cylindrischer Resonator aus steifem Papier gemacht, und diesen hängt man nahe vor

die Oeffnung des Resonanzkästchens auf zwei Fäden auf (Fig. 5, Taf. II). Die Abstofsung des Resonators ist sehr merklich [1]).

Die Abstofsung des Röhrchens ist natürlich um so stärker, je genauer der Ton des Röhrchens mit dem der Kundt'schen Röhre übereinstimmt. Es dauert jedoch die Abstofsung auch bei ziemlich starker Verstimmung des Röhrchens fort, und sie geht erst bei einer gewissen Gränze in *Anziehung* über. Ich suchte diese Gränze für ein Glasröhrchen auf, welches auf einer Seite mit einem verschiebbaren Korke geschlossen war. War das Röhrchen genau abgestimmt, so betrug die Länge der Luftsäule 29 Mm., aber erst bei der Länge von 41 bis 45 Mm., wo der Ton des Röhrchens schon um eine Quinte tiefer war, als der Ton der Kundt'schen Röhre, begann die Anziehung.

Mit der *Erhöhung* des Tones darf man nicht mehr so weit gehen, wie mit der Vertiefung desselben. So wurde das Glasröhrchen schon bei einer Verkürzung um 2 Mm., also bei einer Länge von 27 Mm. angezogen. Aufserdem zeigt sich hierbei ein sehr eigenthümlicher Umstand.

1) Während man sonst einen Ton durch Resonanz zu verstärken pflegt, so mufs es anfangs auffallend erscheinen, dafs durch einen in die Nähe der Kästchenöffnung gebrachten Resonator der Ton aufserordentlich geschwächt wird.

Man gebe z. B. eine genau abgestimmte, an beiden Enden offene Röhre nahe vor die Oeffnung des Resonanzkästchens; der Ton wird augenblicklich sehr schwach. Er schwillt jedoch mächtig an, wenn man das von dem Kästchen abgewendete Ende der Röhre mit der Hand verschliefst und so die Resonanz der Röhre vernichtet. Ebenso gut gelingt der Versuch mit einem Helmholtz'schen Resonator, bei welchem man, um denselben zu verstimmen, mit einem vorgehaltenen Stück Pappe die Oeffnung theilweise verschliefst. Am auffallendsten ist die Anschwellung des Tones bei einer auf die Gabel gestimmten Kautschukmembran, welche ganz nahe vor die Kästchenöffnung befestigt wird. Jedesmal wenn man mit einem Stifte die Membran berührt, schwillt der Ton wie mit einem Schlage an. Ueber die Schwächung des Tones durch einen mitschwingenden Körper siehe übrigens die sehr merkwürdigen Versuche von Gripon (*Ann. de Chimie* 1874, *T. III*, *p.* 343, *„Sur les vibration de l'air“*).

Läfst man nämlich die Kundt'sche Röhre sehr stark ertönen, so wird das Röhrchen bei dieser Länge von 27 Mm. noch abgestofsen, und nur bei nicht allzu starken Tönen wird es angezogen. Auch bei der Länge von 23 Mm. (der Ton ist hiebei um eine kleine Terz höher, als der Ton der Kundt'schen Röhre) wurde das Glasröhrchen bei schwachen Tönen angezogen, bei starken abgestofsen. Doch konnte man diese Abstofsung leicht in Anziehung verwandeln, wenn man das Glasröhrchen in eine etwas gröfsere Distanz von der Kundt'schen Röhre brachte. Es zeigt sich also, dafs bei einem starken Tone das Röhrchen *für kleinere Distanzen abgestofsen*, *für gröfsere angezogen wurde.*

Verkleinert man die Länge der Luftsäule im Röhrchen bis auf 21 Mm., so wird dasselbe unter allen Umständen *angezogen*, der Ton mag schwach oder stark, die Distanz kleiner oder gröfser seyn.

Ich untersuchte nun weiter, wie *zwei* auf den Ton der Kundt'schen Röhre genau abgestimmte, gedeckte Glasröhrchen gegenseitig auf einander wirken. Es wurden zwei solche Röhrchen hi und kl (im oberen Theile der Fig. 4, Taf. II schematisch gezeichnet) mit den offenen Enden einander gegenüber horizontal aufgehängt, so dafs ihre Axen in dieselbe Gerade fielen. Der Abstand der offenen Enden betrug 5 Mm. Nun wurde in einer Distanz von 30 Mm. eine Kundt'sche Röhre $a'b'$ so aufgestellt, dafs ihre verlängerte Axe senkrecht stand auf den Axen der beiden Röhrchen und gerade in die Mitte ihres gegenseitigen Abstandes hineinfiel. Man sollte nun erwarten, dafs die zwei Röhrchen, da sie beide denselben Ton geben, sich abstofsen würden, sie ziehen sich aber bis zur Berührung an. Waren die Röhrchen nicht auf den Ton der Kundt'schen Röhre abgestimmt, so war die Anziehung je nach dem Grade der Verstimmung unmerklich oder $= 0$.

Ein Versuch, der ebenfalls ziemlich paradox erscheint, ist folgender. Wenn man den tonerregenden Glasstab aus

der Kundt'schen Röhre herausnimmt, und dann nahe vor das Ende desselben ein genau abgestimmtes (gedecktes) Röhrchen bringt, so wird dasselbe nicht abgestofsen, wie man erwarten möchte, sondern angezogen.

Erscheinungen an Luftsäulen, die in stehenden Schwingungen begriffen sind.

I.

In jeder Luftsäule, die stehende Schwingungen ausführt, zeigt ein Manometer im Schwingungsknoten einen kleinen Druck an; vom Knoten gegen den Bauch nimmt dieser Druck stetig ab und er ist im Bauche sehr klein oder beinahe = 0. Diese Thatsache läfst sich überall mit Leichtigkeit nachweisen. Man macht zu diesem Zwecke ein recht empfindliches Manometer, wie solches gleich anfangs besprochen wurde. Das Ende des Manometers, welches in die schwingende Luftsäule eingeführt wird, mufs natürlich hinreichend lang seyn. Um sehr kleine Druckänderungen nachzuweisen, nimmt man eine ganz gerade, horizontale Röhre mit einem Weingeist-Index darin. Damit durch das Einführen des Manometerendes in die Luftsäule keine grofse Störung der Schwingungsverhältnisse von verhältnifsmäfsig kleinem Querschnitt leicht eintreten könne, so soll das Manometer aus einer recht dünnen, jedoch gleichmäfsigen Glasröhre verfertigt seyn.

Die Versuche kann man auf sehr verschiedene Art anstellen. Wenn man z. B. das Ende des Manometers in das Resonanzkästchen einer Stimmgabel einführt, so ist der Druck desto gröfser, je tiefer das Manometerende in das Kästchen eingeführt wird. Stellt man einen genau abgestimmten Resonator nahe vor das Kästchen, so kann man an dem Resonator dasselbe nachweisen. Als Resonator kann nun auch eine an beiden Enden offene Glasröhre dienen; dann zeigt sich der gröfste Druck in der Mitte der Röhre.

In allen Fällen gilt aber als Regel, dafs in der Ebene der Oeffnung des Resonators immer, wenn auch fast un-

merkliche Verdichtung angegeben wird. Dieses rührt wahrscheinlich davon her, dafs die stehende Welle immer etwas über die Ebene der Oeffnung hinausragt, wie dieses ja bei Pfeifen allgemein bekannt ist.

In einer Kundt'schen Röhre ist natürlich der Druck im Knoten viel gröfser, als bei einem Resonator. Ich habe schon in einer früheren Mittheilung („Ueber einige neue Staubfiguren" Sitzungsber. 1874) darüber folgendes angeführt: Giebt man in den Kork, welcher das Ende der Kundt'schen Röhre verschliefst, ein kleines Manometer, so zeigt es beim Streichen eine Druckvermehrung von etwa 1 Ctm. Wasser, jedoch nur dann, wenn die Länge der Luftsäule ein Vielfaches von einer halben Wellenlänge beträgt. Läfst man den Kork an der Knotenstelle, und schiebt das Ende des Manometerröhrchens so weit hinein, bis es in der Mitte des Bauches steht, so zeigt sich keine Druckvermehrung. Die Erscheinung ist wahrscheinlich der von Kundt bei gedeckten Pfeifen beobachteten analog. Die Erklärung, durch den aus dem Kernspalt dringenden Luftstrom, wie sie Kundt annimmt, ist natürlich hier nicht zulässig, und scheint auch für Pfeifen nicht die richtige zu seyn, wie ich schon früher einmal (Sitzungsber. 1873 „Ueber das Kundt'sche Manometer" — auch diese Ann. Bd. 150, S. 410) bemerkt habe.

Ich mufs jedoch hinzufügen, dafs nach den späteren Versuchen, die ich mit empfindlichen Manometern angestellt habe, *sich auch im Schwingungsbauche eine kleine Verdichtung zeigt*. Ich werde auf diesen Umstand im Späteren noch einmal zurückkommen.

Aus der Druckvertheilung in der Kundt'schen Röhre erklärt sich nun der von mir früher einmal beschriebene Versuch[1]), bei welchem das Wasser in der Kundt'schen Röhre zu den Bäuchen getrieben wird, von selbst. Es ist in der betreffenden Mittheilung über diesen Versuch Folgendes bemerkt: Merkwürdig ist es, dafs selbst Wasser in der Kundt'schen Röhre zu den Bäuchen getrieben wird,

1) „Ueber einige neue Staubfiguren" (Sitzungsber. 1873. — Auch diese Ann. Bd. 153, S. 102).



und sich daselbst zu einer Wand anstaut. Ich nahm eine zuvor gut mit Weingeist ausgewachsene Röhre, machte die Länge der Luftsäule = 2 halben Wellenlängen, und goſs soviel gefärbtes Wasser hinein, daſs es, wenn die Röhre horizontal war, über der tiefsten Stelle des Röhrenquerschnittes etwa 2 Mm. hoch stand. Beim Streichen bildete sich im Bauche eine Rippe von Wasser (Fig. 6, Taf. II), die bei jedem starken Strich den ganzen Röhrenquerschnitt ausfüllte."

Das Ganze hat nun darin seinen Grund, daſs zufolge des an den Knoten herrschenden nicht unbedeutenden Druckes das Wasser dort von oben her gedrückt wird; es muſs somit nach der Seite ausweichen und sich im Bauche anstauen, wo der Druck fast unmerklich ist.

II.

Dieser Ueberdruck in dem Knoten einer schwingenden Luftsäule hat nun darin seinen Grund, daſs die Amplitude der Schwingungen nicht gegen die Wellenlänge verschwindet. Es hat mich gelegentlich Hr. Prof. Mach darauf aufmerksam gemacht, daſs in diesem Falle die Verdünnung kleiner ausfällt als die Verdichtung, daſs mithin der mittlere Druckzuwachs nicht = 0 seyn kann.

Dieses kann man ohne Schwierigkeit einsehen. Es sollen nämlich x und $x + dx$ die Abscissen zweier Theilchen, ξ und $\zeta + d\xi$ die zugehörigen Excursionen vorstellen. Ist dx die Entfernung der Theilchen in der Ruhelage, so ist sie $dx + d\xi$ in der Excursion. Nimmt man die Dichte des ruhenden Mediums als Einheit, so drückt sich jene des bewegten einfach durch

$$\frac{dx}{dx + d\xi} = \frac{1}{1 + \frac{d\xi}{dx}}$$

aus, was sich auf $1 - \frac{d\xi}{dx}$ reducirt, wenn man die Excursionen als sehr klein betrachtet. Die Dichtenänderung ohne Rücksicht auf das Zeichen ist also $= \frac{d\xi}{dx}$, wobei ξ die Ex-

cursion als Function der Abscisse x und der Zeit t gegeben ist[1]).

Wenn nun die Excursionen nicht als verschwindend klein betrachtet werden können, so ist

$$\frac{1}{1+\frac{d\xi}{dx}}=1-\frac{d\xi}{dx}+\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2.$$

Die Verdichtung ist demnach, wenn man die übrigen Glieder vernachlässigt,

$$\frac{d\xi}{dx}+\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2,$$

die Verdünnung jedoch

$$-\frac{d\xi}{dx}+\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2.$$

Der mittlere Druckzuwachs für eine bestimmte Abscisse ist somit

$$\int_{t=0}^{t=T}\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2\frac{dt}{T},$$

wobei T die Schwingungsdauer vorstellt.

Ich will nicht weiter auf die Sache eingehen; soviel glaube ich jedoch annehmen zu dürfen, daſs man aus dem mittleren Druckzuwachs, der leicht experimentell bestimmt werden kann, die Gröſse der Verdichtung, und somit auch die Excursionen der Luft berechnen könnte. Jedoch wäre diese Bestimmung keine sehr genaue, weil der mittlere Druckzuwachs in Wirklichkeit immer sehr klein ist, und man bei seiner Messung leicht einen verhältniſsmäſsig groſsen Fehler begehen kann. Für das Resonanzkästchen einer Stimmgabel betrug z. B. der mittlere Druckzuwachs im Knoten blos 2 Mm. Wasser.

III.

Die eigenthümliche Druckvertheilung in einer schwingenden Luftsäule hat eine sehr merkwürdige Bewegung

1) Diese Ableitung des Druckes aus der Excursion findet sich in den „*Optisch akustischen Versuchen*" (Prag, Calve 1872) von Professor E. Mach.

der Luft zur Folge. *Da nämlich der mittlere Druck von den Knoten gegen die Bäuche stetig abnimmt, so mufs die Luft nothwendig von den Knoten gegen die Bäuche strömen.*

Man kann sehr leicht durch die Versuche bestätigen, dafs diese Strömung wirklich eintritt. Füllt man z. B. das Resonanzkästchen der Stimmgabel mit Salmiakrauch, so fährt derselbe beim Streichen der Stimmgabel mit wirbelnder, unruhiger Bewegung aus dem Kästchen heraus. Sehr gut gelingt auch dieses Herausströmen des Rauches bei einem in der Nähe der Kästchenöffnung aufgestellten kugelförmigen Helmholtz'schen Resonator. Mit einer einseitig gedeckten Glasröhre, die auf den Ton der Gabel abgestimmt ist, gelingt aber der Versuch fast gar nicht; es schwächt nämlich der hineingebrachte Salmiakrauch bei so einer Röhre die Resonanz allzusehr. Davon überzeugt man sich sehr leicht. Bläst man nämlich über die Oeffnung der Glasröhre, solange noch kein Rauch darin ist, so giebt sie einen reinen, starken Ton. Der Ton verlöscht jedoch ganz, wenn Salmiakrauch in die Röhre hineingebracht wird.

Ein merkwürdiger Umstand tritt bei den Röhren auf, die an beiden Seiten offen sind. Stellt man so eine möglichst genau abgestimmte Glasröhre in einer horizontalen Lage nahe vor die Oeffnung des Resonanzkästchens einer Stimmgabel, so fährt der sämmtliche Rauch immer bei demjenigen Röhrende heraus, welches den gröfseren Querschnitt hat. Bei einer 395 Mm. langen, etwas conischen Glasröhre, die an dem einen Ende 17 Mm., auf dem anderen 13 Mm. im Durchmesser hatte, *entleerte sich der Rauch fast momentan durch das weitere Ende.* Aber selbst bei Röhren, *die kaum merklich conisch* sind, und wo man sich nur mit Mühe von der ungleichen Breite der beiden Oeffnungen überzeugen kann, strömt der Rauch immer durch das weitere Ende heraus; jedoch mufs man die Stimmgabel mehrmals nach einander streichen, um den Rauch vollständig durch das breitere Ende zu entfernen.

IV.

Es ist also gar keinem Zweifel unterworfen, daſs die Luft wirklich von den Knoten zu den Bäuchen strömt. Doch ist dabei Folgendes zu beachten. Es scheint, daſs diese Strömung sehr bald ihr Ende erreichen müſste, nämlich dann, wenn durch die zu den Bäuchen getriebene Luft sich der Druck überall ausgeglichen hätte. Der Grund, daſs diese Strömung fortdauert, scheint nun folgender zu seyn. Es sind nämlich in dem ganzen Röhrenquerschnitte die Verhältnisse nicht immer dieselben; an den Wänden der Röhre sind die Excursionen der Luft wegen der Reibung kleiner, als in der Mitte der Röhre. Dieser Unterschied in der Gröſse der Excursionen muſs dann besonders groſs seyn, wenn die Schwingungen in der Röhre sehr heftig sind, denn dann ist auch die Reibung an den Wänden sehr groſs. Auſserdem wird durch diese Reibung im Schwingungsbauche Wärme entwickelt, welche daselbst die Spannkraft der an den Röhren befindlichen Luft etwas vergröſsert. Ohne weiter in theoretische Betrachtungen hineinzugerathen, will ich blos anführen, was thatsächlich geschieht. *Es strömt nämlich an den Röhrenwänden die Luft von dem Bauche zu dem Knoten, im Inneren der Röhre jedoch von dem Knoten zu dem Bauche.*

Diese Thatsache läſst sich durch die Betrachtung der Staubfiguren in der Kundt'schen Röhre ganz deutlich nachweisen. Ich habe eine detaillirte Beschreibung dieser Staubfiguren schon in einer früheren Mittheilung[1]) gegeben. Zur Erzeugung der Staubfiguren wurde *Kieselsäure* und *Lycopodium* verwendet. Die Kieselsäure eignet sich vorzugsweise zur Nachweisung der Luftbewegung, die im Inneren der Röhre in einem merklichen Abstande von der Röhrenwand herrscht, und zwar aus dem einfachen Grunde, weil sie wegen ihrer groſsen Leichtigkeit und Feinheit schon bei dem geringsten Anlasse aufwirbelt und sich vom Boden der Röhre emporhebt: sie tritt also sogleich aus der Sphäre des knapp an der Röhrenwand fort-

1) „Ueber einige neue Staubfiguren„ (Sitzungsber. 1873).

gleitenden gegen den Knoten gerichteten Luftstromes. Man sieht also an der Kieselsäure vorzugsweise die Wirkungen des von dem Knoten gegen den Bauch gerichteten Luftstromes, und die Kieselsäure bewegt sich somit zu den Bäuchen. Dieses ist in der früher angeführten Mittheilung auf folgende Art beschrieben: „Streicht man etwas stärker, so bildet sich eine einfache Staubwand $\alpha\beta\gamma\delta$ (Fig. 7, Taf. II) im Bauche. Beim Ausklingen zertheilt sich jede Staubwand in zwei Staubwolken, die von einander stürzen, so treffen die gegen einander gerichteten zwei Staubwolken von zwei benachbarten Staubwänden in der Nähe des Knotens aufeinander, wodurch viel Staub auf die Knotenstellen gelagert wird“.

Dieses Auseinandertreten der Staubwand beim Ausklingen erkläre ich mir auf folgende Art: Es hat sich im Bauche der Welle durch das Zusammenströmen die Luft etwas verdichtet. Es ist im Früheren bemerkt worden, daſs ein Manometer im Bauche der Welle eine kleine Verdichtung zeigt. Nach dem Aufhören des Tones gleicht sich nun diese durch Anstauung der Luft entstandene Verdichtung nach beiden Seiten aus, wodurch momentan zwei vom Bauche gegen die Knoten gerichtete Luftströme entstehen.

Sehr gut sieht man auch die Bewegung der Kieselsäure zu den Bäuchen, wenn man nahe vor die Oeffnung des Resonanzkästchens einer Stimmgabel eine genau abgestimmte beiderseits offene Glasröhre mit Kieselsäure bringt. Diese Röhre wird mit einer Libelle genau horizontal gestellt. Beim Tönen der Stimmgabel bilden sich Rippen in der Glasröhre, die sich mit groſser Gleichmäſsigkeit gegen die Enden der Röhre bewegen, wo dann die Kieselsäure aus der Röhre heraustritt und herabfällt.

Was nun die Nachweisung des an *der Röhrenwand befindlichen Stromes* betrifft, so eignet sich dazu *Lycopodium* viel besser als *Kieselsäure*, weil es sich schwerer hebt, und deſshalb immer nahe an dem Boden der Röhre bleibt.

Doch kann man auch mit Kieselsäure, wenn man *aufserordentlich wenig* davon nimmt, das Lycopodium ersetzen[1]), und umgekehrt ersetzt auch das Lycopodium, wenn man etwas mehr davon nimmt, die Kieselsäure.

Soll der Luftstrom an den Röhrenwänden merklich seyn, so ist es nothwendig, dafs die Luftströmungen sehr heftig seyen, was nur bei gedeckten Kundt'schen Röhren eintritt, wo die Länge der Luftsäule einem Vielfachen von einer halben Wellenlänge gleich ist.

Die Staubfiguren, an denen man die Wirkung des an der Röhrenwand befindlichen Stromes sehen kann, sind in der vorhin angeführten Mittheilung auf folgende Art beschrieben: „Macht man die Länge der Luftsäule gleich einigen wenigen Halbwellen, etwa vier, so sieht man bei näherer Untersuchung mehrere Erscheinungen von meistens sehr variabler Natur, die oft sehr sonderbar sind. Giebt man z. B. sehr wenig *Lycopodium* in die Röhre und streicht die Röhre etwa drei- bis viermal sehr mäfsig, so sieht man, wenn man mitten im Strich die tönende Röhre festhält, matte gegen den Knoten hin gekrümmte Rippen (Fig. 8, Taf. II *A*). Beobachtet man die Rippen während die Röhre tönt, so scheint es, als ob sich von einem Knoten zum andern zwei *Rippensysteme in entgegengesetzter Richtung hindurch bewegen würden.* Bei etwas näherer Betrachtung der Rippen sieht man ihre dünnen Enden gegen den Knoten, ihre Mitten aber gegen den Bauch sich hinbewegen, was also auch die gekrümmte Form derselben erklären würde".

„Setzt man das Streichen einige Zeit fort, so verschwinden bald die Rippen von der Mitte des Bauches, und wenn man dann mitten im Striche anhält, so erhält man die in Fig. 8, Taf. II *B* dargestellte Form. Streicht man etwas stärker, so entfernen sich die Gränzen *g* und *g'* von einander und nähern sich dem Knoten, ohne ihn jemals zu erreichen; sobald jedoch der Stab anfängt aus-

1) Das Nähere darüber findet sich in der schon mehrmals angeführten Mittheilung („Ueber einige neue Staubfiguren").

zuklingen, so nehmen sie fast augenblicklich ihre alte Stelle ein [1])“.

„Ist aufserordentlich wenig Lycopodium an den Wänden der Röhre gleichmäfsig vertheilt, so bildet sich gleich beim ersten kurzen, mäfsigen Strich die Form in Fig. 9, Taf. II, die natürlich der in Fig. 8, Taf. II *B* dargestellten analog ist. Ist hingegen etwas zu viel Staub in der Röhre, so gelingt es auch nach längerem Streichen fast gar nicht, die Fig. 8, Taf. II *B* hervorzubringen“.

Man sieht also an der Fig. 8, Taf. II *A* sovohl die Wirkung des Wandstromes, als auch die des inneren Stromes. Der Gipfel der Rippen, welcher etwas tiefer in das Innere der Röhre hineinragt, folgt dem inneren Strome, der untere Theil der Rippen, welcher knapp an der Röhrenwand liegt und die dünnen Enden der Rippen, von denen dasselbe gilt, folgen dem Wandstrome. Die Rippen nämlich, welche das Lycopodium in diesem Falle bildet, sind nicht compact, wie man das oft an Kieselsäurerippen nach längeren Tönen sieht, sondern sie bilden schüttere, sehr lockere Staubwände, durch welche die Luft leicht hindurchgeht.

Man sieht zugleich aus der obigen Beschreibung, dafs die *Staubmenge* auf die Erscheinungen von grofsem Einflufs ist. Ist nämlich viel Staub in der Röhre, so wirbelt er stark auf, und die Hauptmasse des Staubes gelangt so in den Bereich des inneren Stromes. Es gelingt somit nicht den Staub aus der Mitte des Bauches wegzubringen, sondern es häuft sich vielmehr der Staub daselbst an.

Ist aber wenig Staub in der Röhre, so überwiegt die Wirkung des Wandstromes, und die Mitte des Bauches wird bald staubfrei. So entsteht die Fig. 8, Taf. II *B* und die Fig. 9. Ich sah übrigens öfter bei genauerer Betrachtung *einzelne* an dem Boden der Röhre liegende Staubkörner sich gegen den Knoten bewegen.

1) Dieses Zurückgehen des Staubes an den Boden der Röhre beim Aufhören des Tones dürfte einen ähnlichen Grund haben, wie das früher besprochene Auseinandertreten der Staubwand im Bauche.

V.

Man sieht jedoch in einer Kundt'schen Röhre aufser den zuvor beschriebenen Bewegungen der Kieselsäure und des Lycopodiums zugleich noch eine ***Bewegung des gesammten Staubes von dem A-Ende des tonerregenden Glasstabes gegen das andere Ende B der schwingenden Luftsäule*** [1]).

Es sieht auch die Staubfigur in einer sehr langen Röhre (3 Meter) bei *A* ganz anders aus, als bei *B*. Bei *A* finden sich nämlich starke Rippen, diese erstrecken sich selbst über die Knoten, nur sind sie dort etwas dichter. Bei *B* hingegen ist die Löcherfigur zu sehen, wobei die Rippen sehr schwach sind. Diese Ungleichheit in der Staubfigur erklärte ich dadurch, dafs „die vom tönenden Glasstabende ausgehende Schallwelle auf dem langen Wege bis zum Röhrenende und nach der Reflexion wieder beträchtlich geschwächt wird, so dafs in der Nähe des tönenden Glasstabendes keine reine stehende Welle entstehen kann, sondern eine stehende Welle, über welche sich eine fortlaufende darüberlegt".

Ich glaube nun, dafs diese fortlaufende Welle die Ursache der Bewegung des Staubes von *A* gegen *B* ist. Es kann nämlich auch in einer fortlaufenden Welle der mittlere Druckzuwachs nicht $= 0$ seyn. Hätte die fortlaufende Welle auf ihrer ganzen Ausdehnung überall dieselbe Stärke, so wäre dieser Druckzuwachs überall gleich. Nun ist sie (wie man aus der Staubfigur schliefsen kann) bei *A* stärker als bei *B*; der Druck bei *A* ist also gröfser als bei *B* und es mufs mithin eine Strömung entstehen, die von *A* nach *B* gerichtet ist.

Man kann den Versuch auch gut mit *Salmiakrauch* anstellen. Man giebt nämlich an das eine Ende *A* einer beiderseits offenen Glasröhre eine Portion recht dichten Salmiakrauch; der tonerregende Glasstab, welcher für sich auf einem eigenen Gestelle befestigt ist, ragt nur wenig

1) Eine ausführliche Beschreibung des ganzen Vorganges ist in der Mittheilung „Ueber einige neue Staubfiguren" enthalten.



in das Ende *A* der Glasröhre hinein. Bei jedem Strich macht der gesammte Rauch einen ziemlich grofsen Ruck gegen das andere Ende *B* der Glasröhre. Die Länge der Luftsäule mufs so gewählt seyn, dafs die Luftströmungen möglichst stark sind, sonst ist die Bewegung des Rauches nicht merklich.

Man sieht übrigens aus der hier auseinandergesetzten Theorie, dafs auch in freier Luft von jedem schwingenden Körper Luftströmungen ausgehen müfsten, die einen in die Nähe gebrachten Körper abstofsen. Doch sind in freier Luft die Luftschwingungen bei weitem nicht so stark, als wie in einem geschlossenen, resonnirenden Raume, und sie nehmen aufserdem im quadratischen Verhältnisse mit der Entfernung ab. Die Luftströmungen müfsten defshalb aufserordentlich schwach seyn. Nebstdem könnten diese Luftströmungen wahrscheinlich nur zu Anfang (und zu Ende) der schwingenden Bewegung entstehen. Man denke sich nur eine Kugel, die Dilatations- und Contractionsschwingungen macht. Wenn auch der mittlere Druck in der Nähe der Kugel gröfser ist als in gröfserer Entfernung davon, so mufs sich dieser Druck durch Wegströmen der Luft von der Kugel fast momentan ausgleichen. Denn bei einer Kugel ist nicht die geringste Veranlassung zur Entstehung eines zweiten, dem Wandstrome in Röhren analogen Luftstromes vorhanden, und nur die Entstehung eines zweiten, dem ersten entgegengerichteten Luftstromes kann dem ersten Luftstrome eine längere Fortdauer verleihen.

Es bleibt somit die akustische Anziehung eines in freier Luft befindlichen Körpers, der dichter ist als die Luft, und die Abstofsung eines solchen, dessen Dichte von der Luft übertroffen wird, bis jetzt noch ganz unerklärt. Es ist auch schwer, darüber eine theoretische Ansicht aufzustellen, denn es sind jedenfalls die Verhältnisse in diesem Falle recht complicirt. So halte ich es z. B. für wahrscheinlich, dafs bei jeder Verdichtung, welche an einem in der Schallwelle befindlichen festen Körper an-

kommt, die Luft *seitwärts* ausweicht, was besonders an den Rändern des Körpers der Fall seyn dürfte.

Es ist übrigens auch *die Form* des Körpers nicht ohne Einfluſs auf sein Verhalten. Ich habe schon in einer früheren Mittheilung [1]) das Verhalten eines kleinen rechteckigen Papierpendels in einer Kundt'schen Röhre beschrieben. Es reichte nämlich durch den Kork, der das Röhrenende verschloſs, ein Draht in das Innere der Röhre. Auf diesem Drahte hing nun das Papierrechteck auf zwei feinen Fäden, so daſs seine Ebene senkrecht war zur Längsaxe der Röhre. Das Papierrechteck wurde nun, wenn die Länge der Luftsäule ein Vielfaches von einer halben Wellenlänge ausmachte, in hinlänglicher Entfernung vom Knoten heftig von der Mitte des Bauches abgestoſsen [2]). Es verhielt sich in diesem Punkte ganz entgegengesetzt, wie die Kieselsäure. Als ich das Ganze später noch einmal untersuchte, kam ich zur Ueberzeugung, daſs dieses Papierrechteck eine allzugroſse Störung in den Schwingungsverhältnissen herbeiführen müsse, welcher Umstand das abweichende Verhalten des Papierrechteckes rechtfertigen würde.

Um diese Störung möglichst klein zu machen, nahm ich den Durchmesser der Kundt'schen Röhre möglichst groſs (38 Mm.). Der tonerregende Glasstab war beinahe zwei Meter lang und er ragte mit dem an seinem Ende angebrachten Korke nur auf eine gewisse Strecke in die

1) „Ueber die Schwingungen des Wassers in Röhren" (Sitzungsber. 1875).

2) Ist das Papierrechteck genug *nahe am Knoten*, so wird es von diesem abgestoſsen. Wenn die Länge der Luftsäule nicht mehr gleich ist einem Vielfachen von einer halben Wellenlänge, wobei die Luftschwingungen nicht mehr so stark sind, so verhält sich das Papierrechteck genau wie Kieselsäure, d. h. es wird auf der ganzen Ausdehnung von der Mitte des Bauches bis zum Knoten stets von dem Knoten abgestoſsen. Ich wurde durch dieses eigenthümliche Verhalten des Papierpendels zu einer unrichtigen Bemerkung über die Entstehung der Fig. 5, Taf. II veranlaſst („Ueber Schwingungen des Wassers in Röhren" — welcher Aufsatz nächstens in den Annalen mitgetheilt werden wird).

Glasröhre. Auch wurde er immer an eben diesem, mit dem Korke versehenen Ende gestrichen. Diese Einrichtung hat den Vortheil, daſs man zugleich den Glasstab streichen und währenddeſs die Vorgänge in der Röhre beobachten kann.

Ich hängte nun zuerst eine kleine *Hollundermarkkugel* (Durchmesser = 3 Mm.) mit einem Coconfaden an den in das Innere der Röhre hineinragenden Draht. *Diese verhielt sich stets ganz normal*, d. h. so wie die Kieselsäure. Man sah auch, wenn Kieselsäure in die Röhre gegeben wurde, daſs die Bewegung der Kieselsäure durch die hineingebrachte Hollundermarkkugel fast keine merkliche Abänderung oder Störung erlitt.

Ich nahm nun ein *sehr kleines* an zwei Coconfäden aufgehängtes *Papierquadrat* von 3 Mm. Seite, dessen Ebene senkrecht stand zur Längsaxe der Röhre. Dasselbe wurde nun in hinlänglich groſser Entfernung vom Knoten wieder *heftig von der Mitte des Bauches abgestoſsen*. Auch sah man, trotzdem die Fläche des Quadrates sehr klein war, gegen den Querschnitt der Röhre, daſs die Bewegung der Kieselsäure in derjenigen Halbwelle, wo sich das Papierquadrat befand, total geändert wurde. Es bildeten sich nämlich zu beiden Seiten des Papierquadrates zwei ganz von Kieselsäure freie Stellen von beträchtlicher Ausdehnung, während in den übrigen Halbwellen die Kieselsäure sich ganz regelmäſsig in der Mitte des Bauches anhäuft.

Wird das Papierquadrat so aufgehängt, daſs seine Fläche *parallel* ist zur Längsaxe der Röhre, so stellt es sich während des Tönens stets *senkrecht* zu derselben. Rechteckige Papierstücke, die auf den Boden der Röhre gelegt werden, stellen sich während des Tönens aufrecht; diesen letzteren Versuch kann man auch mit dem Resonanzkästchen einer Stimmgabel anstellen, wenn man die Papierstücke in das Innere des Kästchens bringt.

Zum Schlusse muſs ich noch auf einen Umstand aufmerksam machen, der bei der Bestimmung des mittleren

Ueberdruckes in einer Kundt'schen Röhre einen störenden Einfluſs ausübt. Wenn nämlich das Ende der Manometerröhre in die schwingende Luftsäule hineinragt, so schwingt die in der Manometerröhre enthaltene Luft mit. Es hat sich nun gezeigt, daſs der Ueberdruck, den das Manometer angiebt, auch theilweise von der Länge der im Manometer enthaltenen Luftsäule abhängt. Dieser Einfluſs ist jedoch für gewöhnlich ein sehr geringer, wenigstens nach den Beobachtungen, die ich bis jetzt darüber gemacht habe.

Man kann aber diesen Einfluſs sehr beträchtlich machen. Ich schmolz nämlich das in die schwingende Luftsäule hineinragende Ende der Manometerröhre (Durchmesser = 3,5 Mm.) zu, und machte auf etwa 6 Mm. von diesem Ende seitwärts [1]) mit einer Stichflamme eine kleine Oeffnung von 1,5 Mm. Durchmesser. Ich brachte nun dieses Manometerende in eine gedeckte Kundt'sche Röhre, und zwar etwa in die Mitte zwischen einen Bauch und einen Knoten. Da das ganze Manometer aus einer fast geraden nur unmerklich gebogenen Glasröhre bestand, so konnte durch verschiedene Neigung das kleine Wassersäulchen im Manometer an verschiedene Stellen der Röhre gebracht werden. Das Manometer zeigte je nach der Länge der Luftsäule bald eine Verdichtung, bald eine Verdünnung an. Das Ganze ist wahrscheinlich den beim Kundt'schen Schallmanometer [2]) vorkommenden Erscheinungen analog. Ich konnte bis jetzt keine Erklärung dieser eigenthümlichen Erscheinung finden.

Wenn man also den mittleren Ueberdruck in einer Kundt'schen Röhre bestimmen wollte, so wäre es ange-

1) Es ist für das Gelingen des Versuches wesentlich, daſs diese Oeffnung seitwärts ist, daſs mithin die Luftschwingungen parallel sind zur Ebene dieser Oeffnung. Ist diese kleine Oeffnung vorne gerade am Ende der Röhre angebracht, so zeigt sich der Einfluſs der im Manometer enthaltenen Luftsäule fast gar nicht.

2) Siehe die Mittheilung: „Ueber das Kundt'sche Manometer" (Sitzungsberichte 1873. — Annal. Bd. 150, S. 410).

zeigt, die Manometerröhre so eng zu nehmen, dafs die Luftschwingungen in derselben fast vollständig durch die Reibung aufgezehrt werden.

Ueber akustische Anziehung und Abstofsung in Flüssigkeiten.

Die akustische Anziehung in Flüssigkeiten ist zuerst von Guyot beobachtet worden. Derselbe nahm eine mit Wasser gefüllte Glocke, in welche an einem Rofshaare eine Münze aufgehängt war; tönte die Glocke, so wurde die Münze angezogen, jedoch nur in den Bäuchen, nicht in den Knoten.

Bei der Wiederholung dieser Versuche machte ich zufällig einige Beobachtungen. Um das heftige Spritzen des Wassers in den Bäuchen zu verhüten, gofs ich eine Schicht Oel auf das Wasser. Ich gab jedoch Anfangs nur soviel Oel auf die Wasseroberfläche, dafs eine kreisförmige Oelscheibe entstand, deren Umfang von dem Rande der Glocke um 1 Ctm. entfernt war; diese Oelscheibe ist in dem oberen Theile der Fig. 10, Taf. II durch den punktirten Kreis angedeutet. Beim Streichen der Glocke, die einen sehr starken Ton gab, veränderte die kreisförmige Scheibe augenblicklich ihre Form, und nahm eine mehr quadratische Gestalt $\alpha\beta\gamma\delta$ an. Zugleich staute sich das Wasser an den Bäuchen *B* an, so dafs dort die Flüssigkeitsoberfläche höher stand als an den Knoten *K*. Dieser Umstand bewirkte ein fortdauerndes Abfliefsen des Wassers von den Bäuchen zu den Knoten. Diese Strömungen sind auf der Figur durch die spiralförmigen Linien angedeutet.

Man kann, um das Spritzen des Wassers beim Tönen zu verhindern, auch Lycopodium auf die Wasseroberfläche streuen. Das Wasser zieht sich wiederum beim Tönen an den Bäuchen *B* beträchtlich in die Höhe. Ist ziemlich viel Lycopodium auf der Wasseroberfläche, so gleitet dasselbe an den schiefen Ebenen, die an den Bäuchen entstehen, herab, und bildet eine beinahe quadratische Staubfigur, wie sie im unteren Theile der Fig. 10, Taf. II dargestellt ist.

Andere Beobachtungen über die akustische Anziehung und Abstofsung in Flüssigkeiten habe ich in der Mittheilung „Ueber die Schwingungen des Wassers in Röhren" (Sitzungsber. 1875) angeführt. Besonders ausführlich ist daselbst die von Cagniard Latour zuerst beobachtete Bewegung der Luftblasen in einer schwingenden Wassersäule untersucht. In einer Wassersäule, die stehende Schwingungen ausführt, bewegen sich kleine Luftbläschen stets zu den *Knoten*. Ein unter Wasser tönender Glasstab zieht ebenfalls auf eine nicht unbeträchtliche Entfernung kleine Luftblasen an. Ein Blechstreifen wird von dem eben abgeschnittenen Ende eines tönenden Glasstabes für kleine Distanzen angezogen, für gröfsere abgestofsen.

Ich untersuchte nun vor Kurzem abermals die Einwirkung eines unter Wasser tönenden Glasstabes. Um seiner schwingenden Endfläche eine gröfsere Ausdehnung zu geben, befestigte ich eine runde Glasscheibe *ss* (Fig. 11) an das Ende des Stabes. Sie hatte einen Durchmesser von 26 Mm. bei einer Dicke von 2 Mm., während der Glasstab, welcher in zwei Knoten befestigt wurde, eine Länge von 135 Ctm. und einen Durchmesser von 11 Mm. besafs. Statt des Blechstreifens nahm ich eine kleine schwarze Glasperle (Durchmesser = 2,5 Mm.), die auf einem Glasfaden angebracht war. Es zeigte sich nun, dafs die Mitte der Scheibe *ss*, sich ganz anders verhielt, als die näher an der Peripherie gelegenen Theile derselben. Stand die Glasperle genau der Mitte der Scheibe gegenüber, so wurde sie für alle Distanzen abgestofsen. War aber die Glasperle näher an der Peripherie der Scheibe, so wurde sie angezogen. Die Pfeile in der Figur geben beiläufig die Richtung der Anziehung und Abstofsung an.

Es stellt sich nun heraus, dafs von der Mitte der Scheibe eine continuirliche Strömung ausgeht, welche die Abstofsung der Perle verursacht. Gab man nämlich die Glasperle in eine etwas gröfsere Entfernung von der Scheibe, der Mitte der Scheibe gerade gegenüber, so wurde sie erst in einer merklichen Zeit nach dem Aufhören des

Tones abgestofsen, wenn der Ton kurz und stark erregt wurde. Ich stellte überdies, um die Existenz des Stromes nachzuweisen, ein rechtwinklig gebogenes Glasröhrchen *ab* (Fig. 11, Taf. II) nahe vor die Mitte der Scheibe, so dafs die Ebene der Oeffnung bei dem Röhrenende *a* zu der Scheibenebene parallel war. Das andere Ende *b* des Röhrchens ragte über den Wasserspiegel *NN'*. Bei jedem Strich stieg das Wasser in diesem Ende um etwa 2 Ctm. Stellte man aber das Röhrchen so, dafs die Oeffnungsebene des Endes *a* gerade senkrecht stand auf der Scheibenfläche, so stieg das Wasser auch bei sehr kräftigen Tönen des Glasstabes gar nicht in dem anderen Röhrchenende *b*. Dieses ist nur erklärlich, wenn man eine von der Mitte der Scheibe ausgehende Strömung annimmt. Stellt man das Röhrchenende *a* etwas näher gegen die Peripherie der Scheibe, so steigt das Wasser auch dann nicht in dem anderen Ende *b*, wenn die Oeffnungsebene des Röhrchenendes *a* parallel ist zur Scheibenfläche.

Aufserdem ist es mir gelungen, *eine elektrische Stimmgabel unter Wasser zum Tönen zu bringen*. Ich setzte anfangs die Gabel unter Brennspiritus, woselbst sie auch ganz gut tönte; als ich mich jedoch überzeugte, dafs man die Unterbrechungsflüssigkeit im Quecksilbernäpfchen ohne Nachtheil durch Wasser ersetzen kann, so versenkte ich die ganze Stimmgabel unter Wasser. Mit drei Grove'schen Elementen gelingt es ohne sonderliche Anstrengung, die Gabel zum Tönen zu bringen. Da die Zinken eine zu complicirte Form hatten, so untersuchte ich die Sache nicht näher. Vorläufig zeigte sich, dafs ein Blechquadrat auf eine kleine Distanz von den Zinken angezogen wurde. Aufsen sah man eine constante Strömung in der Nähe der Zinkenenden. Die Strömung war theilweise vertical abwärts gerichtet, und es wurden daselbst kleine Luftblasen nach unten angezogen. An einer anderen Stelle sah man, dafs kleine im hellen Lichte glänzende Luftblasen im Aufsteigen zu einer wellenförmigen Curve angezogen wurden.

Auf das Entstehen einer Strömung scheint auch fol-

gender Versuch, den ich früher einmal [1]) angestellt habe, hinzudeuten. Bedeckt man eine horizontale Glasplatte in einem Gefäſse etwa 3 Ctm. hoch mit Wasser, welches gelöstes Schieſspulver enthält, so setzt sich nach einiger Zeit die Kohle des Schieſspulvers auf die Glasplatte ab. Man befestigt nun auf der Zinke einer Stimmgabel ein Zündhölzchen, dessen Längsrichtung mit der Schwingungsrichtung der Gabel zusammenfällt. Taucht man das Zündhölzchen, nachdem man die Gabel kräftig angeschlagen hat, so weit in das Wasser, daſs das Ende des Zündhölzchen einige Millimeter von der Glasplatte absteht, so wird die an der Glasplatte gelagerte Kohle augenblicklich in einem Kreise um das Zündhölzchen weggefegt.

Die Versuche wurden im physik. Institute der Prager Universität ausgeführt.

III. *Ueber flüssige Lamellen;*
von Dr. **Sondhauſs** *in Neiſse.*

Die Eigenschaft der Flüssigkeiten, Schaum zu erzeugen, Blasen zu bilden, sich in dünne Häutchen auszuspannen, dient nicht blos zur Decoration beliebter Getränke, verleiht nicht bloſs den Landschaften den poetischen Schmuck des schäumenden Wasserfalls oder der schaumspritzenden Meeresbrandung, gewährt nicht blos den Knaben das harmlose Spiel mit dem vergänglichen, farbenglänzenden Seifenblasen, sondern giebt auch den Physikern Mittel an die Hand, aus der Schaumbildung auf die Natur der Flüssigkeiten zu schlieſsen und durch Beobachtung und Messung von Blasen die zwischen den kleinsten Flüssigkeitstheilchen wirksamen Kräfte, die sogenannten Molecular-Kräfte zu

1) „Ueber die Schwingungen des Wassers in Röhren".

studiren. Vor allem hat J. Plateau, seit er zu Anfang der vierziger Jahre den glücklichen Gedanken hatte[1]), an einer Oelmasse, welche er in einem Gemisch von Alkohol und Wasser von gleichem specifischen Gewichte schweben liefs, die Wirksamkeit der nach Aufhebung der sonst übermächtigen Schwerkraft frei zur Geltung kommenden Anziehung zwischen den kleinsten Flüssigkeitstheilchen nach allen Richtungen zu studiren und zu veranschaulichen, diesen Gegenstand mit einer bewundernswürdigen Ausdauer verfolgt und auch nach dem Verluste des Augenlichts seine interessanten und lehrreichen Versuche bis in die neueste Zeit unermüdet fortgesetzt[2]).

Da das von ihm ursprünglich angewendete Verfahren wegen der Schwierigkeit, die Oelmassen in der alkoholischen Flüssigkeit im Gleichgewicht schwebend zu erhalten und in die gewünschten Formen zu bringen, sehr umständlich und zeitraubend ist, so wendete er in seiner Versuchsreihe[3]) zur Darstellung seiner „Gleichgewichtsfiguren einer flüssigen Masse ohne Schwere" Blasen aus einer mit Glycerin versetzten Seifenlösung an, welche so zäh und dauerhaft sind, dafs man mit ihnen bequem und sicher experimentiren kann. Wegen ihrer dünnen Wandung sind diese Blasen so leicht, dafs man von ihrem Gewicht im Vergleich zu den hier wirksamen Molecular-Kräften im Allgemeinen absehen darf, und in diesem Sinne hat J. Plateau Recht, wenn er diese Blasen und flüssigen La-

1) Ueber die Erscheinungen einer freien und der Wirkung der Schwere entzogenen flüssigen Masse; von J. Plateau, Prof. der Physik in Gent. Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie, Ergänzungsbd. II, S. 249. 1849. Die erste Veröffentlichung erfolgte am 15. Januar 1842, wo der Verfasser die Abhandlung in der Brüsseler Akademie las.

2) Seine letzte Abhandlung: „Experimentelle und theoretische Untersuchung über die Gleichgewichts-Figuren einer flüssigen Masse ohne Schwere"; 8. Reihe, befindet sich in diesen Annalen Bd. 141, S. 44. 1870.

3) Diese Ann. Bd. 114, S. 597. 1861.

mellen und die daraus gebildeten Gestalten flüssige Massen ohne Schwere nennt.

Die Beschäftigung mit den aus seiner Glycerin-Flüssigkeit hergestellten Blasen veranlaſste J. Plateau, die Bildung von Schaum und Blasen bei verschiedenen anderen Flüssigkeiten zu untersuchen und die günstigen Bedingungen für die Blasenbildung überhaupt zu ermitteln. Er gewann hierbei die Ansicht, daſs die Cohäsion und die Zähigkeit (Viscosität), welche nach ihm die Darstellung flüssiger Lamellen bedingen, das Phänomen der Blasenbildung nicht genügend erklären, daſs vielmehr die Ursache desselben in den geheimniſsvollsten Eigenschaften der Flüssigkeiten zu liegen scheint[1]). Das Resultat seiner weiteren Untersuchung ist: daſs die Blasenbildung von einem zweckmäſsigen Verhältnisse der oberflächlichen Zähigkeit der Flüssigkeiten zu der Spannung ihrer Oberfläche abhängt.

J. Plateau findet, daſs die Flüssigkeiten in Beziehung auf ihr Verhalten zur Blasenbildung in drei Abtheilungen welche er Kategorien nennt, zu sondern sind und setzt diese Eintheilung in folgender Weise auseinander[2]):

Die allgemeinen Kennzeichen der ersten Kategorie sind: Wenig oder gar kein Schaum beim Umschütteln: Unmöglichkeit der Blasenbildung; kurze Dauer der Lamellen; Abwesenheit der Farben auf den Kuppen oder langsame Färbung, blos das Roth und das Grün der letzten Ordnungen darbietend. Von den vielen Flüssigkeiten, die zu dieser Kategorie gehören, will ich nur anführen: Wasser, Glycerin, Schwefel- und Salpetersäure, Ammoniak, gesättigte Lösungen von Weinsäure, salpetersaurem Kali, kohlensaurem Natron und Chlorcalcium.

„Die Flüssigkeiten der zweiten Kategorie unterscheiden sich von den vorhergehenden durch eine rasche und ausgeprägte Färbung, welche Farben aller Ordnungen zeigt.

1) Diese Ann. Bd. 141, S. 45.
2) Diese Ann. Bd. 141, S. 46.

Solche Flüssigkeiten sind: Fette Oele, Milchsäure, krystallisirbare Essigsäure, Terpentinöl, Alkohol, Benzin, holländische Flüssigkeit, Chloroform, Schwefeläther, Schwefelkohlenstoff.

„Die zur dritten Kategorie gehörenden Flüssigkeiten bekleiden sich beim Umschütteln mit einem voluminösen und lange verweilenden Schaum; sie lassen sich aus der Mündung einer Pfeife leicht zu Blasen auftreiben; ihre Kuppen halten sich viel länger als die der Flüssigkeiten der beiden ersten Kategorien, gewöhnlich mehre Stunden, zuweilen selbst mehre Tage. Im Allgemeinen haben sie anfangs eine sehr beträchtliche farblose Phase, deren Dauer von einer Flüssigkeit zur andern sehr verschieden ist; dann färben sie sich allmählich, aber nach der Natur der Flüssigkeiten auf etwas verschiedene Weise. Diese Kategorie ist wenig zahlreich; wenn man absieht von einigen Substanzen, die nur in der Hitze flüssig sind, wie das Glas, so reducirt sie sich wesentlich, glaube ich, auf die Lösungen der verschiedenen Seifen, auf die Lösung des Saponin's und die des Albumin's, wozu man noch die Lösung des essigsauren Eisenoxyds hinzufügen kann.“

Ich habe mich ebenfalls schon seit längerer Zeit mit Versuchen zur Vergleichung verschiedener Flüssigkeiten in Beziehung auf Bildung von flüssigen Lamellen und Blasen beschäftigt und mich dabei überzeugt, daſs die von J. Plateau gemachte Eintheilung von Flüssigkeiten jedenfalls begründet ist, wenn auch seine Angaben in einzelnen Punkten vielleicht etwas zu modificiren seyn dürften. Vielleicht möchte es auch zweckmäſsig seyn, die von ihm aufgestellte zweite Gruppe in zwei zu trennen, von welchen die eine die fetten Oele und ähnliche Flüssigkeiten, die andere die leicht flüssigen und rasch verdampfenden Substanzen wie Schwefeläther, Benzin, Alkohol und die flüchtigen Oele enthalten müſste.

Meine Versuche waren zunächst 1) auf die Ermittelung gerichtet, ob die verschiedenen Flüssigkeiten geeignet seyen, sich innerhalb Drahtringen zu Lamellen auszuspan-

nen, und welche Gröfse dieselben erreichen. Dann beobachtete ich 2) solche Lamellen in abgeschlossenen Räumen, d. h. unter Glasglocken und in Flaschen, um bei Ausschlufs der äufseren Störungen ihre Dauer und die an ihnen bemerkbaren Veränderungen kennen zu lernen. Ich bestimmte ferner 3) mit der Waage die Spannung der aus verschiedenen Flüssigkeiten dargestellten Lamellen, 4) mit einem Manometer den Druck, welchen die aus geeigneten Flüssigkeiten gebildeten Blasen auf die eingeschlossene Luft ausüben und 5) das Gewicht solcher flüssigen Lamellen und Blasen, von wo aus ein Schlufs auf die Dicke derselben gestattet seyn dürfte. Wenn ich auch die weitführende zeitraubende Untersuchung noch nicht als abgeschlossen ansehen kann, so dürfte es doch an der Zeit seyn, wenigstens einen Theil meiner Versuche zu veröffentlichen, und ich hoffe, dafs die nachfolgende Mittheilung einen kleinen Beitrag zur näheren Kenntnifs der Cohäsionsverhältnisse der Flüssigkeiten liefern wird.

Die den tropfbaren Flüssigkeiten von Natur zukommende Gestalt ist keine andere als die sphärische; wenn die Flüssigkeiten andere Formen annehmen, so werden sie von äufsern Kräften in dieselben hineingezwungen. Eine innerhalb eines Drahtringes ausgespannte flüssige Lamelle ist ein in die Breite ausgedehnter Tropfen, welcher fortwährend das Bestreben hat, sich von dem Ringe, an welchen ihn die Adhäsion fesselt, zu lösen um sich wieder in seine ursprüngliche Kugelgestalt zusammen zu ziehen. Wenn der metallene Ring z. B. durch einen kräftigen galvanischen Strom heifs oder glühend gemacht würde, so müfste die flüssige Lamelle nach Aufhebung der zwischen ihr und dem Ringe wirksamen Adhäsion sich plötzlich in einen Tropfen zusammen ziehen. Diese Umformung würde bei den meisten Flüssigkeiten so rasch vor sich gehen, dafs man sie kaum mit den Augen verfolgen könnte, bei einzelnen jedoch wie z. B. bei der Lösung von Saponin in Wasser würde wegen der verminderten Beweglichkeit der Theilchen die Verwandlung der abwärts fallenden La-

melle in einen Tropfen wahrscheinlich beobachtet werden können. Da die Adhäsion jedoch überwiegend ausdauert, so zerreist die Lamelle nach der Natur der Flüssigkeit in kürzerer oder längerer Zeit plötzlich, meistentheils ohne dafs man die Ursache der Störung des Gleichgewichts erkennen kann, und zerspringt gewöhnlich in unzählige kleine Tröpfchen, die nach allen Seiten umherfliegen.

Man kann einen Tropfen z. B. einen Wassertropfen in der That in die Breite ausziehen, wenn man ihn mit einem zu einer Schleife geformten dünnen elastischen Metalldrahte wie mit einem Reifen umgiebt und die Schleife durch Zurückstofsen der freien Drahtenden vorsichtig erweitert. Bequemer läfst sich dieser Versuch in folgender Weise anstellen. Man biegt einen etwa 1 bis 2^{mm} dicken Eisen- oder Platindraht zu einem Winkel von 60^0 und befestigt denselben an einem geeigneten Gestell oder einfach an einem Brettchen, so dafs die beiden Schenkel sich in einer horizontalen Ebene befinden. Ein geradlinig gestrecktes Drahtstück von derselben Dicke und geeigneter Länge legt man quer über die Schenkel des Winkels und begränzt dadurch ein gleichseitiges Dreieck, welches durch Verschieben des beweglichen Drahtstücks verkleinert und vergröfsert wird. Hängt man nun einen Tropfen in den festen Scheitel des veränderlichen Dreiecks, so kann man durch vorsichtiges Zurückziehen des beweglichen Drahtes den adhärirenden Tropfen zu einer das Dreieck ausfüllenden Membrane ausspannen und dieselbe ausdehnen bis sie platzt. Wenn der bewegliche Draht nicht zu schwer ist, so bemerkt man auch sehr bald, dafs derselbe von der ausgespannten Lamelle nach dem festen Scheitel des Dreiecks zurückgezogen wird, und gewinnt dadurch einen eben so einfachen als augenscheinlichen Nachweis für die in der Lamelle vorhandene Spannung.

Mit diesem einfachen Apparate kann man nicht blofs nachweisen, dafs alle Flüssigkeiten sich in Lamellen ausspannen lassen, sondern auch die einzelnen Flüssigkeiten in Beziehung auf die Lamellen-Bildung mit einander ver-

gleichen und daher auch nach der Gröſse der Lamellen manche Flüssigkeiten von einander unterscheiden oder ihre Qualität beurtheilen. Um einige Beispiele anzuführen bemerke ich, daſs destillirtes Wasser sich in ein Lamellen-Dreieck von 3 bis 3,5^{cm} Seite ausspannen läſst, und daſs die Seite dieses Dreiecks bei englischer Schwefelsäure 2,5 Ctm., bei Leinöl 5 Ctm., bei Alkohol 0,6 Ctm. lang ist, wenn die Lamelle platzt.

Wenn man zu der Construction des Apparates amalgamirten oder plattirten Kupferdraht anwendet, an welchem das Quecksilber adhärirt, so kann man mit demselben auch aus Quecksilber kleine Lamellen darstellen. Ich habe feinen plattirten Kupferdraht von der Dicke eines Pferdehaars angewendet und damit Quecksilber-Lamellen innerhalb des von den Drähten begränzten Dreiecks von 0,8^{cm} Seite erhalten.

Ein Mangel dieses Apparats liegt darin, daſs die Drähte, zwischen welchen die Lamellen ausgespannt sind, nicht in einer Ebene liegen. Da überdieſs die kreisförmigen Drahtringe mir für die gleichmäſsige Entwickelung der Lamellen geeigneter zu seyn schienen als die winkliche Form des Dreiecks, so habe ich den kreisförmigen Drahtringen bei meinen Versuchen den Vorzug gegeben und mir eine gröſsere Anzahl solcher Ringe von verschiedener Gröſse verschafft. Dieselben sind ähnlich wie die von Plateau angewendeten eingerichtet und mit einem gabelförmigen Griff versehen, an welchem man sie hält, wenn man sie in die zu untersuchende Flüssigkeit eintauchen will. Zehn kleinere Ringe, deren Durchmesser von 1 Ctm. bis 6 Ctm. stufenweise zunimmt, sind ebenso wie der zu dem gabelförmigen Drahtgriff gehörige Bügel aus dünnem Platindraht gefertigt, aber nicht gelöthet, sondern an den Verbindungsstellen zusammengeschweiſst, damit sie überall den Säuren gleichmäſsig widerstehen möchten und auch durch Ausglühen gereinigt werden könnten. Die gröſseren Ringe bis zum Durchmesser von 25 Ctm. wurden aus Eisendraht hergestellt.

Taucht man einen solchen an seinem Stiele gehaltenen Ring in die in eine flache Schale gegossene zu prüfende Flüssigkeit und hebt ihn, nachdem er benetzt worden ist, wieder in die Höhe, so erhebt sich an der Peripherie des Ringes adhärirend ans der Flüssigkeit eine dünne Haut, welche zwischen dem horizontalgehaltenen Ringe und der Oberfläche der Flüssigkeit ausgespannt ist und eine Rotationsfläche bildet. Je mehr man den Ring hebt, zieht sich diese Rotationsfläche bei der Vergröfserung ihrer Höhe der Breite nach zusammen und trennt sich zuletzt in zwei Theile, von welchen der untere an der Oberfläche der Flüssigkeit haften bleibt und eine auf derselben schwimmende Blase bildet, der obere rasch nach oben schnellt, einige Mal wie ein Paukenfell auf und ab oscillirt und sich dann zu einer anscheinend ebenen Lamelle ausspannt. Die Umwandlung der sich zusammenziehenden und trennenden Rotationsfläche geht in dem entscheidenden Augenblicke auch bei weniger leicht beweglichen Flüssigkeiten wie Saponinlösung so schnell vor sich, dafs man kaum im Stande ist, sie mit den Augen zu verfolgen. Bei dieser raschen Bewegung entsteht oft auch ein lauter, deutlich wahrnehmbarer Ton. Wenn, wie es oft bei weniger geeigneten Flüssigkeiten und bei Anwendung von zu grofsen Ringen vorkommt, der Versuch mifslingt, so rührt dies entweder daher, dafs die von dem Ringe mit in die Höhe gezogene flüssige Haut zerreifst, ehe sie sich zusammengezogen und in den obern und untern Theil getrennt hat, oder ist die Folge von den zu heftigen Schwingungen des obern Theils, durch welche die schon fertige Lamelle zerstört wird. Der vorhin erwähnte Ton und die auf der Flüssigkeit schwimmende Blase sind in diesem Falle die Zeichen, dafs der Versuch beinahe gelungen wäre, und ermuthigen zur Wiederholung desselben. Der glückliche Erfolg des Versuches hängt zum Theil von der Geschicklichkeit ab, mit welcher man den Ring aus der Flüssigkeit heraushebt, und es versteht sich wohl von selbst, dafs dazu eine ruhige und sichere Hand und aufserdem einige

Uebung und viel Geduld die wesentlichen Bedingungen sind.

Grofse Lamellen gelingen nur mit den besonders geeigneten Flüssigkeiten, welche Plateau in der dritten Kategorie charakterisirt hat. Die Flüssigkeiten der beiden anderen Kathegorien bilden nur innerhalb kleinerer Ringe von 1 bis 6 Cm. Durchmesser Lamellen, die überdies oft nur von sehr kurzer Dauer sind. Es ist mir jedoch bis jetzt noch keine Flüssigkeit vorgekommen, welche sich als völlig ungeeignet zur Bildung von flüssigen Lamellen erwiesen hätte.

Hat man den zur Vergleichung der Lamellenbildung erforderlichen Satz von Drahtringen zurecht gestellt, so ist das Verfahren bei den Versuchen sehr einfach. Man hat nur successive die der Gröfse nach auf einanderfolgende Ringe in die zu untersuchende Flüssigkeit einzutauchen und zu ermitteln, welches der gröfste Ring ist, mit welchem die Darstellung einer Lamelle noch gelingt. Diese Ermittelung ist jedoch nicht immer gleich entschieden, indem nicht selten, nachdem das Resultat schon als festgestellt erschien, sich Unregelmäfsigkeiten in dem Verhalten der Flüssigkeit zeigen, die den Versuch in die Länge ziehen. Die Drahtringe, eben so wie die flachen Schalen, in welche die zu prüfenden Flüssigkeiten gegossen werden, müssen vor jedem neuen Versuche sorgfältig gereinigt werden. Daher erfordern diese Versuche, so einfach sie auch sind, doch einen erheblichen Zeitaufwand, ich habe mich defshalb auf die Untersuchung folgender Flüssigkeiten beschränken müssen:

1. *Wasser*. Mit kleinen Ringen von 1 bis 3 Cm. Durchmesser bildet Wasser leicht und sicher durchaus eben erscheinende Lamellen, welche wenn man den Ring horizontal hält, von ziemlich langer Dauer sind. Mit einem Ringe von 4 Cm. Durchmesser gelingt der Versuch ebenfalls nicht selten. Hält man den Ring schief, so verdickt sich die Lamelle an der tiefsten Stelle zu einem wulstförmigen Tropfen und zerspringt bei Anwendung von

den gröfseren Ringen in der Regel in kurzer Zeit; bei kleineren Ringen hält sie sich länger und zeigt in ihrem oberen Theile horizontale parallele Farbenstreifen, in welchen Roth und Grün überwiegt. Mit destillirtem Wasser gelingt der Versuch weniger gut als mit Flufs- und Brunnenwasser. Die Erhöhung der Temperatur bis in die Nähe des Siedepunktes scheint die Lamellenbildung nicht zu beeinträchtigen, sondern eher zu begünstigen.

2. *Zuckerwasser* verhält sich fast eben so wie reines Wasser. Ich habe verschiedene Lösungen von Zucker in Wasser von $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{50}$ Zucker in 1 Wasser geprüft und keine erhebliche Aenderung in der Lamellenbildung bemerkt. Nachdem die stärkste Zuckerlösung zweimal bis zum Sieden erhitzt worden war und einige Tage gestanden hatte, gab sie mit einem etwas gröfseren Ringe von 4,7 Cm. Durchmesser eine Lamelle. Ein kleiner Zusatz von Alkohol, etwa $\frac{1}{4}$ des Volumens, bewirkte, dafs sie viel weniger zur Lamellenbildung geeignet wurde, denn jetzt gelang nur mit den kleinsten Ringen von 1 Cm. bis höchstens 1,7 Cm. Durchmesser die Darstellung von Lamellen.

3. *Glycerin* zeigte sich zur Lamellenbildung wenig geeignet, denn nur mit kleinen Ringen von 1 bis 1,7 Cm. Durchmesser war es möglich, Glycerin-Lamellen zu erhalten, und waren dieselben auch nur von kurzer Dauer. Glycerin mit 2 Vol. Wasser verdünnt lieferte Lamellen bis zu 2,7 Cm. Durchmesser.

4. *Schwefelsäure*, chemisch rein, spec. Gewicht 1,84, war zur Lamellenbildung nur so weit geeignet, dafs der Versuch mit kleinen Ringen bis zu 1,7 Cm. Durchmesser gelang, während englische Schwefelsäure Lamellen bis zu 4 Cm. Durchmesser liefert.

5. *Salpetersäure*, chemisch rein, spec. Gewicht 1,18 zeigte dasselbe Verhalten wie die gewöhnliche rohe Salpetersäure, indem mit Beiden in Ringen von 3,2 Cm. Durchmesser Lamellen erhalten wurden.

6. *Salzsäure*, chemisch rein, spec. Gewicht 1,124 bildet ebenfalls Lamellen bis zu 3,2 Cm. Durchmesser.

7. *Phosphorsäure*, spec. Gewicht 1,120 verhielt sich ebenso.

8. *Liquor Ammonii caust*, spec. Gewicht 0,960 eignet sich zur Lamellenbildung in Ringen von bis zu 2,7 Cm. Durchmesser.

9. *Concentrirte Natron-Lösung*. Anfänglich gelang die Darstellung der Lamellen mit einem Ringe von 4,7 Cm. Durchmesser, später bloſs mit kleineren Ringen bis zu 2,7 Cm. Durchmesser.

10. *Lösung von Aetz-Kali*, 1 Th. Kali in 3 Th. Wasser. Anfänglich gelang der Versuch mit einem Ringe von 4,7 Cm. Durchmesser gut, später nur mit kleineren Ringen.

11. *Lösung von Natron carbonicum*, 1 Th. + 4 Th. bildet Lamellen bis zu 4,7 Cm. Durchmesser. Ebenso verhält sich eine Lösung von doppelt kohlensaurem Natron.

12. *Lösung von kohlensaurem Kali*, 1 Th. zu 2 Th. bildet Lamellen von 3,2 Cm. Durchmesser.

13 *Lösung von salpetersaurem Kali*, 1 Th. in 10 Th. bildet Lamellen bis zu 4 Cm Durchmesser.

14. *Lösung von salpetersaurem Natron* verhält sich ebenso.

15. *Lösungen von essigsaurem Ammoniak* und essigsaurem Kali lieferten Lamellen bis zu 2,7 Cm. Durchmesser.

16. *Lösung von basisch essigsaurem Bleioxyd*. Es gelingen Lamellen bis zu 4 Cm. Durchmesser.

17. *Lösung von essigsaurem Eisenoxyd*. Diese Flüssigkeit ist, wie schon Plateau bemerkt hat, ausgezeichnet durch ihre Eigenschaft, Schaum und Blasen zu bilden. Sie bildet sehr groſse Lamellen bis zu einem Durchmesser von 15 Cm., welche in der freien Luft etwa 10 Secunden ausdauern. Man muſs die gröſseren Drahtringe anfänglich sehr langsam aus der Flüssigkeit in die Höhe heben und dann wenn man sieht, daſs die an dem Drahte hängende Lamelle aushält, dieselbe mit Ruhe, aber nicht zu langsam von der Oberfläche der Flüssigkeit abziehen. Die

Lösung darf nicht zu concentrirt seyn. Die von mir angewendete hatte das specifische Gewicht 1,051.

18. *Lösung von unterchlorsaurem Kali (Eau de Javelle)* bildet Lamellen bis zu 4 Cm. Durchmesser.

19. *Lösung von Clorcalcium*, 1 Th. in 2 Th. Wasser. Anfänglich gelang der Versuch mit einem Ringe von 4 Cm. Durchmesser, später nur bis zu 2,7 Cm. Durchmesser.

20. *Lösung von schwefelsaurer Magnesia.* Es bilden sich Lamellen von 2,7 Cm. Durchmesser.

21. *Basisch kieselsaures Kali, Kali-Wasserglas.* Man kann damit Lamellen in Ringen bis zu 6,8 Cm. Durchmesser darstellen, welche aushalten und erstarren.

22. *Natron - Wasserglas.* Mit demselben gelangen Lamellen bis zu 4,7 Cm. Durchmesser, welche aber zersprangen, bezor sie erstarten. Ein kleineres Häutchen von 3,2 Cm. Durchmesser hielt aus und wurde fest.

Die rasch verdampfenden Flüssigkeiten, welche Plateau bei seiner Unterscheidung in der zweiten Gruppe charakterisirt hat, sind zur Darstellung von Lamellen wenig geeignet. Es gelang mir jedoch bei allen untersuchten derartigen Flüssigkeiten mit kleinen Drahtringen Lamellen zu erhalten, welche wegen der Dünnflüssigkeit ein beständiges Zittern und rasche Farbenentwickelung zeigten und in der Regel nach der kurzen Dauer von wenigen Secunden platzten. Wenn man geeignete Substanzen, besonders Harze in diesen Flüssigkeiten auflöst, so erhält man mit ihnen gröſsere Lamellen von etwas längerer Dauer. Die folgenden Versuche geben über das Verfahren solcher Flüssigkeiten nähere Auskunft.

23. *Absoluter Alkohol* bildete bei Anwendung von 1 bis 1,7 Cm. Durchmesser leicht und sicher Lamellen; mit einem Ring von 1,7 Cm. Durchmesser gelang der Versuch ab und zu. Mit Alkohol von 87 Proc. nach Tralles, spec. Gewicht 0,830 war die Lamellenbildung in diesem Ringe von 1,7 Cm. Durchmesser noch etwas sicherer, und mit Spiritus von 68 Proc. nach Tralles, spec. Gewicht

0,892 gelang der Versuch noch ziemlich gut bei Anwendung eines Ringes von 2 Cm. Durchmesser. Campher-Spiritus und flüssiges Opodeldok zeigten sich zur Lamellenbildung mit demselben Ringe geeignet. Bei allen diesen Versuchen war die zitternde Bewegung und die rasche Farbenentwickelung bemerkbar.

24. *Schwefeläther* spec. Gewicht 0,728 verhielt sich ungefähr ebenso wie Alkohol, indem die Lamellen mit Ringen bis zu 1,4 Cm. Durchmesser sicher und mit dem Ringe von 1,7 Cm. Durchmesser noch ziemlich gut gelangen. Auch das erwähnte Zittern und die Farbenbildung zeigte sich.

25. *Collodium* zeigte sich mit Ringen von bis zu 4,7 Cm. Durchmesser zur Lamellenbildung geeignet. Die Lamellen zerspringen in der Regel bevor sie in Folge der Verdunstung zu festen Häutchen werden. Eine Lamelle von 3,2 Cm. Durchmesser hielt aus und wurde fest; das gebildete Häutchen wurde jedoch beim Trocknen faltig und zerriſs.

26. *Krystallisirbare Essigsäure, Acidum aceticum glaciale,* verhielt sich ähnlich wie Alkohol und Schwefeläther; die gröſste dargestellte Lamelle hatte 1,7 Cm. Durchmesser und zeigte dasselbe bewegliche Zittern die rasche Farbenbildung.

27. *Carbolsäure* zeigte ebenfalls dasselbe Verhalten. Reine krystallisirte Carbolsäure erzeugte mit einem Ringe von 2 Cm. Durchmesser nur schwierig noch Lamellen; mit den kleineren Ringen gelangen die Lamellen besser, waren aber auch nur von kurzer Dauer. Rohe Carbolsäure zeigte sich zur Lamellenbildung geeigneter, indem mit dem Ringe von 3,2 Cm. Durchmesser noch ein sicherer Erfolg zu erzielen war. Mit dem nächst gröſseren Ringe von 4 Cm. Durchmesser gelang der Versuch ab und zu. Die Lamellen zeigten ebenfalls das erwähnte Zittern und die rasche Farbenbildung.

28. *Benzin* bilden nur mit den kleinsten Ringen von

1 bis 1,4 Cm. Durchmesser Lamellen, welche die zitternde Bewegung in auffallender Weise zeigen.

29. *Petroleum*, sowohl rectificirtes als rohes, bildet Lamellen von einem Durchmesser bis zu 2 Cm.; auch mit einem Ringe von 2,7 Cm. Durchmesser gelang der Versuch ausnahmsweise. Das rohe Petroleum schien für die Lamellenbildung etwas geeigneter zu seyn. Zittern und Farbenbildung.

30. *Terpentinöl*: Lamellenbildung mit Ringen bis zu 1,7 Cm. Durchmesser sicher, bei 2 Cm. Durchmesser schwierig. Dieselbe zitternde Bewegung, und Farbenbildung.

31. *Petroleum*, in welchem Colophonium aufgelöst worden war, bildete Lamellen bis zu 3,2 Cm. Durchmesser. Die an dem gehobenen Ringe hängende flüssige Membran zog sich immer regelmäfsig in die Höhe, zersprang aber meistentheils beim Emporschnellen, so dafs die Lamelle in dem Ringe von 3,2 Cm. Durchmesser nur ab und zu glückte, dann aber lange genug hielt, um die beweglichen, wie Flammen hin- und herzuckenden Farbenbilder beobachten zu lassen. Mit dem Ringe von 2,7 Cm. Durchmesser gelang der Versuch schon sicherer und mit dem Ringe von 2 Cm. Durchmesser fast immer und hielt die bewegliche und Farben blitzende Lamelle oft so lange aus, dafs die den Ring am Stiele haltende Hand müde würde

Die fetten Oele zeigen im Vergleich zu den flüssigen ein sehr verschiedenes Verhalten; die Lamellen, welche sie in den eingetauchten und geschickt gehobenen Drahtringen bilden, sind viel gröfser und haben auch in der Regel eine längere Dauer. Ich habe mit fetten Oelen die folgenden Versuche angestellt:

32. *Sesamöl* bildete mit Ringen von bis zu 4,7 Cm. Durchmesser leicht und lange aushaltende Lamellen, welche Farben zeigten. Auch mit einem Ringe von 6 Cm. Durchmesser gelang der Versuch.

33. *Mohnöl* und *Olivenöl* verhalten sich ebenso.

34. *Ricinusöl* bildete mit dem Ringe von 4,7 Cm. Durchmesser gut und leicht Lamellen.

35. *Sonnrosenöl*, *Oleum Helianthi*, mit demselben gelang es in einem Ringe von 4 Cm. Durchmesser Lamellen darzustellen, welche aber nur von kurzer Dauer waren.

36. *Leinöl*, *Oleum Lini*, ist wohl unter den fetten Oleum am geeignetsten zur Darstellung von Lamellen. Mit dem Ringe von 6 Cm. Durchmesser gelangen die Lamellen immer sehr leicht und waren von langer Dauer. Die Lamellen halten auch das Neigen des Ringes aus und zeigen dann am oberen Rande horizontale parallele rothe und grüne Farbenstreifen.

Die von Plateau in der dritten Abtheilung angeführten und charakterisirten Flüssigkeiten zeichnen sich auch durch die Eigenschaft aus, sehr grofse und auch in der freien Luft verhältnifsmäfsig lange aushaltende Lamellen zu bilden. Ich habe zur Darstellung derselben eine flache Glasschüssel von 30 Cm. Durchmesser mit Erfolg angewendet, zweifle aber nach den vorhandenen Anzeichen nicht, dafs es gelingen werde, mit einigen dieser Flüssigkeiten noch viel gröfsere Lamellen zu Stande zu bringen. Zu den von Plateau angeführten hieher gehörigen Flüssigkeiten, nämlich Seifenwasser, Saponin-Lösung und der Lösung von Albumin in Wasser ist seitdem das Decoct der Quillaja-Rinde gekommen, welches die Eigenschaft, Lamellen und Blasen zu bilden, in hohem Grade besitzt. Ich habe eine Menge von Infusionen und Decocten von Stoffen aus dem Pflanzenreiche in dieser Beziehung geprüft und gefunden, dafs alle diese Flüssigkeiten bei einer gewissen Concentration in höherem Grade geeignet sind, Lamellen zu bilden als Wasser und die meisten der in den bisher angeführten Versuchen geprüften Flüssigkeiten. Ich glaube, dafs die folgenden Angaben von einigem Interesse seyn dürften.

37. *Pfeffermünzwasser*, *Aqua Menthae piperitae*, wie es in den Apotheken bereitet und vorräthig gehalten wird, bildet Lamellen von 6,8 Cm. Durchmesser.

38. *Zimmtwasser*, *Aqua Cinnamomi simpl.* der Apotheken, bildet Lamellen von 6 Cm. Durchmesser.

39. *Schwarzer Kaffee*, sowohl durch kalten Aufgufs als durch Kochen bereitet, zeigte sich zur Lamellenbildung sehr geeignet. Ein Decoct von ungefähr 45 Grm. gemahlenem gebrannten Kaffee mit 0,6 Liter destillirtem Wasser lieferte Lamellen von 25 Centimeter Durchmesser.

40. *Decoct von grünem chinesischem Thee*, etwa 30 Grm. Thee auf 0,6 Liter Wasser, erzeugte ebenfalls mit dem gröfsten Ringe von 25 Centimeter Durchmesser leicht und sicher Lamellen. Auch Kamillen-Thee ist zur Lamellenbildung geeignet.

41. *Ein Decoct von Tabakblättern* bildete ebenfalls Lamellen von 25 Cm. Durchmesser.

42. *Hopfen-Decoct* ist zur Lamellenbildung sehr geeignet und bildete die Lamellen von 25 Cm. Durchmesser leicht und sicher.

43. *Das Decoct der Quillaja-Rinde* zeigte sich für die Lamellenbildung vorzüglich geeignet, denn obgleich diese Flüssigkeit mir nur in geringer Quantität zur Hand war und den Boden meiner grofsen Glasschüssel nur knapp bedeckte, so gelangen die Lamellen mit dem gröfsten Drahtringe von 25 Cm. Durchmesser doch immer mit grofser Leichtigkeit und Sicherheit. Die Lamellen dauern lange aus und können sogar mit dem Ringe aus der horizontalen Lage in die senkrechte übergeführt werden, ohne zu zerspringen. Manche Lamellen hielten als senkrechte Ebenen eine halbe Minute aus, ehe sie zersprangen. Wenn der Ring horizontal gehalten wird, so hängt die Lamelle in der Mitte etwas tiefer, so dafs sie von oben gesehen concav erscheint. Zu bemerken ist noch, dafs die Lamellen aus dem Quillaja-Decoct nicht plötzlich in viele nach allen Seiten zerstiebende Tröpfchen zerspringen, sondern wenn sie zerreifsen, sich nach dem Ringe zusammen ziehen und oft an demselben als zackige Fetzen eine kurze Zeit während des Zusammenziehens herabhängen.

44. *Lösung von Albumin.* Ich habe meine Albumin-

Lösungen nicht aus trocknem Albumin bereitet, sondern das Eiweifs von Hühnereiern, nachdem es von dem Dotter sorgfältig abgesondert worden war, gewogen und unter der Voraussetzung, dafs das Eiweifs der Vögeleier 0,8 Wasser enthalte, das nöthige Wasser zugesetzt, um das für die Lösung gewünschte Verhältnifs zu erhalten. Die erhaltene Flüssigkeit wurde hierauf filtrirt. Ich habe auf diese Weise mir Lösungen bereitet, bei welchen 1 Theil Albumin auf 10, 20 und 30 Theile Wasser kommt, und mich überzeugt, dafs dieselben sämmtlich zur Lamellenbildung sehr geeignet sind. Die zweite Lösung von 1 Th. Albumin in 20 Th. Wasser war in hinreichender Quantität vorhanden, um aus ihr mit dem gröfsten Ringe Lamellen von 25 Cm. Durchmesser darstellen zu können. Dieselben gelangen sehr gut, waren aber von oben gesehen etwas concav, und konnten auch senkrecht gehalten werden, ohne sofort zu zerspringen.

45. ***Lösung von Saponin.*** Das von mir angewendete Saponin hat Hr. Apotheker Beckmann in Neisse die Gefälligkeit gehabt für mich aus der Wurzel der *Saponaria officinalis* darzustellen. Ich habe mir eine grofse Anzahl Saponinlösungen, von 1 Theil Saponin in 60 Theilen Wasser bis zu 1 Theil Saponin in 10000 Theilen Wasser, bereitet und überall den merkwürdigsten Einflufs des zum Theil sehr geringen Saponin-Gehalts auf die Cohäsion des Wassers gefunden. Die Bildung von Lamellen in meinem gröfsten Drahtringe von 25 Cm. Durchmesser habe ich bis zu der Lösung von 1 Theil Saponin in 800 Theilen Wasser verfolgt, wobei sich ergab, dafs auch bei diesem kleinen Saponingehalte die Flüssigkeit noch vollkommen zur Darstellung so grofser Lamellen geeignet ist. Die Lamellen sind von oben gesehen concav und behalten, wenn sie zerreifsen, in einzelne am Ringe herabhängende Stücke getheilt, noch einige Zeit ihre Flächenform bei, und ziehen sich, am Rande Wülste bildend, allmählich zusammen. Charakteristisch für die Saponinlösungen ist die schon von Plateau bemerkte geringe Beweglichkeit der

in der Oberfläche derselben befindlichen flüssigen Theilchen, welche auch bei den Lamellen unverkennbar in hohem Grade vorhanden ist.

Ein hübscher Versuch, welchen G. van der Mensbrugghe[1]) mit der Plateau'schen Glycerin-Flüssigkeit angestellt hat, gelingt auch mit Saponin-Lösung. Leichte Körperchen, z. B. dünne Fäden von Baumwolle oder Seide werden von einer Lamelle aus Saponin-Lösung ebenso getragen wie von einer Lamelle aus Glycerin-Flüssigkeit oder Seifenwasser; nur zeigt sich der sogleich in die Augen fallende Unterschied, daſs der auf der aus Glycerin-Flüssigkeit hergestellten Lamelle schwimmende Faden sich leicht hin- und herbewegt, während der Faden auf der Lamelle aus Saponin-Lösung starr und unbewegt auf derselben Stelle beharrt, wenn man auch den Ring mit der Lamelle lebhaft nach verschiedenen Seiten neigt. Knüpft man nach van der Mensbrugghe's Anleitung die beiden Enden des Fadens zusammen, so daſs er in sich geschlossen ist, und legt ihn, nachdem man ihn vorher benetzt hat, vorsichtig auf die flüssige Lamelle, so bleibt er auf derselben liegen und behält die unregelmäſsige Gestalt, die er zufällig beim Auflegen erhalten hat. Berührt man die von den Faden umgränzte flüssige Lamelle mit dem Finger oder mit einem trocknen Hölzchen, so daſs der innerhalb des geschlossenen Fadens befindliche Theil der Lamelle zerstört wird, so erweitert sich der Faden plötzlich zu einem Kreise, innerhalb dessen die Lamelle ein Loch hat. Der Vorgang ist bei einer Lamelle aus Saponin-Lösung derselbe wie bei einer Lamelle aus Glycerin-Flüssigkeit; nur geschieht die Umgestaltung des Fadens zu einem Kreise in der Saponin-Lamelle etwas langsamer, und bleibt der das Loch umschlieſsende Faden unbeweglich an derselben Stelle haften, während er bei dem mit Glycerin-Flüssigkeit angestellten Experimente sich leicht beweglich zeigt. Die Ausbreitung des Fadens zu einem

1) Ueber die Spannung flüssiger Lamellen; von Hrn. G. van der Mensbrugghe in diesen Ann. Bd. 133, S. 280.

Kreise ist die Folge von der Spannung der Lamelle, welche bei der Saponin-Lösung ungefähr doppelt so stark ist als bei der Glycerin-Flüssigkeit, und welche den durch die geringere Beweglichkeit der Oberfläche veranlaſsten Widerstand leicht überwindet.

46. *Seifenwasser* ist, wie allgemein bekannt und durch Versuche fast von Jedermann erprobt ist, ausgezeichnet durch seine Eigenschaft, Lamellen und Blasen zu bilden, ist gewissermaaſsen der Repräsentant aller Flüssigkeiten in dieser Beziehung. Die verschiedenen Sorten Seife in Beziehung auf ihre Brauchbarkeit für den vorliegenden Zweck zu prüfen, würde wohl zu weit führen und sich schlieſslich als eine undankbare und überflüssige Arbeit herausstellen. Ich habe mich daher auf Versuche mit gewöhnlicher Waschseife, mit der schon von Plateau empfohlenen Marseiller Seife und mit einer von Hrn. Prof. Dr. Poleck bereiteten Oelseife beschränkt. Alle aus diesen Seifen in sehr verschiedenen Verhältnissen bereiteten Lösungen zeigten ein ähnliches Verhalten, weshalb ich schlieſslich bloſs Marseiller Seife bei meinen Versuchen verwendet habe.

Daſs mit Seifenwasser die Lamellen auch bei Anwendung meines gröſsten Drahtringes von 25 Cm. Durchmesser gelingen, brauche ich kaum zu erwähnen. Ein sehr geringer Gehalt von Seife reicht schon hin, die Cohäsion des Wassers so zu ändern, daſs dasselbe zur Bildnng groſser Lamellen geeignet wird. Mit Seifen-Wasser, welches nur ein Tausendtheil seines Gewichts Marseiller Seife enthält, gelang schon die Darstellung von Lamellen von 15 Cm. Durchmesser, welche sogar lange genug ausdauerten, um ihr Gewicht mit Hülfe der Waage zu bestimmen.

Die Lamellen aus Seifenwasser zeichnen sich durch ihre auſserordentliche Beweglichkeit aus, welche durch leichte auf ihnen schwimmende Körperchen und die verschiedene Färbung einzelner flüssigen Theilchen erkennbar ist. Nicht bloſs die geringste Bewegung des Drahtringes,

sondern auch die geringste Luftströmung, z. B. der Athem des Experimentators setzt und erhält die flüssige Lamelle in lebhafter Strömung. Will man die Entwickelung einer Lamelle ruhig beobachten, so mufs man sie mit einer Glasglocke bedecken oder in einem geschlossenen Raume darstellen, z. B. in einer Flasche. Auf eine ausführliche Beschreibung des Verhaltens der flüssigen Lamellen in geschlossenen Räumen kann ich an dieser Stelle nicht eingehen; doch will ich in Beziehung auf die Lamellen aus Seifenwasser bemerken, dafs ihre innere Beweglichkeit auch in geschlossenen Räumen nicht vollständig beseitigt ist. Diefs tritt besonders hervor, wenn die Lamelle mit dem Ringe, wie es in der Regel der Fall ist, nicht vollkommen horizontal aufgestellt oder aufgehängt ist. Dann bemerkt man, wie einzelne an verschiedener Färbung erkennbare flüssige Theilchen aufwärts steigen, also leichter sind; andere offenbar schwerere Theilchen sieht man sich abwärts bewegen und an der tiefsten Stelle der Lamelle sich ansammeln. Die sich aufwärts und abwärts bewegenden flüssigen Theilchen erscheinen als kleine runde Scheibchen, welche aber meistens wegen des Widerstandes, den sie zu überwinden haben, mehr oder weniger verzogen sind und einen kleinen Schweif hinter sich herziehen oder auch eine Furche hinter sich zurücklassen. Die leichtesten von diesen kleinen in der Flüssigkeit vorhandenen heterogenen Körperchen oder Tröpfchen, welche an sich jedenfalls Kugelgestalt haben, in der Lamelle aber durch die in derselben vorhandene Spannung in die Breite gezogen sind und deshalb als Scheibchen oder runde von der übrigen Flüssigkeit oft scharf abgegränzte Flecke erscheinen, sind aufserordentlich durchsichtig und sehen daher von oben betrachtet, also im auffallenden Lichte, im Vergleich zu der übrigen farbigen Lamelle schwarz aus, von unten betrachtet oder im durchscheinenden Lichte sind sie hell oder durchsichtig. An der freien Luft zerplatzen die Lamellen in der Regel bald, nachdem diese schwarzen Flecke in gröfserer Zahl aufgetreten sind, in

geschlossenen Räumen und bei Fernhaltung jeder störenden Bewegung und Erschütterung sammeln sich die schwarzen Flecke auf der oberen oder höheren Seite der Lamelle zu einem Segmente und können unter günstigen Umständen zuletzt den gröſsten Theil der Lamelle oder auch die ganze Lamelle einnehmen. Die Lamelle hat sich dann in ein äuſserst zartes, das Licht nur sehr wenig reflectirendes und daher schwarz erscheinendes Häutchen verwandelt und die schwereren und farbig gewesenen Theilchen der Lamelle haben sich an der tieferen Seite und am Rande angesammelt. Man kann durch vorsichtiges Neigen und Bewegen der Lamelle diese schwereren Bestandtheile der Flüssigkeit wieder von dem Rande lösen, so daſs dadurch die schwarz gewordene Lamelle wieder zum Theil oder auch fast ganz von einer das Licht stark reflectirenden und weiſs und farbig erscheinenden Schicht bedeckt wird.

Ein Zusatz von Glycerin zu der Seifenlösung begünstigt die Bildung von Lamellen und Blasen nicht an und für sich; denn die mit Glycerin-Flüssigkeit darzustellenden Lamellen und Blasen sind nicht gröſser als die Lamellen und Blasen aus reinem Seifenwasser, wenn nur eine geeignete Seife und ein zweckmäſsiges Verhältniſs der Seife zum Wasser bei der Bereitung der Lösung angewendet worden ist. Dagegen bewirkt die Beimischung von Glycerin, daſs die Lamellen und Blasen auch in der freien Luft auſserordentlich haltbar und dauerhaft werden, was für die mit denselben anzustellenden Experimente von unschätzbarem Vortheile ist. Der Einfluſs des Glycerin scheint darin zu bestehen, daſs durch dasselbe die Verdunstung des Wassers verzögert, die Einwirkung des Sauerstoffs der Luft auf die in der flüssigen Lamelle oder Blase enthaltenen verschiedenen ölsauren Natronsalze erschwert und daher die in dem Seifenwasser verhältniſsmäſsig rasch vorgehenden Veränderungen verlangsamt werden. Die Aussonderung der Substanz, welche die interessanten schwarzen Flecke liefert, geht in dem mit

Glycerin versetzten Seifenwasser viel langsamer und viel gleichmäſsiger vor sich, so daſs dadurch das Gleichgewicht in der Lamelle oder Blase nicht leicht gestört und das Zerplatzen herbeigeführt wird.

Ein Zusatz von Glycerin hat auch bei den andern zur Lamellenbildung geeigneten Flüssigkeiten, z. B. bei Albumin-Lösung, bei den Decocten von Quillaja-Rinde und von Hopfen etc. einen ähnlichen nützlichen Einfluſs. Die Bildung von Schimmel-Pilzen in den Flüssigkeiten, welche organischen Ursprungs sind, wird durch Glycerin allerdings nicht verhindert, doch ist dieser Umstand für die Beobachtung nicht von Nachtheil, da die Schimmelbildung der Flüssigkeit die Eigenschaft, Lamellen zu bilden, nicht entzieht [1]). Will man das Schimmeln dieser Flüssigkeiten verhindern oder hemmen, so braucht man nur einige Tröpfchen Carbolsäure zuzusetzen, welche der Lamellenbildung nicht hinderlich sind.

Der von Plateau entdeckte günstige Einfluſs, welchen ein Zusatz von Glycerin zu der Seifenlösung auf die Haltbarkeit und Dauer der daraus dargestellten Lamellen und Blasen ausübt, und welcher sich auch bei andern Flüssigkeiten, wie z. B. bei der Saponin-Lösung und dem Quillaja-Decoct zeigte, führte mich zu dem Gedanken, ver-

1) Bei meinen Versuchen über die Lamellenbildung hatte ich zugleich Gelegenheit, eine, wie es scheint, interessante Beobachtung über die Schimmelbildung zu machen, welche ich hier mittheile. In den Flaschen, in welchen eine mit Glycerin versetzte organische Flüssigkeit aufbewahrt wird, zeigen sich, wenn die Flüssigkeit die Flasche nur zum Theil füllt und längere Zeit unbewegt bleibt, an der trocknen Innenwand äuſserst zarte, um einen Punkt oder Kern herum regelmäſsig gestaltete sternförmige Pilzgebilde, welche mit den positiven elektrischen Lichtenberg'schen Figuren oft eine auffallende Aehnlichkeit haben. Diese Gebilde zeigten sich besonders schön und häufig in Flaschen, welche mit Glycerin versetzte Albumin-Lösung, Hopfen-Decoct mit Glycerin oder schwarzen Kaffe mit Glycerin enthielten. Dieselben Flüssigkeiten ohne Glycerin-Zusatz schimmelten reichlich auf ihrer Oberfläche, die erwähnten zierlichen Gebilde an der inneren trocknen Glaswand der Flasche habe ich bei ihnen jedoch nicht bemerkt.

schiedene zur Lamellenbildnng mehr oder weniger geeignete Flüssigkeiten in verschiedenen Verhältnissen miteinander zu mischen und das Verhalten der Mischungen zur Lamellenbildung zu ermitteln. Die folgende Mittheilung dürfte vielleicht von einigem Interesse seyn.

Die in dem Versuche Nr. 13 angeführte ziemlich concentrirte Lösung von Salpeter, mit welcher Lamellen von 4 Cm. Durchmesser dargestellt werden konnten, wurde mit einer Lösung von Marseiller-Seife vermischt. Das Mischungsverhältniſs wurde, weil der Versuch einen andern Zweck hatte, nicht bestimmt, doch war der Zusatz der Seifenlösung im Verhältniſs zu der Menge Salpeterlösung nur klein. Das Gemisch zeigte sich nicht blos zur Darstellung groſser Lamellen, sondern auch zur Erzeugung groſser Blasen fast ebenso geeignet, wie bloſses Seifenwasser. Ich habe diesen Versuch angestellt, um den Einfluſs des galvanischen Stroms auf eine solche Lamelle und Blase zu ermitteln, und die Salpeterlösung angewendet, um eine bessere Leitung zu erhalten. Der Leitungswiderstand war jedoch in der Blase ebenso wie in der Lamelle so bedeutend, daſs auch bei Anwendung von zwei Flaschen-Elementen keine Wirkung zu erkennen war.

Ein anderer Versuch war direct auf die Entwicklung der Lamellenbildung gerichtet. Ich bereitete mir eine concentrirte Lösung von Kochsalz, indem ich 180 Gramm Kochsalz in einem halben Liter Wasser auflöste und die Lösung filtrirte. Diese Lösung bildete mit einem Ringe von 4 Cm. Durchmesser immer leicht und sicher die Lamelle und auch mit dem nächst gröſseren Ringe von 4,7 Cm. gelang die Lamellenbildung, wenn auch nicht regelmäſsig. Nachdem 4 Kubik-Centimeter einer Lösung von Marseiller Seife im Verhältniſs 1 : 40 zugesetzt worden waren, gelang die Darstellung von Lamellen mit einem Ringe von 10 Cm. Durchmesser; nach einem Zusatz von 15 Kubik-Centimeter Seifenlösung gelangen Lamellen von 15 Cm. Durchmesser und nachdem im Ganzen 20 Kubik-Centi-

meter der Seifenlösung zugesetzt worden waren, gelangen Lamellen von 20 Cm. Durchmesser.

Um den Einfluſs eines Zusatzes von Saponin auf dieselbe Weise zu prüfen, wurde eine Kochsalzlösung von derselben Concentration bereitet, zu welcher zunächst 5 Kubik-Centimeter einer Saponinlösung gegossen wurden, in welcher 1 Theil Saponin in 200 Theilen Wasser gelöst war. Dieser Zusatz reichte hin, um Lamellen von 10 Cm. Durchmesser gelingen zu lassen. Nach einem Zusatze von 100 Kubik - Centimeter Saponinlösung gelangen Lamellen von 20 Cm. und nachdem noch 50 Kubik - Centimeter Saponinlösung hinzugefügt worden waren, Lamellen von 25 Cm. Durchmesser. In der Flüssigkeit waren zuletzt ungefähr 0,75 Gramm Saponin, 180 Gramm Kochsalz und 550 Gramm Wasser enthalten. Sie ist jetzt, 24 Stunden nach der Mischung, noch klar und zur Darstellung der Lamellen von 25 Cm. Durchmesser geeignet. Durch den Zusatz von Seifenwasser wurde die Salzlösung, wie ich noch bemerken muſs, sofort trübe und verlor auch schon während der Versuche von ihrer Fähigkeit gröſsere Lamellen zu bilden.

Auch Wasserglas, welchem ein zweckmäſsiger Zusatz von Seifenlösung gegeben wird, erhält dadurch die Eigenschaft viel gröſsere Lamellen zu bilden, als in den Versuchen unter Nr. 21 und 22 angegeben ist. Die Lamellen sind von langer Dauer, können senkrecht gehalten werden, ohne zu zerplatzen; aber sie zerplatzen doch meistentheils ehe sie erstarren, wenn sie aber so lange aushalten, so ziehen sie sich doch beim Erstarren in Falten und bekommen Risse. Man kann aus mit Seifenlösung vermischtem Wasserglase in derselben Weise wie aus Seifenwasser mit einer Pfeife ziemlich groſse Blasen darstellen, welche in eben so schönen Farben erglänzen wie die Seifenblasen, und welche oft so lange aushalten, bis die dünne Haut erstarrt. Gewöhnlich zerreiſst in dem entscheidenden Momente die Haut und fällt, sich in die Länge dehnend, wie ein dünner schleierähnlicher Lappen zusammen; manchmal

gelingt es aber auch ein kugelähnliches Gebilde von aufserordentlicher Zartheit zu erhalten, welches in schönen Farben erglänzt. Wenn man das Rohr der Pfeife schliefst, so platzt die Blase regelmäfsig vor dem Erstarren, läfst man dagegen das Rohr offen, so zieht sie sich, weil die Luft entweichen kann, zuerst wegen der in ihr vorhandenen Spannung zusammen und wird allmählig kleiner, dann verliert die Oberfläche ihre Klarheit und Glätte, bekommt Runzeln und Falten und die ungleichmäfsige Zusammenziehung der successive erstarrenden Theile der Haut verursacht eine mehr oder weniger erhebliche Veränderung der Kugelgestalt. Ist das auf diese Weise erhaltene Residuum der flüssigen Blase getrocknet und fest geworden, so ändert es sich nicht weiter und kann, wenn es vor Luftbewegungen und Erschütterungen geschützt wird, lange aufbewahrt werden.

Aus Flüssigkeiten, welche für die Lamellenbildung sich wenigstens ziemlich gut eignen, kann man Lamellen noch auf andere Weise als mit Hülfe der Drahtringe darstellen. Zunächst ist zu bemerken, dafs man statt des Drahtringes den Rand einer an beiden Seiten offnen cylindrischen Röhre anwenden kann. Der Vorgang bei der Bildung einer Lamelle an dem in die Flüssigkeit getauchten Ende einer cylindrischen Röhre ist ganz derselbe wie bei der Bildung der Lamelle innerhalb eines Drahtringes. Es zieht sich mit dem aus der Flüssigkeit gehobenen Rande des Glascylinders eine Haut in die Höhe, welche sich zusammen zieht und in einem obern und untern Theil trennt, von welchem jener die Lamelle, diese eine auf der Flüssigkeit schwimmende Blase bildet. Ist die Röhre conisch, so bewegt sich eine am weitern Ende erzeugte Lamelle in Folge der Spannung nach dem andern Ende hin, geradeso wie in einer Capillar-Röhre ein die Innenwand benetzender Tropfen sich nach der Seite hinzieht, wo die Röhre sich verengt. Ist die Röhre sehr conisch, wie z. B. die gewöhnlichen gläsernen Filtrir-Trichter, deren Axenschnitt ungefähr ein gleichseitiges Dreieck ist, so steigt die an

dem untern weiten Rande des Trichters erzeugte Lamelle rasch in die Höhe; stellt man den Versuch mit einer weniger stark conischen Röhre an, so muſs man die innere Wand vorher benetzen und die Röhre horizontal halten, wenn man die Wanderung der Lamelle beobachten will. Man kann diesen Vorgang benutzen, um auf eine sehr einfache Weise Lamellen in geschlossenen Räumen darzustellen. Man wählt eine conische Glasröhre von geeigneter Weite, stellt an dem weitern Ende derselben eine Lamelle dar, läſst dieselbe bis zu der Stelle wandern, wo man sie beobachten will, und schlieſst alsdann die beiden offnen Seiten der Röhre durch passende Korke oder durch auf den geschliffenen Rand passende Glasplatten. Auch Glascylinder lassen sich zu demselben Zwecke anwenden, doch muſs man, wenn man dieselben oben oder unten schlieſsen will, die Lamelle von dem Rande entfernen und nach innen bewegen, was sich durch Anwendung des Luftdrucks auf so einfache Weise bewirken läſst, daſs es überflüssig scheint, das geeignete Verfahren zu beschreiben.

Taucht man ein Weinglas oder ein Wasserglas verkehrt d. h. so daſs die Oeffnung unten ist, in eine geeignete Flüssigkeit und hebt es dann wieder vorsichtig in die Höhe, so zieht man mit demselben eine Lamelle von der Flüssigkeit ab; man dreht dann das Gefäſs um und kann die die Oeffnung verschlieſsende Lamelle bequem beobachten. Will man das Gefäſs mit einer Glasplatte bedecken, um die Lamelle vor den äuſsern Störungen zu schützen und die Verdunstung des Wassers zu verzögern, so muſs man zuvor durch Aussaugen der Luft die Lamelle von dem Rande entfernen. Dieſs geht sehr gut an, da die aus einer geeigneten Flüssigkeit dargestellten Lamellen nicht zerspringen, wenn man sie mit einem vorher benetzten dünnen Röhrchen z. B. mit einem nicht zu engen Glasfaden durchbohrt. Saugt man an diesem Röhrchen, so treibt der äuſsere Luftdruck die Lamelle nach dem Innern des Glases. Man kann auf diese Weise sehr be-

quem vergleichende Versuche über die Ausdauer der bedeckten und unbedeckten Lamellen anstellen und sich überzeugen, um wie viel länger die Blasen in dem abgeschlossenen Raume des Glases ausdauern, selbst wenn die auf den Rand gelegte Glasplatte nicht luftdicht schliefst. Die unbedeckten Lamellen aus Seifenlösung zerplatzen, sobald die schwarzen Flecke sich in gröſserer Zahl entwickeln, während die zu derselben Zeit aus derselben Flüssigkeit dargestellten, aber mit einer Glasplatte bedeckten Lamellen noch lange aushalten und Gelegenheit geben zu der längern und genauern Beobachtung der schwarzen Flecke, welche sich in der Lamelle vereinigen, zu einem Segmente ansammeln und oft zuletzt sich über die ganze Lamelle ausdehnen.

Es giebt noch ein anderes Verfahren, aus geeigneten Flüssigkeiten Lamellen in geschlossenen Räumen, nämlich in zugestopften Flaschen, darzustellen, welches J. Plateau [1]) als bekannt und sonderbar bezeichnet und folgendermaaſsen beschreibt: „Man fasse mit beiden Händen, am Boden und am Halse, eine Flasche, in welcher sich eine kleine Menge Glycerin-Flüssigkeit befindet, halte sie horizontal und ertheile ihr eine solche Bewegung, daſs die Flüssigkeit genöthigt wird, die ganze concave Innenwand zu benässen. So wie man damit anhält, sieht man insgemein eine oder mehrere Lamellen die Flasche quer durchsetzen. Man kann die Flasche dann aufrichten und mit ihren nun horizontalen Lamellen auf einen Tisch stellen."

Diese Methode der Lamellenbildung ist auſserordentlich interessant und für das Studium der Entwickelung der Lamellen von verschiedenen Flüssigkeiten sehr nützlich. Das beschriebene Verfahren ist nämlich nicht bloſs bei der Glycerin-Flüssigkeit, sondern auch bei reinem Seifenwasser und vielen andern Flüssigkeiten, welche zur Lamellenbildung einigermaaſsen geeignet sind, verwendbar. Ich habe dasselbe lange Zeit hindurch bei der Beobach-

1) Pogg. Ann. Bd. 130, S. 270.



tung der Bildung und Entwickelung der Lamellen auf verschiedenen Flüssigkeiten benutzt, kann aber an dieser Stelle auf die Resultate dieser Versuche nicht näher eingehen, weil ich sonst die Gränzen, die ich dieser Mittheilung setzen muſs, erheblich überschreiten würde. Ich schlieſse daher mit den folgenden Bemerkungen. Schon Plateau hat darauf aufmerksam gemacht, daſs die aus Glycerin-Flüssigkeit dargestellten Lamellen merkwürdige Eigenschaften besitzen, eine erstaunliche Dauer haben und daſs ihre Farben das Schwarz erreichen. Als merkwürdiges Beispiel führt er an, daſs eine solche Lamelle, in einer Flasche von 7 Centimeter Durchmesser dargestellt, sich achtzehn Tage gehalten hat und daſs sie in ihrer ganzen Ausdehnung schwarz geworden war. Als Beispiele von sehr langer Dauer von aus andern Flüssigkeiten dargestellten Lamellen führe ich folgende drei an, bemerke aber, daſs die von mir angewendeten Flaschen einen inneren Durchmesser von ungefähr 6 Centimetern haben. Ein Decoct von Kartoffelblüthen, welches sich zur Lamellenbildung sehr geeignet zeigte, wurde zur Darstellung von Lamellen in einer Flasche benutzt. Die Flasche blieb nach der Darstellung der Lamelle ruhig am Fenster stehen und wurden die an der Lamelle zu bemerkenden Veränderungen von Zeit zu Zeit notirt. Die Zeit, welche die Lamelle aushielt, war, obgleich die Umstände immer dieselben zu seyn schienen, nicht immer gleich. Die längste Zeitdauer solcher Lamellen war 4 Tage, $5\frac{1}{2}$ Tage, 6 Tage und einmal 9 Tage. Eine unter denselben Umständen und auf dieselbe Weise aus Albuminlösung, der etwas Glycerin zugesetzt worden war, dargestellte Lamelle hielt sich 5 Wochen, und eine Lamelle, welche aus Quillaja-Decoct mit Glycerin-Zusatz am 1. September 1872 in einer Flasche dargestellt worden war, hielt sich bis zum 11. März 1873, ist also über ein halbes Jahr alt geworden.

Die aus geeigneten Flüssigkeiten dargestellten Lamellen halten eine rasche Rotationsbewegung aus. Wenn man

daher eine solche Lamelle, die in einem Ringe, einer Schale oder einer Flasche gebildet ist, mit einer Rotationsmaschine in rasche Drehung versetzt, so verdickt sich in Folge der Centrifugalkraft die dünne flüssige Haut nach dem Rande zu und wird in der Mitte dünner. Bei Lamellen, welche aus Flüssigkeiten, die an ihrer Oberfläche leicht beweglich sind, dargestellt sind, z. B. bei Lamellen aus der Plateau'schen Glycerin-Flüssigkeit, entstehen bei einer gewissen Rotationsgeschwindigkeit die Newton'schen Farbenringe, welche sich mit der Rotationsgeschwindigkeit in Beziehung auf die Farben und die Breite der Ringe ändern; bei Lamellen aus Saponin-Lösung ist der Widerstand, welchen die geringe Beweglichkeit der flüssigen Theilchen an der Oberfläche der Wirkung der Centrifugalkraft entgegen setzt, so groſs, daſs die Newton'schen Farbenringe nicht entstehen. Man sieht zwar, wenn man eine Saponin-Lamelle einige Zeit in möglichst rascher Rotation erhalten hat, auf derselben auch schöne, intensiv gefärbte Ringe, darf dieselben aber nicht mit den Newton'schen Ringen verwechseln, denn sie sind nur das durch die Rotationsbewegung im Auge erzeugte Bild von ganz anderen eigenthümlich und unregelmäſsig gestalteten Farbenbildern, welche man auf der Lamelle starr und unbeweglich sieht, wenn man die Rotationsmaschine zum Stillstand bringt. Inhibirt man die Rotation einer aus Glycerin-Flüssigkeit dargestellten Lamelle, so verschwimmen und verschwinden sofort die bis dahin auf ihr beobachteten Farbenringe, indem sich das durch die Centrifugalkraft gestörte Gleichgewicht in der Lamelle rasch wieder herstellt und die in der Mitte vorhanden gewesene Verdünnung verschwindet. Die Rotationsbewegung ist übrigens auf die Saponin-Lamelle keineswegs ohne Einfluſs, denn wenn man zwei unter denselben Umständen aus derselben Saponin-Lösung dargestellte Lamellen, von welchen die eine in Rotation versetzt wird, während die andere ruht, mit einander vergleicht, so sieht man bei der ersteren in Folge der Wir-

kung der Centrifugal-Kraft und wohl auch der Erschütterung eigenthümliche unregelmäfsige Farbenbilder in kurzer Zeit entstehen, während sich die andere erst viel später färbt und ganz andere Zeichnungen und Farben zeigt.

Ich bemerke schliefslich noch, dafs man auch eine aus Glycerin-Flüssigkeit oder Saponin-Lösung hergestellte Blase mit der Rotationsmaschine in ziemlich rasche Rotation versetzen kann, und dafs sich dabei die sogenannte Abplattung d. h. die Verkürzung der Rotationsaxe und die Erweiterung des Aequators der flüssigen Kugel deutlich erkennen läfst. Dieser Versuch, welcher ein Pendant zu dem berühmten Plateau'schen Versuche mit der in der alkoholischen Flüssigkeit rotirenden Oelkugel ist, liefs sich allerdings nicht sehr weit treiben, weil die rotirende Blase in Folge der Schwankungen der Axe meiner Rotationsmaschine bei gröfserer Drehungs-Geschwindigkeit die centrische Lage verlor und umkippte und zersprang; doch würden sich, im Fall sich ein besonderes Interesse für die Vervollkommnung dieses Versuches darbieten sollte, die dazu erforderlichen Vorkehrungen ohne Zweifel leicht treffen lassen. Die Blasen aus Glycerin-Flüssigkeit und aus Saponin-Lösung zeigen bei diesem Versuche kein wesentlich verschiedenes Verhalten.

IV. *Ueber den Zusammenhang der galvanischen Induction mit den elektrodynamischen Erscheinungen; von E. Edlund.*

1.

Zwei Jahre nach Faraday's wichtiger Entdeckung der galvanischen Induction stellte Lenz folgende allgemeingültige Regel für die Bestimmung der Richtung des In-

ductionsstromes auf: Wenn man durch mechanische Mittel einen metallischen Leiter *B* in der Nähe eines galvanischen Stromes *A* in Bewegung setzt, so entsteht in dem Leiter *B* ein Inductionsstrom, dessen Richtung so ist, dafs der Leiter *B* in Folge der elektrodynamischen Wirkung zwischen dem Inductionsstrom und dem galvanischen Strom *A* eine entgegengesetzte Bewegung von der, die ihm durch mechanische Mittel gegeben worden, erhalten würde. Hiebei wird jedoch vorausgesetzt, dafs der Leiter sich nur in der fraglichen Richtung hin- und herbewegen könne [1]). Diese Regel für die Bestimmung der Richtung der Inductionsströme gründete Lenz auf praktische Versuche, die theils von ihm, theils von andern angestellt waren. Ihre Gültigkeit hat demnach ausschliefslich auf empirischen Gründen beruht. Inzwischen ist es leicht mittelst der mechanischen Wärmetheorie zu beweisen, dafs der betreffende Zusammenhang der Induction mit den elektrodynamischen Erscheinungen nothwendig stattfinden mufs, wenn nicht die Natur mit sich selbst in Widerspruch kommen soll.

Wir denken uns zwei geschlossene Systeme linearer Leiter *A* und *B*, deren ganzer Leitungswiderstand resp. l und l_1 ist. Ferner nehmen wir an, ein Strom von der Stärke J gehe durch *A* und von der Stärke J_1 durch *B*. Wenn diese Ströme keine äufsere Arbeit verrichten, besteht ihre ganze Thätigkeit darin, dafs sie in den Leitungen Wärme entwickeln. Wir nehmen jetzt an, dafs die beiden Leitungen einander nahe seyen, und das die eine *B* in einer bestimmten Richtung beweglich sey. Wenn nun die Leitung *B* durch eine äufsere Kraft in dieser Richtung verrückt wird, und die elektrodynamische Wirkung zwischen den beiden Strömen eine Componente hat, die *B* in derselben Richtung fortzubegen sucht, so bringen die Ströme aufser Wärmeentwickelung auch eine äufsere Arbeit hervor. Die elektrodynamische Wirkung zwischen den Strömen hat nämlich dazu beigetragen, die Leitung *B* in die ge-

1) Pogg. Ann. Bd. 31, S. 483.

nannte Richtung zu führen, hat demnach eine mechanische Arbeit verrichtet. Die Wärmeentwickelung wird natürlich dann geringer, als wenn die beiden Leitungen fortwährend in Ruhe wären. Aber eine Verminderung der producirten Wärmemenge kann, wie weiter unten gezeigt werden soll, nur dadurch bewirkt werden, dafs durch die Veränderung der relativen Lage der Leiter zu einander Ströme erzeugt werden, die in entgegengesetzter Richtung gegen die ursprünglichen gehen. Anstatt der Stromstärken J und J_1 erhält man deshalb $J-i$ und J_1-i_1, wenn man mit i und i_1 die Ströme bezeichnet, die auf diese Weise entstehen.

Wir bezeichnen mit G die Componente in der genannten Richtung der elektrodynamischen Wirkung, die die Leiter A und B auf einander ausüben, wenn Ströme von der Stärke Eins durch dieselben gehen. Wenn der Leiter B sich im Zeitelement dt um das Wegelement dx in der mehrgenannten Richtung fortbewegt, so bringen die Ströme aufser Wärmeentwickelung eine äufsere mechanische Arbeit hervor, die mit

$$G(J-i)(J_1-i_1)\,dx$$

ausgedrückt wird. Nimmt man nun den Unterschied zwischen der Wärmemenge, die in dem Zeitelemente dt producirt wird, wenn die Leitungsbahnen in Ruhe sind, und derjenigen, die in derselben Zeit entsteht, wenn B in der erwähnten Richtung fortbewegt wird, und multiplicirt diesen Unterschied mit dem mechanischen Aequivalent der Wärme, so mufs das Product der äufseren mechanischen Arbeit gleich seyn.

Die Wärmemenge, die von dem Strome in der Leitung in Folge des Widerstandes erzeugt wird, ist dem Quadrate der Stromstärke, mit dem Widerstande multiplicirt, proportional. Wenn k die Wärmemenge bedeutet, die solchergestalt in der Zeiteinheit in einem Leiter erzeugt wird, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, falls durch denselben ein Strom geht, dessen Stärke $=1$ ist, so wird diese Wärmemenge, wenn die Stromstärke J

und der Widerstand l ist, $= k l J^2$. Dieses Gesetz der Wärmeentwickelung gilt für alle Verhältnisse. Mittelst dieses und eines andern Erfahrungssatzes, dessen Richtigkeit übrigens aus der mechanischen Wärmetheorie hervorgeht, habe ich in einem vorhergehenden Aufsatze bewiesen, daſs an der Stelle, wo die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat, eine Wärmemenge verbraucht wird, die der Constanten k, multiplicirt mit dem Producte aus der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke, gleich ist, wenn nämlich der Strom in der Richtung geht, die die elektromotorische Kraft fordert; wogegen eine eben so groſse Wärmemenge erzeugt wird, wenn der Strom in entgegengesetzter Richtung geht [1]). Dasselbe Gesetz kann ohne Hülfe von Erfahrungssätzen aus der von mir aufgestellten Theorie der elektrischen Erscheinungen deducirt werden [2]). Wenn die beiden Leitungsbahnen in Ruhe sind, wird demnach in Folge des Widerstandes, den der Strom erfährt, eine Wärmemenge erzeugt, die in der Leitung A gleich $k l J^2$ und in der Leitung B gleich $k l_1 J_1^2$ ist. Dagegen wird in der ersten Leitung die Wärmemenge $k E J$ und in der zweiten die Wärmemenge $k E_1 J_1$ verbraucht, wenn E und E_1 die elektromotorischen Kräfte bezeichnen. Aber $E = l J$ und $E_1 = l_1 J_1$. Die verbrauchte Wärmemenge ist demnach gleich der erzeugten, und in Folge dessen die Wärmemenge, die der Strom im Ganzen hervorbringt, gleich Null. Die einzige Wärme, die in den Leitungen entsteht, ist die, die durch die chemischen Processe in den Elektromotoren hervorgebracht wird, im Fall hydroelektrische Säulen benutzt werden. Diese Wärme macht aber das Aequivalent dieser Processe aus, und würde eben so groſs seyn, wenn dieselben Processe stattfänden, ohne daſs ein Strom da wäre.

1) *Oefversigt af K. Vetenskaps Ak. Förh.* Pogg. Ann. Bd. 137. *Phil. Mag.* (4) 38. *Arch. des sciences phys. et nat. T.* 36. *Annales de chimie et de phys.* (4) *T.* 18.

2) *Théorie des phénomènes électriques p.* 45. *K. Vetenskaps Akad. Handlingar Bd.* 12, *No.* 8.

Während der Induction ist dagegen die Stromstärke resp. $J - i$ und $J_1 - i_1$. Die Wärmemenge, die diese Ströme in Folge des Widerstandes erzeugen, ist demnach resp. $kl(J-i)^2$ und $kl_1(J_1-i_1)^2$. Die in den Elektromotoren verbrauchte Wärmemenge ist dagegen resp. $klJ(J-i)$ und $kl_1J_1(J_1-i_1)$. Diese letzteren sind gröfser als die ersteren, wefshalb in diesem Falle im Ganzen ein Verbrauch von Wärme stattfindet. Subtrahirt man die erzeugte Wärmemenge von der verbrauchten, so findet man, dafs in beiden Leitungen zusammen ein Wärmeverbrauch stattfindet, der $= k(lJi - li^2 + l_1J_1i_1 - l_1i_1^2)$ ist. Multiplicirt man diesen Ausdruck mit dt, so erhält man den Wärmeverbrauch in diesem Zeitelemente, und wenn man endlich dieses Product mit dem mechanischen Wärmeaequivalent A multiplicirt, so bekommt man eine Gröfse, die der oben angegebenen mechanischen Arbeit gleich seyn mufs. Man bekommt auf diese Weise:

$$Ak(lJi - li^2 + l_1J_1i_1 - l_1i_1^2)\,dt = G(J-i)(J_1-i_1)\,dx.$$

Wenn die Leitung B sich mit der Geschwindigkeit w bewegt, so ist $\frac{dx}{dt} = w$. Setzt man überdiefs $\frac{1}{Ak} = 2\varepsilon$, so erhält man hieraus:

$$lJi - li^2 + l_1J_1i_1 - l_1i_1^2 = 2\varepsilon G(J-i)(J_1-i_1)w \quad (1).$$

Wenn die Leitungsbahn B, anstatt in der oben angeführten Richtung gerückt zu werden, von einer äufseren mechanischen Kraft mit derselben Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung geführt wird, so wird eine gewisse mechanische Arbeit durch die gegenseitige Einwirkung der Ströme auf einander verbraucht. Die elektrodynamische Thätigkeit zwischen den Strombahnen sucht in diesem Falle die Bewegung zu hindern, die B von der äufseren mechanischen Kraft erhält. Die Wärmeentwicklung mufs dann selbstverständlich gröfser werden, als wenn die Leitungsbahnen in Ruhe verbleiben. Es mufs nämlich in den Leitungen eine Wärmemenge entstehen, die der von den elektrodynamischen Kräften verbrauchten

mechanischen Arbeit aequivalent ist. Dieses kann nur dadurch geschehen, dafs Inductionsströme erregt werden, die in derselben Richtung wie die Ströme J und J_1 gehen. Nennt man diese Ströme i_2 und i_3, so wird demnach die Stromstärke resp. $J + i_2$ und $J' + i_3$. Die äufsere verbrauchte mechanische Arbeit wird in diesem Falle

$$G(J + i_2)(J_1 + i_3)\,dx;$$

die in den Elektromotoren verbrauchte Wärme

$$k(lJ^2 + lJi_2 + l_1J_1^2 + l_1J_1i_3)\,dt;$$

und die Wärme, die die Ströme erzeugen,

$$k(lJ^2 + 2lJi_2 + li_2^2 + l_1J_1^2 + 2l_1J_1i_3 + l_1i_3^2)\,dt,$$

welche Quantität gröfser ist als die zunächst vorhergehende. Mit Beibehaltung derselben Bezeichnung, wie vorhin, erhält man auf diese Weise:

$$lJi_2 + li_2^2 + l_1J_1i_3 + l_1i_3^2 = 2\varepsilon G(J + i_2)(J_1 + i_3)w \quad (2).$$

Man kann sich leicht davon überzeugen, dafs die Veränderung der Wärmeproduction in den Leitungsbahnen, die nothwendig stattfinden mufs, da die Ströme äufsere mechanische Arbeit verrichten oder verbrauchen, *nur* durch die Hervorrufung der genannten Inductionsströme bewirkt werden kann. Der Wärmeverbrauch in der Säule ist, wie gesagt, $= kEJ$, und die vom Strome in Folge des Widerstandes erzeugte Wärmemenge $= klJ^2$, wenn k, E, J und l dieselbe Bedeutung wie vorhin haben. Weil $kEJ = klJ^2$, wird die Production und Consumtion der Wärme gleich grofs. Diese Gleichheit zwischen beiden mufs eine Veränderung erleiden, wenn die Ströme äufsere Arbeit verrichten oder verbrauchen. Eine solche Veränderung aber könnte nicht auf die Weise hervorgebracht werden, dafs die elektromotorische Kraft der Säule dadurch verändert würde, dafs die Ströme äufsere Arbeit verrichteten oder verbrauchten, denn wenn diese Kraft z. B. mE würde, würde die Stromstärke zu gleicher Zeit mJ werden, und demnach der Wärmeverbrauch in der Säule km^2EJ und die in der Leitung in Folge des Widerstandes erzeugte

Wärmemenge $m^2 k l J^2$. Die erzeugte Wärmemenge wäre demnach fortwährend der verbrauchten gleich. Auf dieselbe Weise würde auch eine Veränderung des Widerstandes nicht zu dem gewünschten Ziele führen können; denn wenn l zu $m l$ verändert würde, würde die Stromstärke $\frac{J}{m}$ werden, die erzeugte Wärmemenge $\frac{kJ^2 l}{m}$ und die in der Säule verbrauchte $\frac{kEJ}{m}$. Sie wären demnach fortwährend gleich grofs. Ueberdiefs ist es an und für sich durchaus undenkbar, dafs die elektromotorische Kraft in der Säule oder der Widerstand dadurch verändert werden könnte, dafs die Ströme äufsere mechanische Arbeit verrichteten oder verbrauchten. Die einzige Möglichkeit eine Production oder Consumtion der Wärme zu bewirken, während die Ströme äufsere mechanische Arbeit verbrauchen oder erzeugen, wird demnach, dafs Inductionsströme entstehen, die zu den ursprünglichen addirt oder von denselben subtrahirt werden. Die galvanische Induction ist also in dem vorliegenden Fall eine Nothwendigkeit.

Die beiden Gleichungen (1) und (2) geben an, auf welche Weise die Inductionströme i, i_1, i_2 und i_3 in den beiden Inductionsfällen von G und w, sowie von den inducirenden Stromstärken J und J_1 und den Widerständen l und l_1 abhängig sind. Diese Gleichungen drücken die mathematischen Bedingungen aus, denen nach der mechanischen Wärmetheorie Genüge geleistet werden mufs.

Wenn $J_1 = J$ und $l_1 = l$, so ist auch $i_1 = i$, und man bekommt dann aus der Gleichung (1):

$$2lJi - 2li^2 = 2\varepsilon G (J - i)^2 w;$$

oder

$$l(J - i)\, i = \varepsilon G (J - i)^2 w.$$

Weil $J - i$ nicht $= 0$ werden kann, so bekommt man hieraus:

$$li = \varepsilon G (J - i) w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Aus der Gleichung (2) bekommt man auf dieselbe Weise:

$$li_2 = \varepsilon G (J + i_2) w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Nun ist in dem vorigen Falle $J - i$ und in dem letzten $J + i_2$ die Stromstärke, die *wirklich* inducirt; die ursprüngliche Stromstärke J ist durch die Reaction zu $J - i'$ und $J + i_2$ verändert worden. Hieraus folgt demnach, daſs der Inductionsstrom, mit dem Leitungswiderstande der Inductionsbahn multiplicirt, dem Producte aus εG und der während der Induction wirklich inducirenden Stromstärke gleich ist.

Was die Richtung der beiden gleich groſsen Inductionsströme i betrifft, so geht jeder von diesen in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom J, der in derselben Leitungsbahn läuft, wogegen die beiden gleichen Inductionsströme i_2 in derselben Richtung wie die beiden letzteren gehen.

Das eben erhaltene Resultat hinsichtlich der Gröſse der Inductionsströme gilt ohne Weiteres nur für den Fall, für welchen es bewiesen worden ist, nämlich wenn $J_1 = J$ und $l_1 = l$ ist. Es läſst sich jedoch beweisen, daſs dasselbe allgemein gültig ist.

Die Gleichung (1) kann unter der Form

$$\frac{l i}{J_1 - i_1} + \frac{l_1 i_1}{J - i} = 2 \varepsilon G w$$

geschrieben werden.

$2 \varepsilon G w$ ist von den betreffenden Stromstärken, sowie auch von den Widerständen l und l_1 unabhängig. Es ist klar, daſs i dieselbe Function von $J_1 - i_1$ und l seyn muſs, die i_1 von $J - i$ und l_1 ist. Man kann also schreiben $i = F(J_1 - i_1, l)$ und $i_1 = F(J - i, l_1)$, wo F das Functionszeichen bedeutet. Auſserdem ist zu bemerken, daſs man dem Strome $J_1 - i_1$ durch Veränderung der elektromotorischen Kräfte der Säulen jeden beliebigen Werth geben kann, während man für $J - i$ einen bestimmten Werth beibehält. Diese beiden Stromstärken können demnach als von einander unabhängig betrachtet werden. Der Widerstand l ist natürlich auch von dem Widerstande l_1 unabhängig. Soll demnach die Summe der beiden Glieder auf der linken Seite der Gleichung stets unveränderlich

bleiben, so mufs jedes einer und derselben Constante gleich seyn, und diese Constante ist $= \varepsilon G w$. Die allgemeinen Ausdrücke für die beiden Inductionsströme werden demnach:

$$l i = \varepsilon G w (J_1 - i_1) \text{ und } l_1 i_1 = \varepsilon G w (J - i) \quad (5).$$

Auf dieselbe Weise bekommt man aus der Gleichung (2)

$$l i_2 = \varepsilon G w (J_1 + i_3) \text{ und } l_1 i_3 = \varepsilon G w (J + i_2) \quad (6).$$

Wenn nun in der Gleichung (1) $J_1 = 0$ macht, so wird der Inductionsstrom i_1 allein in seiner Leitungsbahn. Dieses ist demnach der gewöhnliche Inductionsfall, wenn ein Strom J in einem nahe liegenden Leiter inducirt. i_1 ist der primäre Inductionsstrom und i der Inductionsstrom zweiter Ordnung.

Man hat in dem ersten Inductionsfalle $l i = \varepsilon G (J_1 - i_1)$. Wenn nun J_1 kleiner als i_1 gemacht wird, so ersieht man hieraus, dafs i die Richtung verändert. So lange $J_1 > i_1$, geht der Inductionsstrom i in entgegengesetzter Richtung gegen J. Wenn $J_1 = 0$ gemacht wird, bekommen J und i dieselbe Richtung. Die Stromstärke, die in der Leitung B inducirt wird, wenn $J_1 = 0$, ist demnach in Wirklichkeit $J + i$. Die Gröfse der Inductionsströme in dem vorliegenden Fall, wenn nämlich $J_1 = 0$ ist, wird demnach ausgedrückt durch:

$$l i = \varepsilon G w i_1 \text{ und } l_1 i_1 = \varepsilon G w (J + i) \quad . \quad (6a).$$

Wenn $J_1 = 0$ in dem zweiten Inductionsfalle gemacht wird, so bekommt man auf dieselbe Weise:

$$l i_2 = \varepsilon G w i_3 \text{ und } l_1 i_3 = \varepsilon G w (J = i_2) \quad . \quad (7).$$

Der Inductionsstrom i_1 in der Gleichung (1) geht in entgegengesetzter Richtung gegen J_1; der Inductionsstrom i_3 in der Gleichung (2) aber geht in derselben Richtung wie J_1, und diese Inductionsströme ändern die Richtung nicht, wenn $J_1 = 0$ wird. Die elektrodynamische Wirkung zwischen dem inducirenden Strome J und dem Inductionsstrome i_1 im ersten Falle, sowie auch zwischen J und i_3 in dem anderen Falle hat demnach eine entgegengesetzte Richtung gegen die, worin der Leiter B bei diesen Inductionen geführt worden ist. Die von Lenz

aufgestellte empirische Regel erweist sich demnach in theoretischer Hinsicht als vollkommen richtig.

Die Inductionsströme zweiter Ordnung i und i_2 sind unter gewöhnlichen Verhältnissen im Vergleich zu i_1 und i_3 sehr klein. Wenn man deſshalb diese Inductionsströme auſser Acht läſst, so bekommt man aus den Gleichungen (6) und (7)

$$l_1 i_1 = \varepsilon G w J \text{ und } l_1 i_3 = \varepsilon G w J \quad . \quad . \quad (8).$$

Auſserdem daſs die beiden Inductionsströme dem Obigen gemäſs entgegengesetzte Richtung haben, sind sie unter dieser Annahme quantitativ gleich; sie sind der inducirenden Stromstärke J und der Geschwindigkeit w gerade, sowie dem Widerstande l_1 umgekehrt proportional. Wenn die inducirende elektromotorische Kraft e genannt wird, so ist $e = l_1 i_1 = l_1 i_3$. Diese Kraft ist demnach von dem Widerstande in der Leitungsbahn unabhängig. Wenn man die obigen Gleichungen mit dt multiplicirt, so bekommt man, weil $w = \frac{dx}{dt}$ ist, als Ausdruck für den ganzen Inductionsstrom, wenn der Leiter B von der einen Stelle nach der anderen gerückt wird:

$$l_1 \int i_1 \, dt = \varepsilon J \int G \, dx.$$

Der totale Inductionsstrom, der entsteht, wenn der Leiter B sich von einer Stelle nach einer andern bewegt, ist demnach einzig und allein von der Lage des Leiters bei dem Anfang und dem Ende der Bewegung abhängig, beruht aber nicht auf der Geschwindigkeit und dem Wege, den der Leiter während der Bewegung gegangen ist.

Alle diese Sätze sind durch die Erfahrung bestätigt worden. Deſsungeachtet können sie doch nur als approximativ betrachtet werden. Die Uebereinstimmung mit der Erfahrung gründet sich nur darauf, daſs die Inductionsströme zweiter Ordnung unter gewöhnlich vorkommenden Verhältnissen so klein sind, daſs ihre Wirkungen innerhalb der Gränze der Beobachtungsfehler fallen.

Wenn man aus den Gleichungen (7) i eliminirt, so erhält man:

$$i_1 = \frac{\varepsilon l G w J}{l l_1 - \varepsilon^2 G^2 w^2} \text{ und } i_2 = \frac{\varepsilon l G w J}{l l_1 - \varepsilon^2 G^2 w^2} \quad (9).$$

Diese Gleichungen geben die wahren Werthe der Inductionsströme an. Hieraus sieht man, dafs die Inductionsströme in den beiden Inductionsfällen unter übrigens gleichen Umständen gleich grofs sind; sie sind der inducirenden Stromstärke J proportional; sie sind aber nicht der Geschwindigkeit w gerade und dem Widerstande l_1 umgekekrt proportional. Die inducirte elektromotorische Kraft ist demnach nicht von dem Widerstande des Leiters unabhängig, noch der ganze Inductionsstrom, der entsteht, wenn der Leiter B sich von einer Stelle nach der anderen bewegt, von der Lage des Leiters bei dem Anfang und dem Ende der Bewegung ausschliefslich abhängig, sondern derselbe beruht auch auf der Geschwindigkeit, mit der die Bewegung geschieht.

Dieses mufs nun um so mehr der Fall seyn, wenn inducirende Ströme durch beide Leitungen A und B gehen. In dem ersten der beiden Inductionsfälle hat man im Allgemeinen:

$$l_1 i_1 = \varepsilon G w (J - i) \text{ und } l i = \varepsilon G w (J_1 - i_1).$$

Wenn i eliminirt wird, so erhält man hieraus:

$$i_1 = \frac{\varepsilon G w (l J - \varepsilon G w J_1)}{l l_1 - \varepsilon^2 G^2 w^2}.$$

In dem anderen der beiden Inductionsfälle bekommt man dagegen:

$$l_1 i_3 = \varepsilon G w (J + i_2) \text{ und } l i_2 = \varepsilon G w (J_1 + i_3).$$

Wenn man i_2 aus diesen Gleichungen eliminirt, so wird:

$$i_3 = \frac{\varepsilon G w (l J + \varepsilon G w J_1)}{l l_1 - \varepsilon^2 G^2 w^2}.$$

Die beiden Inductionsströme, die durch die Leitung B gehen, sind also in diesem Falle nicht einmal gleich grofs. Die inducirte elektromotorische Kraft ist sowohl von l als auch von l_1 abhängig, und die Gröfse des inducirten

Stromes, der entsteht, wenn der Leiter *B* von der einen Stelle nach der andern geführt wird, ist von der Geschwindigkeit abhängig, mit der die Bewegung geschieht.

2.

Dem obigen von Lenz aufgestellten Erfahrungssatze über die Richtung der Inductionsströme hat Herr. F. E. Neumann die Annahme hinzugefügt, dafs die Stärke des Inductionsstromes in jedem Zeitmoment der Geschwindigkeit des Leiters in demselben Zeitmoment proportional sey, und auf Grund dieser beiden Sätze hat er sein bekanntes Inductionsgesetz aufgestellt, welches folgendermafsen ausgedrückt werden kann[1]): Die in einem Elemente des bewegten Leiters inducirte elektromotorische Kraft ist gleich einer Constante E, multiplicirt mit der Geschwindigkeit des Elements und mit der nach der negativen Richtung der Bewegung zerlegten elektrodynamischen Wirkung des inducirenden Stromes auf das Element, dieses durchströmt gedacht von einem positiven Strome mit der Stärke $=1$.

Wenn s die Inductionsbahn bezeichnet, ds ein Element derselben, und ferner Eds die in demselben Element inducirte elektromotorische Kraft, J die inducirende Stromstärke, w die Geschwindigkeit, mit der das Element sich bewegt, und gds die nach dieser Bewegungsrichtung zerlegte elektrodynamische Wirkung der inducirenden Bahn auf das inducirte Bahnelement, wenn man sich vorstellt, dafs Ströme von der Stärke 1 durch beide Bahnen gehen, so wird Neumann's Inductionsgesetz folgendermafsen ausgedrückt:

$$Eds = -\varepsilon g w J ds..$$

Neumann sagt ausdrücklich in seiner Abhandlung S. 2, dafs er keine Rücksicht auf die Reaction des Inductionsstromes auf den inducirenden genommen habe. Wenn man demnach Neumann's Formel mit der vorstehenden theoretischen Deduction der Inductionsgesetze vergleichen will, mufs man folglich von der Gleichung (8) ausgehen, in

1) Abhandl. d. K. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1845.

der die Inductionsströme zweiter Ordnung vernachlässigt worden sind. Durch Differentiation dieser Gleichungen in Bezug auf s erhält man:

$$l_1 \frac{di}{ds} ds = \varepsilon w J \frac{dG}{ds} ds.$$

Nun ist aber $\frac{dG}{ds} = g$. Man bekommt also

$$l_1 \frac{di}{ds} ds = \varepsilon w J g ds.$$

Der Inductionsstrom, der durch die Einwirkung des inducirenden Stromes auf das Element ds entsteht, ist augenscheinlich derselbe $\frac{di}{ds} ds$, und wenn dieser mit dem Widerstande l_1 in der Inductionsbahn multiplicirt wird, so bekommt man die in demselben Element inducirte elektromotorische Kraft. Nennt man diese Kraft $E ds$ und nimmt man gehörige Rücksicht auf die Richtung des Inductionsstromes, so bekommt man Neumann's Formel wieder.

Diese Formel ist demnach theoretisch richtig, wenn man keine Rücksicht auf die Reaction des Inductionsstromes auf den inducirenden Strom nimmt, oder was dasselbe ist, wenn man die Inductionsströme zweiter Ordnung vernachlässigt. Da nun aber eine solche Reaction immer stattfindet, so kann Neumann's Formel nicht für den wahren mathematischen Ausdruck des Inductionsprocesses angesehen werden.

Den richtigen Ausdruck für die Einwirkung des inducirenden Stromes auf ein Element der Inductionsbahn bekommt man dagegen durch Differentiation der Gleichung (9) in Bezug auf s. Wenn $i_0 ds$ den entstehenden Inductionsstrom bezeichnet, und man übrigens dieselben Bezeichnungen wie vorhin beibehält, so bekommt man auf diese Weise:

$$i_0 ds = \frac{\varepsilon g l w J (l l_1 + \varepsilon^2 G^2 w^2)}{(l l_1 - \varepsilon^2 G^2 w^2)^2} \quad . \quad . \quad (10).$$

Dieselben Anmerkungen, die oben über die Inductionsströme i_1 und i_3 in Veranlassung der Gleichung (9) an-

geführt worden sind, kann man auch hier rücksichtlich des elementaren Inductionsstromes $i_0 ds$ machen.

Die sogenannte Inductionsconstante ε ist gleich dem reciproken Werthe einer Zahl, die das Product ist aus zweimal dem mechanischen Wärmeaequivalent und der Wärmemenge, die in einem Leiter von dem Widerstande Eins, während der Zeiteinheit, erzeugt wird, wenn die Einheit der Stromstärke durch denselben geht.

Stockholm, im September 1875.

V. *Mittheilungen aus dem mineralogischen Institut der Universität Strafsburg.*

(Fortsetzung von Bd. 152, S. 249 ff.)

---

8. Ueber die Elasticität des Steinsalzes; von P. Groth.

(Aus den Monatsber. d. Berl. Akad. vom Verf. mitgetheilt.)

Während die regulär krystallisirenden Substanzen in Bezug auf die Fortpflanzung des Lichtes isotrop sind, kann es zweifelhaft erscheinen, ob die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall in denselben fortpflanzt, ebenfalls nach allen Richtungen den gleichen Werth besitze. Vielmehr deutet die von der Richtung abhängige Aenderung der Cohäsion, wie sie sich durch die Spaltbarkeit der Krystalle documentirt, auf eine entsprechende Verschiedenheit des Elasticitätscoëfficienten nach verschiedenen Richtungen hin, aus welcher dann eine Differenz der Schallgeschwindigkeit nothwendig folgen würde. Dafs eine kreisförmige Klangscheibe, aus Steinsalz parallel einer Würfelfläche geschnitten, und in der bekannten Weise in Schwingungen versetzt, eine kreisförmige Klangfigur, wie ein amorpher Körper, giebt, beweist nicht die Gleichheit der Schallgeschwindigkeit in allen Radien der Platte,

da sich nach der Symmetrie des Krystalls, welche die geometrische und physikalische Gleichwerthigkeit der drei Hauptaxen bedingt, in jener Ebene zwei auf einander senkrechte Radien befinden müssen, in welchen jene Geschwindigkeit gleich ist. Eine solche Klangscheibe kann nicht aufgefaſst werden als aus Stäben bestehend, die den Radien entsprechen, und welche in ihrer Bewegung von einander unabhängig wären.

Hr. Neumann (vergl. die unten citirte Arbeit des Hrn. Voigt) hat nun eine Theorie der Elasticität der regulären Krystalle aufgestellt, der zu Folge der Elasticitätscoëfficient in derselben parallel den drei Hauptaxen gleich groſse Maxima oder Minima besitzt, und mit der Richtung sich nach einem Gesetz ändert, welches der Symmetrie der Krystalle entspricht, so daſs die Elasticitätsfläche symmetrisch ist zu allen geometrischen Symmetrieebenen.

Diese Theorie hat Hr. Voigt (Untersuchung über die Elasticitätsverhältnisse des Steinsalzes, Dissert. L. 1874, d. Ann. Ergbd. VII, 1) einer eingehenden experimentellen Prüfung unterzogen, indem er die elastische Biegung sehr dünner *Steinsalz*stäbchen, nach den verschiedensten Richtungen geschnitten, untersuchte, und bewies, daſs in der That jene, *a priori* schon so einleuchtende, Theorie mit der Erfahrung übereinstimmt; er fand, daſs der Elasticitätscoëfficient dieser Substanz sey:

in der Normalen zur Hexaëderfläche: 4,17 Millionen Grm.,
„ „ „ „ Dodekaëderfläche: 3,40 „ „
„ „ „ „ Octaëderfläche: 3,18 „ „

Unter vielen andern Schwierigkeiten, welche diese auſserordentlich mühsame Untersuchung bereitete, fallen besonders auf die eigenthümlichen Verhältnisse des Biegungsrückstandes, welche wohl mit der Eigenschaft des Steinsalzes, welche uns die Untersuchungen des Hrn. Reusch kennen gelehrt haben, zusammenhängen dürften, nämlich der, daſs parallel den Flächen des Dodekaëders besonders leicht ein Gleiten der Theilchen stattfindet.

Bei der grofsen experimentellen Schwierigkeit des von Hrn. Voigt eingeschlagenen Weges dürfte es vielleicht nicht ganz überflüssig erscheinen, die Resultate derselben noch nach einer andern, und zwar sehr einfachen, Methode zu bestätigen. Nach dem Vorschlage meines Collegen Hrn. Warburg's, welcher mich freundlichst durch seinen Rath unterstützte, habe ich mich der von ihm zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in weichen Körpern benutzten Methode (Pogg. Ann. Bd. 136) bedient, welche darin besteht, dafs der Stab, dessen Schallgeschwindigkeit bestimmt werden soll, durch einen Steg mit einem gröfseren (in meinen Versuchen ein Messingstab von 631 Millim. Länge) verbunden, und durch diesen in Transversalschwingungen versetzt wird, indem man den letzteren anstreicht. Durch aufgestreuten Sand wurden die Schwingungsknoten beider erkennbar gemacht, und aus den Abständen dieser auf beiden Stäben und den Dicken ergiebt sich das Verhältnifs der Schallgeschwindigkeit in denselben. Hat man nun ein Steinsalzstäbchen von passender Dicke, dessen Oberfläche parallel einer Hexaëderfläche und dessen Längsaxe einer Hauptaxe entspricht, ferner ein zweites, dessen Oberfläche die gleiche, dessen Längsaxe aber 45° mit den beiden Hauptaxen, in deren Ebene sie liegt, bildet, und bestimmt von beiden die relative Schallgeschwindigkeit in Bezug auf jenen Messingstab, so ergiebt sich aus dem Verhältnifs der beiden gefundenen Zahlen, da die Schallgeschwindigkeit des Messingstabes eliminirt wird, dasjenige der Schallgeschwindigkeit des Steinsalzes in der Normale zur Würfelfläche zu der in der Normale zur Dodekaëderfläche. Aus diesem folgt aber unmittelbar das Verhältnifs der Elasticitätscoëfficienten in denselben beiden Richtungen.

Die Bedingung zur Benutzung der von Hrn. Warburg l. c. aufgestellten Formel besteht darin, dafs die zu untersuchenden Stäbe dünn genug sind, um mehrere Schwingungsknoten zu zeigen, so dafs zwischen der gemessenen schwingenden Abtheilung und dem befestigten Ende noch

wenigstens ein Knoten liegt. Bei den bei meinen Versuchen obwaltenden Verhältnissen ergab sich der Fehler, der durch die Art der Verbindung der einzelnen Theile des tönenden Systems hervorgebracht werden konnte, kaum von der Gröfse des wahrscheinlichen Fehlers der Messungsresultate der Länge einer schwingenden Abtheilung, und, da dieser äufserst klein war, auf das Endresultat ohne allen Einflufs.

Die gröfste Schwierigkeit lag in der Anfertigung der Steinsalzstäbe in den erforderlichen Dimensionen, etwa $\frac{1}{2}$ Millim. dick, bei einer Länge von 70 bis 80 Millim. Hrn. Steeg in Homburg verdanke ich die Herstellung von vier Stäben, welche den gestellten Bedingungen in ausgezeichneter Weise genügten. Dieselben waren, wie es bei der Beschaffenheit des Steinsalzes nicht anders möglich, durch den beim Schleifen und Poliren ausgeübten Druck schwach doppelbrechend, aber alle, und in ihrer ganzen Ausdehnung, gleichartig, und diese Doppelbrechung ist durch die Versuche nicht geändert worden. Es handelte sich nun hauptsächlich darum, ob der Abstand der Knoten auf denselben bis auf 2 bis 3 Zehntelmillim. und die Dicke auf 0,01 Millim. genau bestimmt werden konnten, denn nur in diesem Falle ist, wie die Rechnung lehrte, durch diese Methode die Frage sicher zu entscheiden, ob der Elasticitätscoëfficient in den beiden Richtungen wirklich verschieden, und welches der gröfsere von beiden ist. Es ergab sich nun, dafs die Genauigkeit, welche hierbei erreicht werden kann, eine viel gröfsere ist, als zu diesem Zwecke genügt. Um dies zu beweisen, sey hier eine vollständige Messungsreihe mitgetheilt:

Länge der schwingenden Abtheilung:

	30,0 Millim.
	30,2 „
	30,2 „
	30,1 „
	30,2 „
	30,1 „
	30,1 „
	30,2 „
	30,0 „
	30,1 „
	30,1 „
	30,1 „
Mittel	30,12 Millim.

Die ersten sechs Messungen wurden angestellt nachdem jedesmal die Figuren von Neuem hervorgebracht worden waren; nach der sechsten Messung wurde der Stab abgenommen und so aufgekittet, daſs die vorher oben befindliche Fläche nunmehr unten lag, und alsdann ebenso, wie vorher, sechs Messungen ausgeführt.

Die Bestimmungen der Dicke mit dem Sphärometer ergaben, daſs die Stäbe stets ein wenig keilförmig waren; es wurde daher die Dicke an drei Stellen gemessen, am Anfang, Mitte und Ende der gemessenen schwingenden Abtheilung, und alsdann das arithmetische Mittel dieser 3 Zahlen als mittlere Dicke der schwingenden Abtheilung angenommen. So wurden z. B. durch viermaliges Messen an demselben Stabe, von welchem oben die Messungen der schwingenden Abtheilung mitgetheilt wurden, gefunden:

	Dicke.	Mittlere Dicke.
Anfang:	0,538	
Mitte:	0,536	0,534 Millim.
Ende:	0,528	
Anfang:	0,538	
Mitte:	0,536	0,535 „
Ende:	0,532	
Anfang:	0,546	
Mitte:	0,530	0,535 „
Ende:	0,530	
Anfang:	0,542	
Mitte:	0,534	0,537 „
Ende:	0,534	

Aus diesen Messungen ersieht man, daſs deren Genauigkeit weit gröſser ist, als nach den obigen Angaben genügt, den Sinn der Verschiedenheit des Elasticitätscoëfficienten nach verschiedenen Richtungen festzustellen, und die Methode somit geeignet ist, für das Verhältniſs der Werthe desselben angenäherte Zahlen zu liefern.

Es wurden nun Messungen angestellt:

I) mit zwei Stäben von 0,386, resp. 0,560 Millim. Dicke, die Längsaxe des einen senkrecht zur Würfel-, die des andern senkrecht zur Dodekaëderfläche;

II) mit zwei Stäben mit denselben Längsaxen, welche aber zusammen abgeschliffen waren, und also nur so wenig verschiedene Dicke besaſsen, als der Verschiedenheit der Kittschicht, mit welcher sie zum Schleifen aufgeklebt waren, entsprach; die Dicke desjenigen $\perp \infty 0 \infty$ betrug 0,535, des $\perp \infty 0$ 0,504 Millim. Da hier die Reduction auf gleichem Durchmesser auf das Endresultat von sehr geringem Einfluſs war, so wurden mit diesen Stäbchen zwei Messungsreihen vorgenommen: II a) Messung der mittlern schwingenden Abtheilung (es entstanden bei der gewählten Tonhöhe auf allen Stäben drei Knoten);

II*b*) Messung der Summe der beiden äufsern Abtheilungen d. h. des Abstandes des zweiten Knotens vom freien Ende.

Diese Versuchsreihen ergaben nun als ***Verhältnifs des Elasticitätscoëfficienten normal zur Dodekaëderfläche, zu demjenigen in der Normalen zur Würfelfläche*** folgende Werthe:

I)	1 : 1,25
II*a*)	1 : 1,18
II*b*)	1 : 1,15
Mittel:	1 : 1,19.

Hr. Voigt fand für dasselbe Verhältnifs in drei Versuchsreihen:

	1 : 1,23
	1 : 1,22
	1 : 1,22
Mittel:	1 : 1,22.

Eine vollkommenere Bestätigung der Resultate dieses Beobachters, als die obigen, auf einem so abweichenden Wege gefundenen Zahlen sie liefern, dürfte wohl kaum zu erwarten gewesen seyn, und es ist wohl durch diese Uebereinstimmung jeder etwaige Zweifel darüber gehoben, dafs in der That ***in den regulären Krystallen der Elasticitätscoëfficient und somit die Schallgeschwindigkeit eine Function der Richtung*** sey, und dafs sich beide in einer, der Neumann'schen Theorie entsprechenden Weise, symmetrisch in Bezug auf die Symmetrieebenen der Krystalle, ändern. Darnach mufs in zwei krystallographisch gleichwerthigen Richtungen auch Gleichheit des Elasticitätscoëfficienten und der Schallgeschwindigkeit stattfinden, und die regulären Krystalle sind somit auch in Bezug auf die Elasticitätsverhältnisse dem allgemeinen Gesetz unterworfen, welches den Zusammenhang der physikalischen und geometrischen Eigenschaften regelt, und welches kurz folgendermaafsen ausgedrückt werden kann: ***Jede geometrische Symmetrieebene eines Krystalls ist zugleich eine physikalische Symmetrieebene.***

Da das Wesen des Krystalls in seiner molecularen Structur besteht, somit eine aus Quarz geschliffene Kugel durch ihre Gestaltsänderung kein amorpher Körper geworden, sondern immer noch „krystallisirter Quarz“ ist, so erscheint die äufsere Gestalt als etwas secundäres, und eine theoretisch richtige Definition eines Krystalls, welche ihn von einem amorphen Körper unterscheidet, hätte sich auf die Elasticität, als diejenige Fundamentaleigenschaft, zu gründen, welche die unmittelbarste Wirkung seiner molecularen Structur ist. Eine solche Definition würde lauten: ***Ein Krystall ist ein homogener fester Körper, dessen Elasticität sich mit der Richtung ändert.***

---

9. Ueber die Krystallform und die Circularpolarisation des kohlensauren Guanidin's; von Dr. C. Bodewig.

Das kohlensaure Guanidin $(CH^5N^3)^2H^2CO^3$, nach der Methode von Vollhard, oder nach der neuerdings von Baumann (Chem. Berichte 1874, S. 1766 u. fld.) angegebenen Methode aus Dicyandiamidin dargestellt, krystallisirt in trapez. hemiëdr. Formen des *tetragonalen* Systems.

Die gewöhnliche Form ist eine Pyramide, welche dem Oktaëder in der Gestalt sehr nahe steht und nach einem Paar paralleler Flächen tafelförmig ausgebildet ist, wie Fig. 1 zeigt. Seltener ist die Combination Fig. 2

$$P = (111),\ 2P = (221),\ 0P = (001),\ \infty P\infty = (010).$$

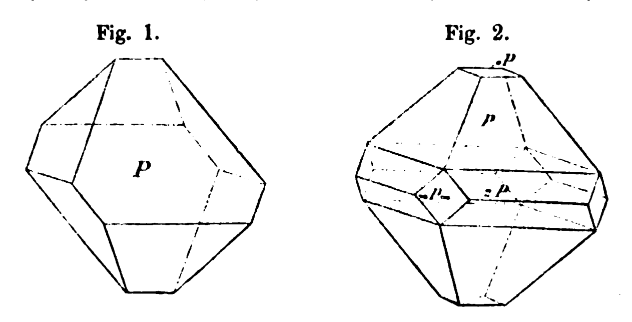


Fig. 1. Fig. 2.

Aufserdem wurden noch kleine Flächen eines rechten tetragonalen Trapezoëders beobachtet, welche aber so matt waren, dafs sie nicht gemessen werden konnten.

Winkeltabelle.

		Beobachtet	Berechnet
* P	Polkantenwinkel	= 109° 43′	
„	Seitenkantenwinkel	= 109 6	108° 59′
$P:2P$	„	= 163 54	164 2
$2P$	„	= 141 14[1]	140 54.

Spaltbarkeit nach $0P$ vollkommen, der optische Charakter ist negativ.

Brechungs-Exponenten.

Zur Bestimmung der Brechungs-Exponenten wurde ein Prisma geschliffen, dessen brechende Kante parallel einer Nebenaxe war, und dessen brechender Winkel 47° 26′ betrug. Da die Bilder des leuchtenden Spaltes jedoch zu undeutlich für Roth und Grün waren, so wurde das Prisma mit dünnen Glasplättchen belegt und ergab sich nunmehr ein brechender Winkel von 47° 11′. Um einen Vergleich über die Genauigkeit der Werthe zu besitzen, wurden die Brechungs-Exponenten für Gelb erst mit dem natürlichen Prisma, dann mit dem mit Glasplättchen bedeckten Prisma gemessen.

Gemessene Ablenkung.

Prisma ohne Glasplatten:		
Natrium-Gelb	E = 26° 10′	O = 26° 48′
Prisma mit Glasplatten:		
Natrium-Gelb	E = 26 0	O = 26 35
Lithium-Roth	E = 25 44	O = 26 20
Thallium-Grün	E = 26 13	O = 26 49.

Hieraus ergeben sich die Brechungs-Exponenten für:

1) Schimmermessung.

Lithium-Roth	Natrium-Roth	Thallium-Grün
$\varepsilon = 1,4818$	$\varepsilon = 1,4864$	$\varepsilon = 1,4899$
$\omega = 1,4922$	$\omega = 1,4963$	$\omega = 1,5003$.
	ohne Glasplatte für Gelb:	
	$\varepsilon = 1,4893$	
	$\omega = 1,5030$.	

Bestimmung der Circularpolarisation.

Die meisten Krystalle sind rechts drehend. Es fand sich in dem gesammten Materiale, etwa 50 Krystallen, welche Hr. Prof. Hoppe-Seyler mir gütigst zur Verfügung stellte, nur ein einziger links drehender. Die Bestimmung der Circularpolarisation war, wegen des schaaligen Aufbaues der Krystalle nach den Pyramidenflächen, nur an wenigen durchführbar. Zu derselben konnten Spaltungsplatten nach der Basis genommen werden, da diese in gröfster Vollkommenheit zu erhalten waren.

Linksdrehende Platte. 1,816^{mm} dick.

	Li-Roth	Na-Gelb	Th-Grün
	22° 50′	26° 0′	31° 20′
daher für 1^{mm}	12° 34′	14° 19′	17° 15′.

Rechtsdrehende Platte. 2,08^{mm} dick.

	Li-Roth	Na-Gelb	Th-Grün
	26° 15′	30° 54′	35° 9′.
daher für 1^{mm}	12° 37′	14° 51′	16° 54′.
Im Mittel für 1^{mm}	12° 35′	14° 35′	17° 4′.

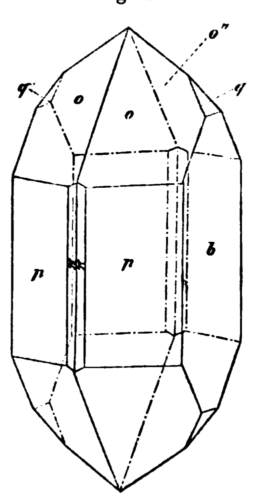
10. Ueber die Krystallform der schwefelsauren und des milchsauren Guanidin's; von Demselben.

Das schwefelsaure Guanidin $(CH^5N^3)^2H^2SO^4 + \frac{1}{2}aq$ krystallisirt in Formen des regulären Systemes und zwar zeigen die Krystalle $\infty 0$ und 0. Dieselben sind einfach brechend und *nicht* circularpolarisirend.

Das milchsaure Guanidin $(CH^5N^3C^3H^6O^3)$ krystallisirt *rhombisch* mit prismatischer Ausbildung.

Auftretende Formen (Fig. 3):

Fig. 3.



$$o = P = (111),\ q = 2\breve{P}\infty = (021),\ b = \infty\breve{P}\infty = (010)$$

$$p = \infty P = (110),\ \pi = \infty\bar{P}2 = (210)$$

$$a : b : c = 0{,}7743 : 1 : 0{,}7301.$$

Winkeltabelle.

	Gemessen	Berechnet
$b : p$ =	127° 43′	127° 45′
$b : q$ =	145 25	145 35
$b : o$ =	118 0	117 59
* $o : o$ =	124 3 (1. Polk.)	—

	Gemessen		Berechnet
$o' : o$	= 105° 15′	(schärf. Polk.)	105° 26′
* $o : p$	= 140 1		—
$o : p$[1])	= 101 9		101 4
$o : q$	= 138 32		138 36
$q : q$	= 69 6		69 10
$q : p$	= 120 11		120 20
$p : p$	= 104 32		104 30
$p : \pi$	= 163 29	approx.	163 25
$\pi : \pi$	= 137 19	approx.	137 40.

Spaltbarkeit unvollkommen nach $0P$ und $\infty P \infty$. Die Ebene der optischen Axen ist $\infty \bar{P} \infty$. Der optische Charakter der Substanz ist positiv, b ist die erste Mittellinie.

Ein Schliff parallel $\infty \breve{P} \infty$ ergab für die optischen Axen in Oel folgende Werthe bei 27° C.:

	für Li-Roth	Na-Gelb	Th-Grün
$2H_a$ =	84° 28′	84° 20′	84° 8′.

Ein Schliff parallel $0P$:

$2H_o$ =	108° 25′	108° 29′	108° 34′.

Hieraus ergiebt sich der wahre Winkel der optischen Axen

für Li-Roth	Na-Gelb	Th-Grün
79° 18′	79° 12′	79° 4′.

Doppelbrechung sehr stark.

Die Krystalle dieser beiden Substanzen wurden von Hrn. Dr. Baumann dem Verfasser übergeben.

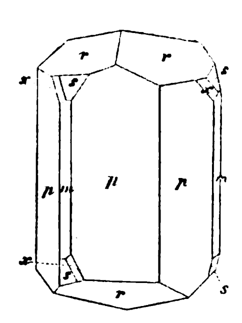
1) Rechte o-Fläche zur linken p-Fläche.

11. Ueber die Circularpolarisation des Matico-Camphers ($C_{10}H_{16}O$);
von Dr. C. Hintze.

Aus dem aetherischen Oele des in Chili und Peru einheimischen Maticostrauches schiefsen bei einigen Graden unter 0° C. Krystalle des Stearopters an, farblos und durchsichtig, die oft 2 Cm. Länge bei 5 Mm. Dicke erreichen, und deren Schmelzpunkt bei 103° C. liegt.

Dieselben sind krystallographisch von hohem Interesse, indem sie der trapezoëdrisch-tetartoëdrischen Abtheilung des hexagonalen Systems angehören.

Betrachtet wurden folgende Flächen (s. beistehende Figur).



$$p = \frac{\infty P}{4} = \frac{1}{4}(a : a : \infty a : \infty c) = \varkappa\varkappa'' (0\,1\,1\,0)$$

$$m = \frac{\infty P_2}{4} = \frac{1}{4}(a : 2a : 2a : \infty c) = \varkappa\varkappa'' (1\,2\,1\,0)$$

$$r = \frac{P}{4} = \frac{1}{4}(a : a : \infty a : c) = \varkappa\varkappa'' (0\,1\,1\,1)$$

$$s = r\,\frac{4P_2}{4} = \frac{1}{4}(a : 2a : 2a : 4c) = \varkappa\varkappa'' (2\,4\,2\,1)$$

$$x = r\,\frac{5P\frac{5}{3}}{4} = \frac{1}{4}(a : \tfrac{5}{3}a : \tfrac{5}{2}a : 5c) = \varkappa\varkappa'' (2\,5\,3\,1)$$

$$p : r = 122^{0}\,18_{1}.$$

Daraus ergiebt sich das Axenverhältnifs:

$$a : c = 3{,}1641 : 1 = 1 : 0{,}31605.$$

Winkeltabelle.

	Berechnet	Gemessen
$r : r =$	124° 52′	124° 44′
$p : r =$	—	122 18
$s : p =$	132 47	132 45
$s : m =$	141 39	—
$x : p =$	140 59	141 10
$x : r =$	149 54	149 45
$p : p =$	—	120
$p : m =$	—	150.

Die Flächen sind im Allgemeinen ziemlich glänzend, aber gerundet, namentlich die des Trigonoëders *s* und des Trapezoëders *x*. Die meisten Krystalle zeigten nur das hexagonale Prisma und das Rhomboëder. Die enantiomorphen Formen wurden nur als rechtsliegend, von dem einzig vorhandenen Rhomboëder ausgehend, gefunden, das trigonale Prisma unter dem Trigonoëder. Das Trapezoëder liegt in einer Zone mit Prisma und Trigonoëder.

Eine deutliche Spaltbarkeit ist nicht vorhanden.

Optisches Verhalten. Die Doppelbrechung ist sehr schwach und negativ. Die Brechungsexponenten für den ordentlichen (*o*) und den aufserordentlichen (*e*) Strahl wurden gefunden für die

	e	*o*
Lithium-Linie =	1,5404	1,5415
Natrium- „ =	1,5436	1,5447
Thallium- „ =	1,5476	1,5488.

Wie alle bis jetzt bekannten trapezoëdrisch-tetartoëdrisch krystallisirenden Körper ist das Matico-Stearopten circular-polarisirend. Zur Bestimmung der Circularpolarisation wurden zunächst Platten aus den Krystallen geschliffen, welche Trigonoëder- und Trapezoëderflächen besafsen. Dieselben erwiesen sich nicht als homogen, indem sich rechts- und linksdrehende Lamellen zeigten, die Hauptmasse und namentlich unmittelbar an den Trapezoëderflächen, war rechtsdrehend. Eine regelmäfsige Zwillingsverwachsung von rechten und linken Individuen, wie

beim Quarz, liefs sich nicht nachweisen, da die scheinbaren Individuen Aggregate waren, mit nicht streng parallelen Hauptaxen, was zur Folge hatte, dafs bei gekreuzten Nicols die Platten beim Drehen an verschiedenen Stellen wechselnde Farbe und Intensität zeigten. Die andern Krystalle, welche nur Prisma und Rhomboëder zeigten, waren ebenso zusammengesetzt.

Nach dem Umkrystallisiren fand sich die nicht selten gemachte Erfahrung bestätigt, dafs, je reiner der Stoff, um so einfachere Formen auftreten. Kein einziger Krystall zeigte enantiomorphe Formen, sondern nur das hexagonale Prisma und das Rhomboëder. Alle Krystalle, die ihrer Beschaffenheit nach das Schleifen gestatteten, 15 an der Zahl, erwiesen sich als homogen und linksdrehend. Der Winkel der Drehung wurde an den beiden besten Platten, nachdem ihre Dicke mit dem Sphärometer bestimmt war, gemessen, und ergab:

	I. Platte.		II. Platte.	
	für 3,855 Mm.,	also für 1 Mm.	für 2,465 Mm.,	also für 1 Mm.
roth	6° 24′	1° 40′	4° 10′	1° 42′
gelb	7 54	2 3	5 11	2 6
grün	9 28	2 27	6 8	2 29

im Mittel also für 1 Mm.

roth (Lithium - Linie) = 1° 41′
gelb (Natrium - „) = 2 4
grün (Thallium- „) = 2 28.

Hr. Prof. Flückiger, dem ich das ganze Material von Krystallen verdanke, prüfte auch die Lösung derselben auf Circularpolarisation; und fand bei concentrirten Lösungen im Wild'schen Strobometer eine schwache, einmal rechts, einmal nach links gerichtete Drehung, so dafs es scheint, als ob dieselbe nur durch beigemischte Theilchen des Oeles, aus dem der Campher krystallisirte, hervorgebracht werde, die Lösung des Camphers aber ganz der Drehung entbehre.

VI. *Die Reibungsconstanten einiger Salzlösungen und ihre Beziehungen zum galvanischen Leitungsvermögen; von O. Grotrian.*

Seitdem es gelungen ist, unter Anwendung alternirender Inductionsströme und hinreichend grofser platinirter Platinelektroden das galvanische Leitungsvermögen der Elektrolyte unter vollständigem Ausschlufs der Polarisation zu bestimmen [1]), liegt es nahe, den Grund der eigenthümlichen Aenderungen, welche das Leitungsvermögen einer Lösung durch Temperatur und Concentration erleidet, näher zu untersuchen; denn es ist von höchstem Interesse, weitere Aufschlüsse zu gewinnen über die Natur der Vorgänge, die beim Durchgange von Strömen durch zersetzbare Flüssigkeiten stattfinden.

Die dabei vom Strome geleistete Arbeit ist möglicher Weise sehr verschiedenartiger Natur. Zu der Ueberführung der Ionen kann die Ueberwindung des Widerstandes kommen, den die Flüssigkeit einer Fortbewegung ihrer eigenen Theilchen entgegensetzt. Dieser Widerstand, den man als „innere Reibung, Zähigkeit, Zähflüssigkeit, Viscosität" bezeichnet, spielt höchst wahrscheinlich eine wesentliche Rolle bei der Elektricitätsleitung durch Elektrolyte. Es ist dies eine Annahme, wie sie von Hankel, Beetz, Wiedemann [2]) gemacht ist. Zur Prüfung ihrer Richtigkeit liegen Versuche von Wiedemann [3]) vor, durch welche für verdünnte Lösungen von schwefelsaurem Kupferoxyd, salpetersaurem Kupferoxyd, salpetersaurem Silberoxyd, Kali, salpetersaurem Ammoniak sowie für verdünnte Schwefelsäure nachgewiesen ist, dafs man das galvanische

1) Diese Ann. Bd. 154, S. 6.

2) Hankel, diese Ann. Bd. 69, S. 263; Beetz, diese Ann. Bd. 117, S. 17; Wiedemann, diese Ann. Bd. 99, S. 229.

3) L. c.

Leitungsvermögen durch einen mit einer Constante multiplicirten Quotienten darstellen kann, der zum Zähler den Procentgehalt, zum Nenner die Reibungsconstante hat.

Dieser Ausdruck gestattet indessen *vorläufig* keine endgültigen Schlüsse über den Einfluſs der inneren Reibung auf das Leitungsvermögen; denn ändert sich die Concentration einer Flüssigkeit, so braucht dadurch nicht allein die Zahl der den Strom leitenden Molecüle sowie die Zähigkeit geändert zu werden, sondern es können auſserdem Aenderungen in der chemischen Constitution der Flüssigkeit eintreten, deren Einfluſs auf das galvanische Leitungsvermögen *a priori* nicht übersehen werden kann. Das von Wiedemann als Function des Procentgehaltes und der inneren Reibung dargestellte Leitungsvermögen kann also in Wirklichkeit Function von noch andern Eigenschaften der Flüssigkeit seyn, so daſs die gefundene Beziehung zwischen Leitungsvermögen, Procentgehalt und innerer Reibung zunächst nur als eine empirische anzusehen ist. Der Zusammenhang derselben mit den durch den Strom übergeführten Flüssigkeitsmengen, wie ihn Wiedemann findet, soll selbstverständlich hiermit nicht im Entferntesten in Zweifel gezogen werden.

Einfacher gestaltet sich die Sache, wenn man nach den Aenderungen fragt, welche das galvanische Leitungsvermögen und die Reibungsconstante durch die Temperatur erfährt. Allerdings können durch die Temperatur auſser der Zähigkeit noch andere Eigenschaften einer Flüssigkeit geändert werden, von denen die Gröſse des Leitungsvermögens abhängt. Ist nun auch über die Aenderung dieser Eigenschaften durch die Temperatur Nichts bekannt, so wird doch *a posteriori* auf einen wesentlichen Einfluſs der inneren Reibung auf die elektrolytischen Vorgänge geschlossen werden müssen, wenn sich durch Versuche ergiebt, *daſs die Aenderung des Leitungsvermögens mit der Temperatur die gröſste Aehnlichkeit mit der Aenderung der Reibungsconstante durch die Temperatur besitzt.*

Dieses für verschiedene Flüssigkeiten darzuthun, ist Zweck der vorliegenden Abhandlung. Gleichzeitig haben die Versuche auf einfache Beziehungen zwischen galvanischem Leitungsvermögen, Procentgehalt und Reibungsconstante geführt, die an sich als empirische zu betrachten sind, die aber durch die gleichzeitige Kenntniſs von der Aenderung der Reibungsconstante durch die Temperatur zu bemerkenswerthen Schlüssen führen.

Die Gröſse der Reibungsconstanten in absoluten Einheiten zu ermitteln, ist ebenfalls versucht; doch können die gefundenen Zahlen in dieser Beziehung eine Genauigkeit, wie sie etwa von O. E. Meyer erreicht ist, nicht beanspruchen.

Das Beobachtungsverfahren.

Die Beobachtungsmethode ist diejenige, welche zuerst von Coulomb[1]) angewandt wurde. Dieser befestigte eine dünne kreiscylindrische Scheibe derartig an einem vertical hängenden elastischen Draht, so daſs dieser die Fortsetzung der Cylinderaxe bildet; die horizontal hängende Scheibe muſs demnach in Folge der Torsionselasticität Schwingungen um ihre Ruhelage ausführen, sobald sie aus dieser durch eine Drehung um ihre Axe entfernt und sich selbst überlassen wird.

Läſst man den Apparat Schwingungen ausführen, indem die Scheibe einmal sich in der umgebenden Luft befindet, dann in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, und bestimmt in beiden Fällen das logarithmische Decrement, so giebt die Differenz derselben in Verbindung mit dem specifischen Gewicht der Flüssigkeit ein Maaſs für die Reibungsconstante. Will man dieselbe in absoluten Einheiten erhalten, so muſs die Schwingungsdauer und das Trägheitsmoment des Apparates, bezogen auf die Schwingungsaxe, sowie Radius und Dicke der Scheibe bekannt seyn.

1) *Mémoires de l'institut national, T.* 3, *p.* 246.

Die Coulomb'schen Versuche in ihrer Anwendung auf tropfbare Flüssigkeiten sind neuerdings von Moritz[1]) wiederholt, dann aber namentlich von O. E. Meyer[2]) zum Gegenstande einer ausgedehnten experimentellen und theoretischen Arbeit gemacht. Erstere enthält die Reibungsconstanten von Wasser und einer Anzahl Lösungen von Kalialaun, schwefelsaurem Natron, schwefelsaurem Kali, salpetersaurem Natron und salpetersaurem Kali, letztere entwickelt die ziemlich complicirte Theorie der Versuche.

Der zu meinen Beobachtungen benutzte Apparat ist von Hrn. Mechanikus Weingarten in Darmstadt angefertigt. Fig. 1 und 1 *a* Taf. III stellen zwei Ansichten desselben in $\frac{3}{4}$ natürlicher Gröſse dar, die durch Projection auf zwei zu einander senkrechte verticale Bildflächen entstehen. Der ganze Apparat ist an einem dünnen Messingdraht DD aufgehängt, der zwischen zwei Messingplatten pp durch Anziehen der Schrauben ss eingeklemmt ist. Die eine dieser Messingplatten ist unten mit zwei Zapfen zz versehen, welche in einen doppelten Y-Haken y_1 passen. Dieser ist an einem horizontalen Messingstreifen $m_1 m_1$ befestigt, an dessen Enden sich zwei Y-Lager $y_2 y_2$ ansetzen. Unten sind dieselben durch einen $m_1 m_1$ gleichen Messingstreifen $m_2 m_2$ verbunden; sie dienen zur Aufnahme eines cylindrischen Magnetstabes NS von 8 Mm. Durchmesser und 100 Mm. Länge. An den Stellen, in welchen derselbe die Lager berührt, sind zwei ringförmige Nuthen nn eingeschnitten, durch welche die unveränderte Lage des Magnets gesichert wird. In der Mitte des Messingstückes $m_2 m_2$ setzt sich ein cylindrisches Messingstück m_3 an; dasselbe trägt unten zwei horizontale Zapfen $z_1 z_1$, welche dazu dienen, den mittleren Theil des Apparates zu tragen. Dieses geschieht durch den doppelten Y-Haken y_3, welcher mit dem Messingcylinder

1) Diese Ann. Bd. 70, S. 74.

2) Diese Ann. Bd. 113, S. 55, 193, 383. Crelle's Journal Bd. 59, S. 229.

$m_4 m_4$ fest verschraubt ist. Unten ist in ganz derselben Weise ein zweiter gleicher Doppelhaken y_4 befestigt in einer gegen y_3 um 90° gedrehten Stellung. An dem Cylinder $m_4 m_4$ ist der Spiegel *G* verschiebbar befestigt, dessen spiegelnde Fläche in Fig. 1 Taf. III dem Auge zugewandt gezeichnet ist. *G* sitzt an einem Hohlcylinder *h* aus dünnem Messingblech, dessen innerer Durchmesser dem des Cylinders $m_4 m_4$ gleich ist. Derselbe besitzt vier Einschnitte *ee* und federt mit seiner Innenfläche gegen die Oberfläche des Cylinders $m_4 m_4$, so dafs er auf diesem mit einiger Reibung verschoben und gedreht werden kann.

Unter dem Spiegel befindet sich ein ebenfalls auf $m_4 m_4$ verschiebbares und drehbares Messingstück h_1 (Fig. 1*b* zeigt dasselbe von oben gesehen), welches durch eine Schraube *k* an beliebiger Stelle festgeklemmt werden kann. An h_1 setzen sich unter rechtem Winkel zwei Messingschrauben *ss* an, auf denen die cylindrischen Messingstücke *gg* sich mittelst ihres Gewindes verschieben lassen.

Der Doppelhaken y_4' ist zur Aufnahme des dritten Theiles bestimmt. Dieser besteht aus einer dünnen cylindrischen Kupfer- resp. Messing-Scheibe *rr* (es wurden deren zwei benutzt), in welche ein cylindrischer Stab *cc* aus gleichem Metall fest eingeschraubt ist. Letzterer trägt oben einen kleinen Cylinder c_1 und an dessen Enden zwei Zapfen $z_2 z_2$, welche in den Doppelhaken y_4 eingelegt werden.

Beide Scheiben sind galvanisch versilbert und besitzen einen Durchmesser von etwa 60 und 120 Mm.

Der dünne etwa 1,7 Meter lange Messingdraht *DD*, an welchem der ganze Apparat hängt, ist mit seinem oberen Ende gerade so wie mit dem untern zwischen zwei Platten $p_1 p_1$ eingeklemmt. Diese liegen mit ihrem Zapfen $z_3 z_3$ in einem Doppelhaken y_5, der durch den Messingcylinder m_5 in der Mitte einer horizontalen kreisförmigen Holzscheibe befestigt ist. Es kann dieselbe als

Torsionsvorrichtung benutzt werden, da sie um eine verticale Axe drehbar ist und sich durch eine Schraube in beliebiger Stellung festklemmen läſst. Ihre Axe sitzt an einem soliden Wandstativ, welches mit einer Wand des Gebäudes durch eingegypste Schrauben verbunden ist.

Vermöge der Directionskraft des Magnets *NS* und der Torsionselasticität des Aufhängedrahtes führt der Apparat Schwingungen um seine Ruhelage aus, sobald er aus dieser durch eine äuſsere Kraft entfernt ist. Die Schwingungen geschehen hauptsächlich durch die Wirkung des Magnets, da die Directionskraft des Drahtes gegen die des Magnets klein ist. Das Torsionsverhältniſs [1]) ist durch die Zahl 0,09 gegeben.

Der Spiegel *G* dient in bekannter Weise zur Beobachtung der Schwingungen mittelst Fernrohr und Scala. Diese befindet sich in einem Abstande von etwa 1,6 Meter vom Spiegel. Der verschiebbare Messingtheil h_1 ist deshalb angebracht, damit durch Drehung desselben sowie durch Verschiebung der Gegengewichte *gg* der am mittleren Theil des Apparates befindliche Doppelhaken y_4 in eine solche Lage gebracht werden kann, daſs die geometrische Axe der Kreisscheibe *rr* mit der Schwingungsaxe des ganzen Apparates zusammenfällt.

Dieser ist gegen Luftströmungen durch ein cylindrisches Gehäuse aus starkem Papp geschützt, in welches an der dem Spiegel entsprechenden Stelle eine Platte guten Spiegelglases statt des herausgeschnittenen Pappstückes eingesetzt ist. An der obern Seite kann das Gehäuse durch zwei gut anliegende Holzplatten bis auf eine kleine Oeffnung für den Draht *DD* geschlossen werden.

Die Beobachtungen mit dem Apparat geschahen in folgender Weise. Zuerst bestimmte man die Schwingungsdauer, ohne daſs die Scheibe in eine Flüssigkeit eintauchte. Es wurden dabei nach der bekannten Methode von Gauſs die Zeitpunkte für sechs auf einander folgende Durchgänge

1) S. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik, S. 127.

des Apparates durch die Ruhelage bestimmt und jedesmal vier derartige Beobachtungsreihen ermittelt. Auf diese Weise erhielt man zwei Werthe für die Schwingungsdauer, deren Uebereinstimmung eine Controle für ein etwaiges falsches Ablesen der Minuten an der Uhr abgab.

Hierauf bestimmte man das logarithmische Decrement des Apparates zuerst ohne Flüssigkeit, dann während die Scheibe mitten in der zu untersuchenden Flüssigkeit hing; diese befand sich bei Anwendung der kleineren Scheibe in einem cylindrischen Glasgefäfse von 10 Centimeter innerem Durchmesser. Die verschiedenen Flüssigkeiten wurden, sofern es deren vorhandene Menge erlaubte, bis zu möglichst gleicher Höhe, etwa 5 Centimeter über dem Boden, eingefüllt. Für Entfernung von Luftbläschen, die sich beim ersten Eintauchen der Scheibe an diese ansetzten, wurde Sorge getragen, auch nach der Beobachtung auf ein etwaiges Auftreten derselben geachtet, was übrigens nur in wenigen Fällen stattfand. War die Ansammlung derartig, dafs sich ein Einflufs auf die Gröfse des logarithmischen Decrementes erwarten liefs, so wurde die Beobachtung wiederholt.

Bei der Bestimmung des Decrementes wurde der Apparat zuerst in Schwingungen von erheblicher Weite durch Annäherung eines Magnets versetzt. Nachdem die Amplitude auf etwa 400 Scalentheile, d. h. 7°,0, gesunken war, bestimmte man die Umkehrpunkte und beobachtete deren etwa 12 bis 16 auf einander folgende, sofern die Schwingungen nicht so rasch abnahmen, dafs man sich mit einer kleineren Anzahl begnügen mufste. Derartige Reihen von Umkehrpunkten wurden sowohl für Luft wie für die Flüssigkeit in meist dreifacher Anzahl bestimmt, die indessen bei den zäheren Flüssigkeiten mit grofsem logarithmischen Decrement entsprechend vermehrt wurde.

Die Temperatur der Flüssigkeit wurde vor und nach der Beobachtung an einem in ganze Grade getheilten Thermometer abgelesen. Dasselbe war calibrirt und hin-

sichtlich der Lage des Eis- und Siedepunktes untersucht.

Berechnung der Reibungsconstanten.

Zur Berechnung der logarithmischen Decremente bestimmte man aus den beobachteten Umkehrpunkten die Amplituden jeder Schwingung, wobei diese mit der bekannten Correction von der Tangente auf den Bogen versehen wurden. Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columne die direct beobachteten Umkehrpunkte, in der zweiten die auf Bogenmaafs corrigirten Amplituden. Die Beobachtungsreihe bezieht sich auf eine 23,86 procentige Kochsalzlösung.

Umkehrpunkt	Amplitude	Log. Decr.
648,0		
	266,6	
380,7		0,05368
	235,6	
616,8		
	208,5	
408,0		0,05476
	183,8	
592,0		
	162,3	
429,5		0,05377
	143,4	
573,0		
	126,8	
446,2		0,05411
	112,1	
558,3		
	99,2	
459,1		0,05252
	87,9	
547,0		
	77,7	
469,3		0,05346
	68,7	
538,0		
	60,7	
477,3		0,05322
	53,7	
531,0		

Mittel = 0,053646

Das logarithmische Decrement ist bekanntlich der Logarithmus des „Dämpfungsverhältnisses", d. h. des Quotienten irgend einer Amplitude dividirt durch die folgende. Die dritte Columne obiger Tabelle giebt das logarithmische Decrement in Brigg'schen Logarithmen, berechnet aus den beiden Amplituden, zwischen welchen dasselbe steht. Das Mittel aus sämmtlichen Decrementen 0,053646 ist indessen nicht als der genauste Werth anzusehen, der sich aus jener Beobachtungsreihe berechnen läſst. Ist $2m$ die Anzahl der gegebenen Amplituden, so verfährt man besser derartig, daſs man aus der 1sten und $m$ten, 2ten und $m+1$sten .... $m$ten und $2m$ten Amplitude die mit m multiplicirten Decremente berechnet, aus diesem das Mittel nimmt und dasselbe durch m dividirt. Auf diese Weise berechnet sich aus obiger Tabelle das Decrement zu 0,053487. Dort sind die Decremente auf zwei direct auf einander folgende Amplituden angegeben, um ihre Constanz zu zeigen.

Dem vielfachen zeitraubenden Aufschlagen und Niederschreiben der Logarithmen suchte ich dadurch zu entgehen, daſs ich statt der zuletzt angegebenen Rechenmethode ein abgekürztes Verfahren zur Berechnung des Decrementes anwandte, dafür aber statt einer Reihe von Umkehrpunkten, wie Anfangs beabsichtigt wurde, deren mehr, im Allgemeinen drei, bestimmte.

Bei diesem Verfahren theilt man die Reihe der Amplituden, deren Anzahl $2m$ sey, in zwei gleich groſse Gruppen von m Amplituden. Bildet man dann die Summe jeder Gruppe und dividirt die erste durch die zweite, so erhält man das Dämpfungsverhältniſs erhoben zur $m$ten Potenz. Der Logarithmus dieser Zahl dividirt durch m giebt das logarithmische Decrement. Das Verfahren ist nahezu dasselbe, wie wenn man die $m$te Potenz des Dämpfungsverhältnisses aus der ersten und der $m+1$sten, 2ten und $m+2$ten .... $m$ten und $2m$ten Amplitude berechnet, aus sämmtlichen Werthen das Mittel nimmt und dessen Logarithmus durch m dividirt[1]). Nach dieser Methode er-

1) Bezeichnet man durch $a_1\ a_2\ \ldots\ a_{2m}$ die Amplituden, durch k das Dämpfungsverhältniſs, so stimmen beide Methoden nahezu überein,

giebt sich aus den Zahlen der letzten Tabelle für das Decrement der Werth 0,053526.

Die direct bestimmten Schwingungsdauern wurden auf solche von unendlich kleiner Amplitude reducirt. Die dabei anzubringende Correction ist sehr gering, sie trifft erst die vierte Decimale, die ohnehin unsicher ist.

wenn die m^{ten} Potenzen der einzelnen Dämpfungsverhältnisse $\frac{a_1}{a_{m+1}}$ $\frac{a_2}{a_{m+2}} \dots \frac{a_m}{a_{2m}}$ nur wenig von ihrem arithmetischen Mittel

$$k^m = \frac{1}{m}\left(\frac{a_1}{a_{m+1}} + \frac{a_2}{a_{m+2}} + \dots + \frac{a_m}{a_{2m}}\right)$$

abweichen. Setzt man demnach

$$\frac{a_1}{a_{m+1}} = k^m + \alpha_1$$

$$\frac{a_2}{a_{m+2}} = k^m + \alpha_2$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{a_m}{a_{2m}} = k^m + \alpha_m,$$

wobei $\alpha_1\ \alpha_2 \dots \alpha_m$ kleine positive und negative Gröfsen bezeichnen, so ist

$$(1) \qquad \alpha_1 + \alpha_2 + \dots \alpha_m = 0$$

$$(2) \quad \left\{\begin{aligned} a_{m+1} &= \frac{a_1}{k^m + \alpha_1} = \frac{a_1 - \alpha_1}{k^m} \\ a_{m+2} &= \frac{a_2}{k^m + \alpha_2} = \frac{a_2 - \alpha_2}{k^m} \\ &\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{2m} &= \frac{a_m}{k^m + \alpha_m} = \frac{a_m - \alpha_m}{k^m} \end{aligned}\right\} \text{ genähert.}$$

Die von mir angewandte Methode setzt die m^{te} Potenz des Dämpfungsverhältnisses gleich

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_m}{a_{m+1} + a_{m+2} + \dots a_{2m}}.$$

Dieser Ausdruck kann nach (2) auch folgendermaafsen geschrieben werden

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots\dots\dots\dots + a_m}{\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_m}{k^m} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m}{k^m}}$$

und liefert endlich mit Rücksicht auf (1) k^m.

Bei der Berechnung der Reibungsconstante ist eigentlich ein Apparat vorausgesetzt, welcher unter dem Einflusse einer Directionskraft schwingt, die dem Ablenkungswinkel aus der Ruhelage proportional ist. O. E. Meyer benutzte daher für die Aufhängung einen Draht von 2',5 (Par.) Länge und 0''',2 (Par.) Dicke, durch dessen Torsionselasticität sein Apparat einfache Sinusschwingungen ausführte.

Der von mir angewandte unter dem Einfluſs der magnetischen Directionskraft schwingende Apparat würde daher streng genommen den Voraussetzungen der Theorie nicht entsprechen. Da indessen nur kleine Amplituden, die den Werth 8° nicht erreichten, also kleinere Ausschläge als 4° beobachtet wurden, für welche der Sinus von seinem Winkel kaum abweicht, so habe ich mir erlaubt, aus den beobachteten Werthen die Reibungsconstante nach der von O. E. Meyer gegebenen Formel zu berechnen. Ich glaube dies um so eher thun zu dürfen, als meine Zahlen angenähert einer Gleichung genügen, welche die Theorie aufstellt. Bezeichnen nämlich λ_0 und T_0 das natürliche logarithmische Decrement und die Schwingungsdauer für Luft, λ_1 und T_1 die entsprechenden Gröſsen, wenn die Scheibe in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so soll

$$\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi} = \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

seyn.

Für einige Flüssigkeiten habe ich diese Gröſsen ermittelt und führe dieselben in der folgenden Tabelle in der sechsten und siebenten Columne an. Die entsprechenden Flüssigkeiten, deren Temperatur und Concentration übrigens verschieden war, sowie die Werthe von T_1 und T_0 sind in der ersten, vierten und fünften Columne enthalten; ε_1 und ε_0 bezeichnen die Decremente in Brigg'schen Logarithmen für Luft und Flüssigkeit.

	ε_1	ε_0	T_1	T_0	$\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi}$	$\frac{T_1 - T_0}{T_0}$	
Wasser	0,0380	0,0012	6,32	6,144	0,0270	0,0286	— 16
"	377	14	6,30	6,153	266	239	+ 27
"	370	10	5,86	5,672	264	331	— 67
Chlornatrium	486	09	6,34	6,139	350	327	+ 23
"	535	09	6,33	6,158	386	279	+ 106
Zinkvitriol	481	08	6,36	6,149	347	343	+ 4
Chlorcalcium	768	11	6,41	6,142	555	436	+ 119
"	0,1425	10	6,85	6,165	0,1037	0,1111	— 74

Die mit 10^4 multiplicirten Differenzen zwischen den Zahlen der sechsten und siebenten Columne (s. achte Columne) sind allerdings erheblich, erklären sich indessen aus der Schwierigkeit, T_1 mit einiger Genauigkeit zu bestimmen. Die von O. E. Meyer für Wasser und verschiedene Salzlösungen angegebenen Zahlen $\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi}$ und $\frac{T_1 - T_0}{T_0}$ zeigen Abweichungen von derselben Gröſse[1]).

Zur Berechnung der Reibungsconstante giebt die Theorie folgende Formel[2]):

$$\eta = \frac{8M^2}{\pi \varrho T_0 (R^4 + 2R^3 \delta)^2} \left[\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi} + \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi}\right)^2 + \frac{5}{4}\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi}\right)^3 + \frac{9}{4}\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\pi}\right)^4 + \ldots\right]^2.$$

In derselben bedeutet:

λ_1 das natürliche logarithmische Decrement für die Flüssigkeit,

λ_0 dasselbe für Luft,

T_0 die Schwingungsdauer für Luft,

M das Trägheitsmoment des Apparates, bezogen auf die Schwingungsaxe,

R und δ Radius und Dicke der Scheibe,

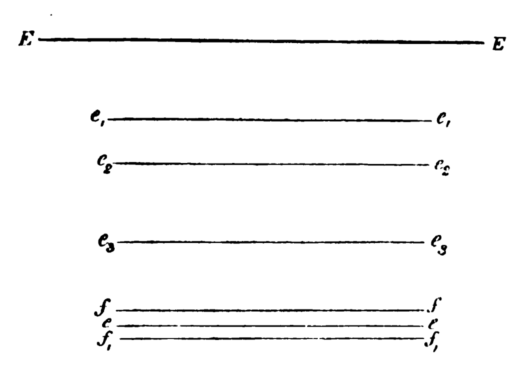
ϱ die Dichtigkeit der Flüssigkeit.

Die Reibungsconstante η läſst sich folgendermaaſsen definiren.

1) Diese Ann. Bd. 113, S. 225.

2) L. c. S. 399.

Die Theilchen einer Flüssigkeit mögen sich in geradlinigen Bahnen parallel zu einer Ebene *EE* so bewegen, dafs alle Theilchen in einer zu *EE* parallelen Ebene e_1e_1, $e_2e_2 \ldots ee$ gleiche Geschwindigkeit besitzen, die sich indessen mit dem Normalabstande dieser Ebenen von *EE* stetig ändern soll. Betrachtet man nun zwei unendlich



dünne Flüssigkeitslamellen *ffee* und f_1f_1ee zu beiden Seiten von *ee*, so kann innerhalb jeder Lamelle die Geschwindigkeit als constant angesehen werden. Es bezeichne v die Geschwindigkeit der Theilchen in der Schicht *ffee*, x deren Normalabstand von *EE*, während $v+dv$, $x+dx$ die entsprechenden Gröfsen für f_1f_1ee bedeuten. Es wirkt dann in Folge der inneren Reibung eine bewegende Kraft auf die Flächeneinheit jeder Schicht von der Gröfse $\eta\frac{dv}{dx}$, durch welche die Geschwindigkeit der schnelleren Schicht vermindert, die der langsameren vermehrt wird. Man nennt die nur von der Beschaffenheit der Flüssigkeit abhängige Gröfse η die „Reibungsconstante" derselben [1]).

Das Trägheitsmoment M ist folgendermaafsen ermittelt. Zunächst wurde die Schwingungsdauer des Apparates bestimmt und dann ein sorgfältig abgedrehter ringförmi-

1) Ausführlicheres über deren Definition siehe diese Annalen Bd. 113, S. 67 bis 71.

ger Hohlcylinder von Messing auf die Scheibe gelegt. Da derselbe an Gröfse der kleinen Scheibe fast genau gleich ist, so war eine Centrirung desselben leicht herbeizuführen. Bei der grofsen Scheibe wurde dieses dadurch ermöglicht, dafs man mittelst eines Cirkels eine Anzahl von Punkten eines concentrischen Kreises angegeben hatte, dessen Durchmesser nahe dem innern Durchmesser des Ringes gleich ist.

Es wurde sodann die Schwingungsdauer des Apparates bei aufgelegtem Ringe bestimmt, dann wieder die Schwingungsdauer ohne Ring ermittelt und in dieser Weise viermal verfahren, wobei jedesmal der Ring um etwa 90° gedreht wurde.

Bezeichnet r den inneren, R den äufseren Radius des Ringes, m seine Masse, so ist sein Trägheitsmoment

$$k = m \cdot \frac{r^2 + R^2}{2}$$

bezogen auf die geometrische Axe des ringförmigen Hohlcylinders. Die Radien r und R sind durch Messung mittelst eines Kathetometers bestimmt, dessen Nonius $\frac{1}{20}$ Mm. abzulesen gestattet. Als Mittel von je acht Messungen an verschiedenen Stellen und Seiten des Ringes ergab sich

$$2R = 60^{\text{mm}},094$$
$$2r = 46^{\text{mm}},396.$$

Die gröfste Abweichung der einzelnen Messungen von einander beträgt $0^{\text{mm}},13$. Für die Ringdicke ($= 7^{\text{mm}},183$) ist dieselbe etwa eben so grofs. Der Ring wiegt

$$69^{\text{gr}},4798.$$

Hiernach berechnet sich

$$k = 500,59 \text{ Gr. Cm}^2.$$

Die Schwingungsdauern t_0 und t_1 des Apparates ohne und mit Ring sind in der folgenden Tabelle in der ersten und zweiten Columne angegeben. Die dritte enthält das Trägheitsmoment M des ganzen Apparates berechnet nach der Formel

$$M = k \frac{t_0^2}{t_1^2 - t_0^2},$$

wenn derselbe mit der kleinen Scheibe versehen ist.

t_0	t_1	$k\frac{t_1^2 - t_0^2}{t_0^2}$
6,1662		670,68
	8,1487	
6,1686		671,40
	8,1500	
6,1555		672,52
	8,1298	
6,1565		671,60
	8,1335	

Als Mittel aus den Zahlen der dritten Columne berechnet sich für das Trägheitsmoment der Werth

671,55 Gr. Cm^2.

Hing die grofse Scheibe an dem Apparat, so ergaben sich die Zahlen der folgenden Tabelle.

t_0	t_1	$k\frac{t_0^2}{t_1^2 - t_0^2}$
17,6012		
(17,6028)	18,3981	5417,7
17,6045		
(17,6037)	18,4000	5410,6
17,6030		
17,5929		
(17,5952)	18,3975	5367,1
17,5976		
(17,6018)	18,3989	5404,8
17,6060		

Die unter t_0 in Klammern stehenden Zahlen sind die Mittel aus der darunter und darüber stehenden Zahl und wurden mit den t_1 in derselben Horizontalreihe zur Berechnung des Trägheitsmomentes verwandt. Bei dieser Art zu rechnen wird die Aenderung des magnetischen Momentes

mit der Zeit eliminirt. Bei der kleineren Scheibe sind immer je zwei der Zeit nach auf einander folgende Schwingungsdauern zur Rechnung benutzt, da hier nicht wie bei der grofsen Scheibe eine continuirliche Beobachtungsreihe mit t_0 schliefst. Der Horizontalstrich in beiden Tabellen trennt zwei an verschiedenen Tagen gemachte Beobachtungsreihen. Als Trägheitsmoment des Apparates mit der grofsen Scheibe berechnet sich als Mittel der Zahlen in der dritten Columnne der Werth

$$5400,0 \text{ Gr. Cm}^2.$$

Der Radius R und die Dicke δ der beiden Scheiben wurde ebenfalls mit dem Kathetometer gemessen. Es ergab sich

	$2R$	δ
Kleine Scheibe	$60^{mm},257$	1,577
Grofse Scheibe	$120^{mm},352$	2,792.

Die Zahlen unter $2R$ sind die Mittel aus je vier, die unter δ aus je acht Messungen. Die gröfste Differenz der einzelnen Messungen gegen einander beträgt $0^{mm},075$.

Die Dichtigkeit ϱ ist aus dem Gewichtsverlust eines in die Flüssigkeit getauchten Glaskörpers bestimmt. Da sich dieselbe mit der Temperatur ändert, so mufs die Ausdehnung der Flüssigkeit bekannt seyn, um daraus deren Dichtigkeit für die Beobachtungstemperatur zu berechnen. Indessen ist die Aenderung der Dichtigkeit mit der Temperatur sehr gering gegenüber der zugleich stattfindenden Aenderung der Reibungsconstante. Defshalb habe ich mir erlaubt, für die untersuchten Flüssigkeiten die bekannte Ausdehnung des Wassers anzunehmen mit Ausnahme der Lösungen von Chlornatrium, Zinkvitriol und schwefelsaurem Magnesia. Für erstere ist die Ausdehnung bekannt [1]), für die beiden letzteren habe ich sie ermittelt, indem ich ihr specifisches Gewicht bei verschiedenen Temperaturen bestimmte.

Die untersuchten Lösungen von Chlornatrium, Chlorcalcium, Chlormagnesium und Chlorbaryum sind dieselben,

1) Hoffmann, Tabellen für Chemiker, S. 132.

deren galvanisches Leitungsvermögen von Kohlrausch und mir[1]) bestimmt wurde; ihr Procentgehalt, sowie ihr specifisches Gewicht war bereits früher ermittelt. Dazu kommen noch neue Lösungen von Zinkvitriol und schwefelsaurer Magnesia in verschiedenen Concentrationen. Der Procentgehalt der letzgenannten Flüssigkeiten ist mittelst geeigneter Tabellen aus dem specifischen Gewichte ermittelt.

(Schluſs im nächsten Heft.)

VII. *Bemerkungen zu Edlund's Erwiderung auf zwei gegen die unitarische Theorie der Elektricität gemachte Einwürfe*[2]); *von W. Weber.*

(Briefliche Mittheilung.)

— Zunächst muſs ich mir die Bemerkung erlauben, daſs der erste, gegen Neumann gerichtete Einwurf, gar nicht denselben trifft. Neumann hat nämlich, in der „Nachschrift" seiner Abhandlung im 155. Bande der Annalen S. 228, *erstens* die Thatsache der sogenannten *unipolaren Induction* angeführt, und hat *zweitens* daraus bewiesen, daſs (wenn die Vorstellung überhaupt richtig sey, daſs die Wirkungen des elektrischen Stroms irgend welchen Materien zuzuschreiben sind, die mit gewissen Geschwindigkeiten in der Strombahn dahinflieſsen) mindestens *zwei* solche Materien anzunehmen seyen.

Gegen die letztere Neumann'sche Beweisführung hat nun Edlund nichts eingewendet; aber auch die von Neumann angeführte, keineswegs von ihm aufgestellte oder verbürgte Thatsache, daſs nämlich ein kreisförmiger

1) Diese Ann. Bd. 154, S. 1 und 215.

2) Diese Ann. Bd. 156, S. 590.

elektrischer Stromring von constanter Stärke in einem *ungeschlossenen* linearen Leiter keine elektromotorische Kraft inducire, falls beide fest aufgestellt sind, hingegen eine elektromotorische Kraft *von gewissem Werthe* inducire, falls er um seine geometrische Axe mit constanter Geschwindigkeit rotire, — hat Edlund in seiner Erwiderung ebenfalls angeführt und ausdrücklich hinzugefügt, dafs sie der allgemeinen Vorstellung über den physischen Verlauf bei der *unipolaren Induction* wirklich entspreche. Sein gegen die *Richtigkeit der Thatsache* erhobener Zweifel aber trifft Neumann, der sich nicht dafür verbürgt hat, gar nicht.

Edlund führt die Thatsache der unipolaren Induction S. 592 mit folgenden Worten an: „Die Erfahrung lehrt, dafs wenn eine *geschlossene* still liegende Leitungsbahn b sich in der Nähe eines um seine Axe rotirenden Magnets befindet, kein Inductionsstrom in der geschlossenen Leitungsbahn entsteht. Die Ursache ist nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise die, dafs der rotirende Magnet in dem einen Theile $b_{,}$ der geschlossenen Leitungsbahn einen Inductionsstrom wirklich hervorrufe, dieser aber ebenso grofs sey als der, der durch den Magnet im übrigen Theile $b_{,,}$ der Leitungsbahn hervorgerufen wird; diese beiden Inductionsströme gehen aber in entgegengesetzter Richtung und heben demnach einander auf. Wird aber der Bahntheil $b_{,}$ fest mit dem Magnet verbunden und dieser um seine Axe in Rotation versetzt; so wirkt der Magnet nicht auf diesen Bahntheil $b_{,}$ ein. Wenn nun bei dem Versuche die Anordnungen so sind, dafs $b_{,}$ ungeachtet der Rotation fortwährend mit dem andern Bahntheile $b_{,,}$ in galvanischer Verbindung steht, so erhält man in der Leitung einen Inductionsstrom; das ist nämlich der Strom, der durch Induction des rotirenden Magnets in dem Bahntheile $b_{,,}$ entsteht."

Edlund stellt nun aber die *Richtigkeit* dieser von ihm selbst angeführten Thatsache in Abrede, dafs nämlich die

Rotation an und für sich (sey es ein Stromring oder ein Magnet der rotirt) auf einen in der Nähe befindlichen *still liegenden Theil* eines geschlossenen Leiters eine besondere inducirende Wirkung ausübe, vielmehr behauptet er, daſs von der Erfahrung das Gegentheil bestätigt werde, und beruft sich zum Beweise dieser Behauptung auf einen von Plücker angestellten Versuch, Band 87, S. 352 dieser Annalen, den er zu diesem Zwecke auch selbst wiederholt habe.

Nach Edlund's Beschreibung wird bei diesem Versuche ein Strom beobachtet in einer Leitungsbahn, welche immer geschlossen erhalten wird, während ein von einem kupfernen Cylinder $b_{\prime}$ gebildeter Theil derselben um die Axe eines im Cylinder befindlichen Magnets rotirt. ***Dieser Strom bleibt nach Richtung und Stärke unverändert, der Magnet im Cylinder möge still stehen oder mit dem Cylinder zusammen rotiren.***

Nach der gewöhnlichen Vorstellung von dem physischen Verlaufe bei der unipolaren Induction, meint nun Edlund, hätte dieser Versuch anders ausfallen sollen. Wenn nämlich der Cylinder $b_{\prime}$ allein rotirte und der Magnet in Ruhe war, konnte man letzteren mit dem ebenfalls still liegenden Galvanometerdrahte $b_{\prime\prime}$ (welcher mit $b_{\prime}$ einen immer geschlossen bleibenden Leiter b bildete) als fest verbunden betrachten, so daſs nach jener Vorstellungsweise die Induction blos in $b_{\prime}$ stattfinden konnte; wenn dagegen der Magnet und der Cylinder $b_{\prime}$ mit gleicher Geschwindigkeit in gleicher Richtung rotirten, konnte man den Magnet mit $b_{\prime}$ als fest verbunden betrachten, wonach die Induction blos in $b_{\prime\prime}$ stattfinden konnte.

Der inducirte Strom, fährt nun Edlund fort, muſste demnach, *jener Vorstellung gemäſs*, beim Uebergange von einem Versuche zum andern die Richtung verändern, und daraus, daſs dies nicht der Fall war, folgert Edlund, daſs jene Vorstellung, die man sich von dem physischen Verlaufe bei der unipolaren Induction bisher gebildet hat,

weil sie gegen die Erfahrung streite, durchaus unrichtig sey.

Folgende Bemerkung wird genügen, um den von Edlund in dieser Deduction begangenen Irrthum nachzuweisen.

Bei dem *ersten Versuche* rotirte (vorwärts) der inducirte Leitertheil $b_{,}$ und der Magnet stand still; bei dem *zweiten Versuche* rotirte (ebenfalls vorwärts) der Magnet, und der inducirte Leitertheil $b_{,,}$ stand still.

Eine unmittelbare Vergleichung dieser beiden Versuche ist nicht statthaft, aber mittelbar läfst sie sich leicht bewerkstelligen, wenn man beachtet, dafs es der Sache nach ganz identisch ist, ob der *Leiter vorwärts rotirt und der Magnet still steht*, oder ob der *Leiter still steht und der Magnet rückwärts rotirt.*

Setzt man *im ersten Versuche* demnach den letzten Fall statt des ersteren, so wird die Vergleichung mit dem *zweiten Versuche* ermöglicht, und man erhält das Resultat, dafs der *rückwärts rotirende* Magnet (im ersten Versuche) im stillstehenden *Leitertheile* $b_{,}$ einen Strom von *gleicher Richtung und Stärke* inducire, wie (im zweiten Versuche) der *vorwärts rotirende* Magnet im stillstehenden *Leitertheile* $b_{,,}$, was in vollkommener Uebereinstimmung mit der allgemeinen Vorstellung vom physischen Verlaufe bei der unipolaren Induction steht, wie sie von Edlund selbst angegeben worden ist. Hiernach werden nämlich, was von Edlund übersehen worden ist, in den beiden Theilen $b_{,}$ und $b_{,,}$, welche zusammen eine immer geschlossene Leitungsbahn b bilden, *entgegengesetzte Ströme* nur dann inducirt, wenn der Magnet relativ gegen den Leiter *in gleicher Richtung rotirt*, sowohl wenn er $b_{,}$ als auch wenn er $b_{,,}$ inducirt; dagegen werden in $b_{,}$ und in $b_{,,}$ *gleichgerichtete Ströme* inducirt, wenn, wie bei obigen Versuchen, der Magnet bei der Induction von b' (relativ gegen diesen Leiter) *rückwärts rotirt*, während er bei der Induction von $b_{,,}$ *vorwärts rotirt.*

Leipzig, 23. December 1875.

VIII. *Ein neues Chromatrop;*
von Ph. Dr. Heinrich Morton,

Präsident der Stevens *Institute of Technology*, Hoboken N. J.

Es giebt eine Anzahl von Erscheinungen eng verbunden mit derjenigen, welche gewöhnlich durch die siebenfarbige Newton'sche Scheibe illustrirt wird; mit anderen Worten, Erscheinungen in dem Gebiet der Zusammensetzung der Farben und der Fortdauer des Lichteindrucks auf der Netzhaut, welche man lieber mittelst eines durchsichtigen Apparats und einer Laterna magica, als durch eine groſse direct gesehene, undurchsichtige Scheibe veranschaulicht; wirklich macht Dubosq mehrere Chromatrope dieser Art schon seit zwanzig Jahren oder noch länger.

Eins derselben besteht aus einer Newton'schen Scheibe, hergestellt durch Befestigung von farbigen Gelatinsectoren zwischen zwei dünnen Glasscheiben. Das Ganze wird mittels einer kleinen Rolle am Centrum, welche durch einen Riemen mit einem groſsen Rad verbunden ist, in Bewegung gesetzt.

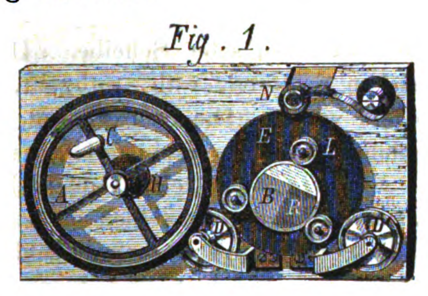
Ein anderes besteht aus zwei bemalten Scheiben, welche sich in umgekehrten Richtungen drehen, und so eine wellenartige Lichtbewegung hervorbringen. Dieser Apparat wird durch einen endlosen Riemen bewegt, welcher um die Rolle und die zwei Scheiben läuft. Bei schneller Umdrehung erhält man mit diesem Chromatrop leuchtende Kettenbilder, welche die Fortdauer des Lichteindrucks recht gut veranschaulichen.

Noch ein anderes Chromatrop illustrirt Faraday's Beobachtung der gezahnten Räder, welche sich im umgekehrten Sinne bewegen.

Alle diese Apparate sind gut genug in ihrer Art; aber es fehlen immer noch die Bedingungen für Umdrehungsgeschwindigkeit, Festigkeit und Farbenklarheit.

Da ich diese und viele andere Illustrationen dieser Art in einer von mir in der Philadelphier *Academy of Music* gehaltene Vorlesung zu benutzen gedachte, wandte ich mich an Hrn. Geo. Wale, von der Firma Geo. Wale u. Comp., Instrumentenmacher in unserem Institut, und verfertigte mir derselbe ein Instrument von groſser Einfachheit und Dauerhaftigkeit. Folgendes ist eine Beschreibung desselben.

Fig. 1.



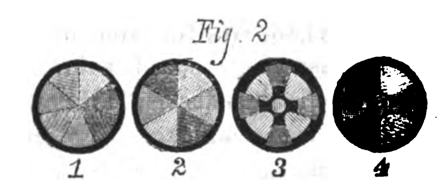
Figur 1 erläutert die Construction des Apparats mit einer später zu beschreibenden Verbesserung. Das groſse Rad *A* ist aus Messing und im Rande desselben ist eine recht-winkliche Vertiefung, welche einen flachen Kautschukring enthält. Die Reibung dieses Ringes gegen den kleinen Theil der Rolle *D* ertheilt derselben eine hohe Geschwindigkeit.

Die Scheibe des Chromatrops berührt den groſsen Theil derselben Rolle und auch die beiden anderen Rollen *D'* und *H*. Da die Vertiefungen in den Rändern dieser Rollen mit dünnem Kautschukblatt bedeckt sind, ist es leicht der Scheibe eine groſse Umdrehungsgeschwindigkeit zu ertheilen.

Bei dieser Vorrichtung steht nichts dem freien Durchgang der Strahlen im Wege. Um die Bilder mit Leichtigkeit wechseln zu können, kann man die Scheibe, welche sie enthält, mit anderen vertauschen, indem man eine an der Rolle *H* angebrachte Feder spielen läſst.

Man könnte also bei diesem Apparat die gröſste Man-

nigfaltigkeit mittelst zahlreicher Scheiben erzielen; gegenwärtig jedoch verfertigt man nur folgende:



1) Farbige Newton'sche Scheibe. Diese Scheibe besteht aus sieben Sectoren, roth, rothgelb, gelb, grün, blau, indigo und violett. Die Stücke, wie auch bei den folgenden Scheiben, sind aus farbigem Glase und auf einer Scheibe von Spiegelglas mittelst Canada-Balsam befestigt. Die Zusammenfügung derselben ist so vollkommen, daſs das auf die Schirmwand geworfene Bild fehlerlos ist. Die Klarheit, Regelmäſsigkeit und Genauigkeit dieser Farben übertrifft Alles, was je in der Malerei geleistet worden ist.

2) Scheibe für Young's Theorie. Dieselbe enthält sechs rothe, grüne und violette Sectoren, welche durch ihre Zusammenwirkung die Wiederherstellung des weiſsen Lichtes hervorbringen.

3) Scheibe für Young's Theorie; nach Prof. Rood; zum Nachweis, daſs aus Grün und Violett Blau entsteht. Dieselbe besteht aus einer Anzahl von Sectorentheilen, dargestellt im dritten Kreise der Fig. 2. — Die gröſseren Sectoren sind grün und die kleineren violett. Die schattirten Theile sind schwarz. Dreht man diese Scheibe geschwind, so erhält man erstens einen grünen Ring vom Rand bis zum Anfang der violetten Sectoren; dann einen Ring, wo Grün und Violett nach einander sichtbar werden, und folglich einen combinirten Eindruck auf die Netzhaut machen; und schlieſslich einen violetten Ring, von wo die grünen Sectoren aufhören. Die aus der Verbindung von Grün und Violett entstehende Farbe ist ein helles Himmelblau.

4) Scheibe für Young's Theorie; nach Prof. Rood; zum Nachweis, daſs Gelb aus der Verbindung von Roth und Grün entsteht. Dieselbe ist ganz wie die vorige Scheibe, nur daſs die kleineren Sectoren von rothem statt aus violettem Glase sind.

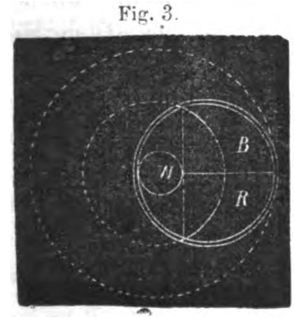
5) Scheibe zur Widerlegung der Brewster'schen Theorie, nach Prof. Rood; zum Nachweis, daſs aus Blau und Gelb kein Grün entsteht. Siehe Fig. 2, vierten Kreis.

Diese Scheibe ist den vorhergehenden ähnlich, auſser daſs die acht Sectoren ganz sind und aus abwechselnden blauen und gelben Glasstücken bestehen. Wenn man dieselbe in Drehung setzt, erhält man die Wiederherstellung des weiſsen Lichtes.

6) Scheibe zur Erklärung der Fortdauer des Lichteindrucks, „Chamäleon-Kreisel", Erfindung des Schreibers dieser Mittheilung. Fig. 1 ist eine Abbildung dieses Apparats. Die Scheibe *E* ist aus vulkanisirtem Kautschuk und hat eine excentrische Oeffnung, in welche eine farbige, mittelst drei kleinen Rollen in Position gehaltene, Glasscheibe paſst.

Wenn man, während der schnellen Umdrehung der Scheibe, die kleinen Rollen leise mit dem Finger berührt, so ertheilt man denselben eine leichte Bewegung und bringt dadurch eine sehr langsame Drehung der Glasscheibe *RBW* hervor. Da diese, wie bereits bemerkt, gegen die groſse Scheibe excentrisch ist, und aus ungleichen Theilen (Fig. 3): *R* aus rothem, *B* aus blauem und *W* aus durchsichtigem Glase, besteht, so wird durch die Drehung eine Farbe nach der anderen in das Centrum der groſsen Scheibe geführt und werden dadurch immer neue Farbenverbindungen hervorgebracht.

Fig. 3.

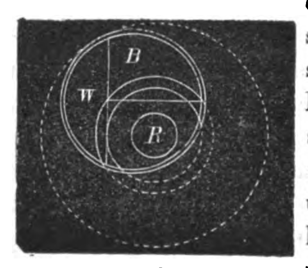


Wenn z. B. die Scheibe in der in Fig. 3 abgebildeten Lage ist,

wo der grofse punktirte Kreis die grofse Scheibe, und *W*, *R*, *B* die weifsen, rothen und blauen Theile der Glasscheibe vorstellen, so bleibt der mittlere kleine Kreis immer weifs, weil Weifs fortwährend ein Drehungscentrum der grofsen Scheibe bleibt. Dagegen ist klar, dafs in dem Ring zwischen dem kleinen Kreise und dem zweiten, die drei Farben, Weifs, Roth und Blau, nach einander dem Auge zugeführt werden, und dasselbe, in Folge der Fortdauer des Eindrucks, eine Mischung dieser Farben empfindet. Das Verhältnifs der Farben wechselt ferner, so dafs man nicht einen gleichmäfsigen flachen, sondern einen abgestuften Ring erblickt. Je näher dem kleinen Kreise, desto gröfser das Verhältnifs der weifsen Farbe, während in der Nähe des zweiten Kreises beinahe gar kein Weifs mehr in der Mischung ist.

Zwischen dem zweiten und dem äufseren Kreise ist ein ähnlicher Ring, in dem sich Roth und Blau ohne Weifs verbinden. Dreht man nun die kleine Scheibe, so dafs der rothe Theil ins Centrum der grofsen Scheibe kommt, und setzt den Apparat in Bewegung, so erhält man natürlich in der Mitte einen kleinen rothen Kreis; sodann, zwischen diesem und dem zweiten, eine Mischung von Roth und Blau; zunächst einen schmalen Ring, in dem sich Roth, Blau und Weifs verbinden; und endlich einen grofsen abgestuften Ring, worin sich Blau und Weifs in verschiedenen Verhältnissen vermengen.

Fig. 4.



Die Verschiebung des Mittelpunktes erfolgt allmählig, und das hervorgerufene fortwährend wechselnde Bild ist von einer Pracht, welche jeder Beschreibung spottet. Es erinnert an eine sich fortwährend öffnende und erneuernde Blume, oder an eine Lichtquelle, aus deren Mitte immer neue farbige Wellen hervorsprudeln und einander bis an den Rand verfolgen.

Prof. C. A. Young, von Dartmuth College, hat folgende Vervollständigung vorgeschlagen. Anstatt einer einzigen Vertiefung mache man zwei in dem Rand der Rolle *D*, welche natürlich dicker gemacht werden muſs. Die äuſsere Vertiefung ist tiefer als die andere, damit man das eingreifende Rad gröſser machen könne. So erhält man eine etwas schwächere Drehungsgeschwindigkeit für die eine Glasscheibe als für die andere. Die anderen Rollen *D'* und *H* bestehen je aus zwei unabhängigen Rädern.

Man hat hier also zwei sich mit ungleichen Geschwindigkeiten bewegende Scheiben; die eine ist farbig wie die schon beschriebene, und die andere ist theils schwarz und theils weiſs, d. h. durchsichtig. Dadurch wird das von der ersten Scheibe hervorgebrachte Bild in schneller Folge verdeckt und wieder enthüllt. Der Apparat empfiehlt sich durch die bewundernswerthe Einfachheit der Mittel, durch welche diese Resultate erzielt werden.

Prof. Mac Cord, vom *Stevens Institute*, hat eine Vorrichtung erfunden, um den Scheiben Drehungen in entgegengesetzter Richtung zu ertheilen; und wirklich scheint die Grundidee des Hrn. Wale, die Scheiben direct durch die Reibung ihrer Ränder in Bewegung zu setzen, noch fernerer vielfältiger Ausbeutung fähig zu seyn.

Hoboken, New Jersey, Ver. St. am 30. October 1875.

IX. *Ueber die thermoelektrischen Eigenschaften des Kalkspathes, des Berylles, des Idocrases (Vesuvianes) und des Apophyllites;*
von W. Hankel.

(Aus den Berichten der math.-phys. Classe der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften 1874. Vom Hrn. Verf. übersandt.)

Nachdem ich in meinen früheren Untersuchungen über die thermoelektrischen Eigenschaften des Topases, des Schwerspathes und des Aragonites nachgewiesen hatte, daſs bei nicht hemimorph gebildeten Krystallen die beiden gleichgestalteten Enden einer Axe dieselbe Polarität besitzen, und der Gegensatz zwischen der positiven und negativen Elektricität nur in der Vertheilung an krystallographisch verschiedene Axen zur Erscheinuug kommt: so muſste erwartet werden, daſs, wenn es gelänge, an symmetrisch gebildeten Krystallen des hexagonalen und des tetragonalen Systems thermoelektrische Erregungen überhaupt wahrzunehmen, die beiden entgegengesetzten Elektricitäten auf ihren Oberflächen so vertheilt seyn würden, daſs die eine Elektricität an den beiden Enden der Hauptaxe, die andere aber an den Enden der Nebenaxen oder vielmehr ringsum im basischen Querschnitte und auf den prismatischen Seitenflächen hervorträte.

In der That haben nun die Beobachtungen dieser Voraussicht entsprochen, und zwar mit der Erweiterung, daſs je nach der besonderen Art des Wachsthums und der Gestaltung bei der einen Form die positive Elektricität an den beiden Enden der Hauptaxe und die negative auf den prismatischen Seitenflächen, und bei der andern gerade umgekehrt die negative an den Enden der Hauptaxe und die positive auf dem Umfange des basischen Querschnittes oder auf den prismatischen Seitenflächen erscheint.

Die Abhandlung [1]), welche ich die Ehre habe, heute der Gesellschaft vorzulegen, enthält die Untersuchungen über die thermoelektrischen Eigenschaften des Kalkspathes, des Berylles, des Idocrases (Vesuvianes) und des Apophyllites. Die Krystalle der beiden ersten Mineralien gehören dem hexagonalen, die Krystalle der beiden letzten aber dem tetragonalen Systeme an. Einen grofsen Theil der untersuchten Krystalle habe ich auf den der Abhandlung beigefügten drei Tafeln abgebildet, und in diese Zeichnungen die an verschiedenen Stellen der Oberfläche beobachteten elektrischen Spannungen eingetragen.

Die allgemeinen Resultate, zu welchen jene Untersuchungen geführt haben, sind in der Kürze die folgenden. Ich bemerke nur noch zuvor, dafs alle im Nachstehenden gemachten Angaben über die elektrische Polarität sich auf den Zustand des Erkaltens beziehen; bei steigender Temperatur ist dieselbe gerade die entgegengesetzte.

I. Kalkspath.

Die Krystalle des Kalkspathes gehören dem hexagonalen oder rhomboëdrischen Systeme an, und lassen sich in Bezug auf ihr elektrisches Verhalten in zwei Hauptgruppen scheiden: 1) Krystalle (von Schneeberg oder Freiberg in Sachsen), welche seitlich von den Flächen des verticalen Prismas ∞R und an den Enden der Hauptaxe von den Flächen des stumpfen Rhomboëders $-\frac{1}{2}R$ (oder eines noch stumpferen) begränzt sind, und 2) in Krystalle (aus Derbyshire), welche wesentlich von den Flächen des Scalenoëders R_3 gebildet werden. Zwischen beiden findet ein vollständiger elektrischer Gegensatz statt.

1) *Krystalle, deren Seitenflächen durch das Prisma ∞R gebildet werden, und deren Hauptaxe an ihren Enden die Flächen eines stumpfen Rhomboëders trägt.*

1) Dieselbe ist seitdem erschienen im 18. Bd. der Abhandlungen der K. S. Gesellsch. der Wissenschaften: Elektrische Untersuchungen, 11. Abhandlung.

Eine sehr gewöhnliche Form der in Schneeberg vorkommenden Kalkspathkrystalle besteht aus kurzen oder nurmäſsig langen Prismen ∞R, deren Enden von den Flächen $-\frac{1}{2}R$ begränzt werden. Diese Krystalle sind graulich gefärbt, und ihre Seitenflächen zeigen mehr oder weniger tiefe Querfurchen, welche auf ein Zusammenwachsen niedriger Prismen (∞R und $-\frac{1}{2}R$), die sich in der Richtung der Hauptaxe übereinander gelegt haben, hinweisen. Diese Kalkspäthe zeigen eine ziemlich starke elektrische Erregung.

Ein vollständig ausgebildeter Krystall dieser Art besitzt auf den Flächen $-\frac{1}{2}R$, also an den beiden Enden der Hauptaxe positive, auf den Seitenflächen ∞R aber negative Polarität. Ist nur das eine Ende (es möge das obere heiſsen) von den Krystallflächen $-\frac{1}{2}R$, das andere untere (verwachsen gewesene) aber von den, mit dem Grundrhomboëder R parallelen Durchgängen begränzt, so bleibt die eben angegebene Vertheilung bestehen: nur das untere von den Durchgängen begränzte Ende besitzt meistens eine stärkere positive Spannung als das obere.

Wird ein solcher Krystall nach einem mit R parallelen Durchgange ungefähr in der Mitte zersprengt, so erscheinen die beiden Durchgangsflächen, welche auf einander gelegen haben, im Allgemeinen positiv; es nimmt aber die positive Spannung auf der Durchgangsfläche am oberen Stücke nach oben hin an Stärke ab, und geht daselbst, je nach der Lage der Durchgangsfläche in die negative über, während auf der Durchgangsfläche am untern Stücke die positive Elektricität nach unten zu abnimmt, und unten auch wohl in die negative übergeht. Beide Durchgangsflächen zeigen also in Bezug auf das ihnen zugehörige Axenende ein analoges Verhalten. Man könnte sagen, die Summe der beiden auf je zwei einander gegenüber liegenden Punkten dieser Durchgangsflächen befindlichen elektrischen Spannungen (mit Rücksicht auf ihr Vorzeichen) sey angenähert eine constante Gröſse.

Eine gleiche Vertheilung der beiden Elektricitäten zei-

gen die ebenfalls von ∞R und $-\frac{1}{2}R$ gebildeten Krystalle von Freiberg, sowie die Schneeberger Kalkspathkrystalle, welche seitlich von den Flächen ∞R und an den Enden der Hauptaxe von einem sehr stumpfen Rhomboëder, das fast wie die gerade Endfläche $0R$ erscheint, begränzt werden.

Aufser den zuvor beschriebenen finden sich in Schneeberg aber auch fast farblose, ebenfalls von ∞R und $-\frac{1}{2}R$ begränzte Krystalle, deren Seitenflächen jedoch glatt sind, und keine Spur von Querfurchen zeigen. Es standen mir nur mit dem einen Ende der Hauptaxe angewachsen gewesene Individuen zur Verfügung. Ihre elektrische Erregung weicht nun insofern von der zuvor angegebenen ab, dafs, wenn ich es so ausdrücken darf, die negative Polarität der Seitenflächen sich auch über die Rhomboëderflächen $-\frac{1}{2}R$ des freien (oberen) Endes verbreitet, und daselbst die positive Spannung verdrängt. Letztere, also die positive Spannung, verbleibt dagegen auf dem untern Ende, erreicht daselbst eine ziemliche Stärke und dehnt sich auch wohl etwas über die untern Stücke der prismatischen Seitenflächen aus. Diese Krystalle bilden in gewisser Weise einen Uebergang zu der zweiten Gruppe.

2) ***Krystalle, welche wesentlich von den Flächen des Scalenoëders R_3 begränzt sind.***

Die Derbyshirer Krystalle sind vorzugsweise von den Flächen des Scalenoëders R_3 begränzt, und zeigen, wie bereits oben bemerkt, ein gerade entgegengesetztes elektrisches Verhalten, als die zuerst beschriebenen graulich gefärbten Schneeberger Krystalle mit starken Querfurchen. Bei den Derbyshirer Krystallen erscheint die negative Elektricität an den beiden Enden der Hauptaxe und den ihnen anliegenden Theilen der Scalenoëderflächen; die positive Elektricität findet sich dagegen auf den Randkanten und auf den an den Randecken auftretenden Flächen ∞R

Wird ein solcher Krystall aus Derbyshire nach einem mit dem Grundrhomboëder R parallelen Durchgange zersprengt, so verhalten sich die beiden Durchgangsflächen

entgegengesetzt, als bei den Schneeberger Krystallen. Auf der untern Durchgangsfläche am obern Stücke nimmt die elektrische Spannung von oben nach unten hin im negativen Sinne zu; ist diese Fläche also oben positiv, so nimmt diese positive Elektricität nach unten hin ab, und geht auch wohl in die negative über; ist dieselbe am obern Rande bereits negativ, so wächst die negative Spannung nach unten hin. Die obere Durchgangsfläche am untern Stücke verhält sich gerade umgekehrt; auf ihr nimmt also die elektrische Spannung von oben nach unten im positiven Sinne zu. Die beiden Durchgangsflächen zeigen folglich in Bezug auf das ihnen zugehörige Axenende ein analoges Verhalten und man könnte auch hier wieder sagen, daſs die Summe der auf zwei gegenüberliegenden Punkten dieser Durchgangsflächen befindlichen elektrischen Spannungen (mit Rücksicht auf ihr Vorzeichen) angenähert eine constante Gröſse sey. Ob die Durchgangsflächen positiv oder negativ, oder zum Theil positiv und zum Theil negativ erscheinen, hängt von ihrer Lage im ganzen Krystalle ab.

Auch die scalenoëdrischen Krystalle von Andreasberg und die langen säulenförmigen Krystalle von Alston in Cumberland dürften dieser zweiten Abtheilung angehören. Leider standen mir keine an beiden Enden der Hauptaxe ausgebildeten Krystalle zu Gebote. Die Krystalle von Alston sind am untern verwachsen gewesenen Ende, sowie in der untern Hälfte der Prismenflächen positiv, in den obern Hälften derselben und am obern Ende dagegen negativ. Bei einem von den Scalenoëdern R_3, R_5, R_7 begränzten Andreasberger Kalkspathe ist das untere verbrochene Ende positiv, die Scalenoëderflächen aber negativ, jedoch mit Ausnahme einer positiven Zone, welche sich an einer Stelle, wo eine ziemlich groſse Fläche des Rhomboëders $4R$ auftritt, eine Strecke weit von oben nach unten herabzieht.

Wird ein Kalkspathkrystall während des Erhitzens untersucht, so ist wie bereits bemerkt, eine elektrische

Spannung gerade die entgegengesetzte als die zuvor für den Zustand des Erkaltens angegebene; doch verschwindet die während des Erhitzens hervorgetretene Spannung bereits bei wenig hoher Temperatur wieder; bei 120° bis 130° C. ist keine Elektricität wahrzunehmen, obwohl die Masse des Krystalls noch isolirt, und ebenso beginnt dieselbe beim Erkalten erst nach dem Sinken unter die genannte Temperaturgränze mit umgekehrten Zeichen wieder zu erscheinen.

II. Beryll.

Die Krystalle des Berylles gehören ebenfalls zum hexagonalen Systeme und bilden im Wesentlichen sechsseitige Prismen ∞P, deren Seitenkanten durch das zweite sechsseitige Prisma $\infty P \infty$ abgestumpft sind; an den Enden der Hauptaxe liegt die gerade Endfläche $0P$, während kleine Pyramidenflächen auf den Randkanten und Randecken sich finden.

Die elektrische Spannung, welche durch Temperaturveränderungen auf der Oberfläche der Beryllkrystalle hervorgerufen wird, ist im Allgemeinen wenig beträchtlich; ja sie wird bei manchen durch Klarheit und vollkommene Ausbildung ausgezeichneten Krystallen so schwach, dafs man nur mit der gröfsten Aufmerksamkeit sehr geringe Anzeichen derselben wahrzunehmen vermag.

Bei den Smaragden sind die Endflächen $0P$ positiv und die Seitenflächen ∞P negativ. Die elektrische Vertheilung gleicht also vollkommen der bei den graulich gefärbten Schneeberger Kalkspathkrystallen beobachteten. Bei den russischen Beryllen ist die Vertheilung im Allgemeinen dieselbe; nur tritt sehr häufig eine Abweichung dadurch ein, dafs auf einer oder auch zwei Seitenflächen entweder in ihrer ganzen Ausdehnung oder auf einem mehr oder weniger grofsen Theile derselben anstatt der negativen die positive Elektricität erscheint. Dieser Vorgang findet namentlich bei solchen Krystallen statt, bei denen die übrigen Seitenflächen stark negativ sind, und

scheint zur Herstellung des elektrischen Gleichgewichtes gefordert zu werden, indem die auf den viel kleineren Endflächen vorhandene positive Spannung nicht allein der auf den langgestreckten Seitenflächen auftretenden negativen das Gleichgewicht zu halten vermag.

Eigenthümlich ist das Verhalten der Berylle von Elba. Während ein Theil, und zwar wenn ich nach den mir vorliegenden Krystallen schliefsen darf, der gröfsere, dieselbe Lage der elektrischen Zonen zeigt, wie die Smaragde und russischen Berylle, ist auf andern Krystallen die elektrische Vertheilung gerade die entgegengesetzte, d. h. also bei diesen letzteren besitzen die Endflächen negative und die Seitenflächen positive Spannungen, wobei jedoch auf einzelnen Seitenflächen mehr oder weniger ausgedehnte negative Stellen erscheinen. Ich habe kein äufseres Merkmal aufzufinden vermocht, welches die Krystalle der ersteren Art von denen der zweiten unterscheiden liefse.

III. Idocras (Vesuvian).

Die Krystalle des Idocrases oder Vesuvianes gehören dem tetragonalen Systeme an, uud bilden gewöhnlich vierseitige Prismen ∞P, deren Kanten durch die Flächen des zweiten vierseitigen Prismas $\infty P \infty$ abgestumpft werden. An den Enden der Hauptaxe finden sich die Flächen der Grundpyramide P, und mehr oder weniger ausgedehnte Endflächen $0 P$.

Die am Flusse Wilui in Sibirien in einer tuffartigen halbverwitterten Felsart vorkommenden Krystalle (auch wohl Wiluit genannt) sind ringsum ausgebildet, und zeigen eine Art schaliger Bildung, während die Krystalle von Ala in Piemont ein dichtes Gefüge haben und, soviel deren mir vorgelegen, stets mit dem einen Ende angewachsen sind.

Diese Verschiedenheit in der Art der Bildung und des Wachsthumes bedingt nun eine ähnliche Abweichung in der Vertheilung der beiden Elektricitäten, wie wir sie oben bei den graulich gefärbten Schneeberger Kalkspath-

krystallen mit quergefurchten Seitenflächen und den farblosen Krystallen desselben Fundortes mit glatten Seitenflächen beobachtet haben.

Bei den Idocrasen vom Wilui sind die geraden Endflächen $0P$ nebst den gegen die Axe geneigten Pyramidenflächen positiv, die prismatischen Seitenflächen ∞P und $\infty P \infty$ aber negativ.

Bei den Krystallen von Ala hingegen, deren Hauptaxe nicht sehr beträchtlich länger ist als ihr Querdurchmesser, ist die negative Zone auf das obere ausgebildete Ende, also auf die Endfläche $0P$ und die umgebenden Pyramidenflächen verschoben, und nimmt auf den prismatischen Seitenflächen nur noch schwach die oberen Theile ein. Das untere verbrochene Ende erscheint positiv, und diese positive Spannung breitet sich mehr oder weniger über die prismatischen Seitenflächen aus. Diese Krystalle gleichen also in ihrer elektrischen Vertheilung den farblosen Kalkspathkrystallen von Schneeberg, während die Wiluite mit den graulich gefärbten Krystallen desselben Fundortes übereinstimmen.

Aufser den gewöhnlich vorkommenden Idocrasen von Ala, mit verhältnifsmäfsig kurzer Hauptaxe, lagen mir noch zwei längere dünnere Krystalle desselben Fundortes vor, welche beide nur an dem einen Ende der Hauptaxe ausgebildet waren und daselbst eine grofse Fläche $0P$ trugen, während das andere Ende verbrochen war. Sie zeigten eine viel stärkere elektrische Erregung als die vorhergehenden, und bildeten, ähnlich wie die Elbaer Berylle, eine Art vom elektrischen Gegensatz: bei dem einen war die Endfläche $0P$ positiv, bei dem andern dagegen negativ.

IV. Apophyllit (Ichthyophthalm).

Die Krystalle des Apophyllites gehören dem tetragonalen Systeme an; sie sind gewöhnlich Combinationen der Gestalten $\infty P \infty$, P und $0P$, und besitzen parallel mit $0P$ eine sehr vollkommene Spaltbarkeit. Sie erhalten durch

Temperaturänderungen sehr starke elektrische Spannungen; dies gilt selbst von den krystallinisch blättrigen Massen aus dem Fasathale.

Die beiden Enden der Hauptaxe und ihre Umgebungen sind positiv, die mittlere Region ist aber negativ. Bei den Andreasberger Krystallen von der Grube Samson, welche grofse Flächen *P* und kleinere Flächen $\infty P \infty$ tragen, sind daher die Flächen $0P$ nebst dem gröfsten Theile der Pyramidenflächen *P* positiv, die Mittelkanten aber nebst den anliegenden Stücken der Pyramidenflächen und den Flächen $\infty P \infty$ negativ. Werden die Flächen $\infty P \infty$ sehr grofs, so erstreckt sich die positive Elektricität von den Enden der Hauptaxe aus auch wohl noch über ihre oberen und unteren Theile.

Dehnen sich die Flächen $\infty P \infty$ so weit aus, dafs etwas längere quadratische Prismen entstehen, so sind die Prismenflächen negativ, die Flächen $0P$ und *P* aber positiv.

Wird an einem Apophyllitkrystalle die Spitze der Hauptaxe nach dem mit $0P$ parallelen Durchgange abgesprengt, so zeigt die Basis der kleinen vierseitigen Pyramide negative, dagegen die Abstumpfungsfläche an dem grofsen Stücke, an welcher jene Basis angelegen hatte, noch wie die Endfläche, positive Spannung. Rückt der Durchgang, in welchem der Krystall zersprengt wird, näher nach der Mitte, so treten auf der Durchgangsfläche am gröfsern Stücke neben positiven Stellen auch negative Zonen auf, bis schliefslich bei weiterer Annäherung an die Mitte die ganze Fläche negativ erscheint. Ebenso zeigt auch bei den etwas längeren prismatischen Krystallen, wenn dieselben am untern aufgewachsen gewesenen Ende von einem mit $0P$ parallelen Durchgange begränzt werden, diese untere Durchgangsfläche negative Spannung.

X. *Das Vorkommen des Stickstoffeisens unter den Fumarolen-Producten des Aetna und künstliche Darstellung dieser Verbindung;*
von Prof. Orazio Silvestri in Turin.

(Aus den *Atti dell' accademia Gioenia in Catania vol. X, Serie III* auf Wunsch des Verfassers übertragen von G. vom Rath.)

---

§. 1.

Um die Entstehung einer mineralischen Substanz, welche ich unter den Fumarolen-Producten des Aetna beobachtete, zu erklären, unternahm ich folgende Versuche:

I. Ich liefs vollkommen trockenes Ammoniak durch ein glühendes Platinrohr streichen und sammelte an der Ausströmungsöffnung ein in Wasser sehr wenig lösliches Gas, welches weder brennbar war noch die Verbrennung unterhielt, keine alkalische Reaction besafs, vielmehr alle Kennzeichen des Stickstoffs, gemengt mit einer sehr kleinen Menge von Wasserstoff, zeigte. Zufolge der hohen Temperatur war demnach das Ammoniakgas in seine beiden Elementarbestandtheile zerfallen. Während der Stickstoff im glühenden Rohre weitergeführt wurde, war der Wasserstoff zufolge der eigenthümlichen Porosität des glühenden Platins durch die Wandungen des Rohrs hindurchgedrungen.

II. Nachdem das Platinrohr mit groben Fragmenten neuer Aetnalava gefüllt, wurde derselbe Versuch wiederholt. Es trat eine kleine Menge brennbaren Gases mit allen Kennzeichen des Wasserstoffs aus. Der Stickstoff schien sich mit der Lava verbunden, und der gröfste Theil des Wasserstoffs durch die porösen Wandungen des glühenden Platinrohrs perfundirt zu seyn. Dieses Verhalten der Lava ist neu, während allerdings bekannt ist, dafs glühendes Eisen in Berührung mit Ammoniakgas sein Gewicht bis zu 6 Proc. vermehrt.

III. Der eben geschilderte Versuch wurde in der Weise wiederholt, daſs statt des Platinrohrs ein schwer schmelzbares Glas- oder Porcellanrohr angewandt wurde. Es entwickelte sich eine reichliche Menge von brennbarem Gase mit schwachem, nicht unangenehmem Geruch, welches zufolge eudiometrischer Analyse bestand aus:

Wasserstoff	90
Stickstoff	10
	100 [1]).

Es folgt aus diesem Versuche, daſs fast sämmtlicher Wasserstoff austritt, während ein Theil des Stickstoffs von der Lava gebunden wird. Die Versuche I, II, III bestätigen demnach die Thatsache, daſs das Ammoniak unter dem Einfluſs hoher Temperatur in Wasserstoff und Stickstoff zerfällt, während sie zugleich zeigen, daſs der Stickstoff groſsentheils von der Lava absorbirt wird und der Wasserstoff im freien Zustande verharrt.

IV. Durch ein erhitztes, mit Bruchstücken von Aetnalava gefülltes Glasrohr strich ein Strom von Chlorwasserstoffgas. Die Lava wurde unter Bildung von Wasser stark angegriffen und färbte sich gelb in Folge der Bildung von Chlorverbindungen des Eisens. Die gelbe zersetzte Masse läſst beim Auflösen in Wasser eine weiſse unlösliche Substanz zurück, die Kieselsäure der zersetzten Silicate der Lava. Dieser Versuch erklärt sowohl die ungeheuren Massen von Chloreisen auf den neueren Laven, in den Spalten und den Oeffnungen der Fumarolen und im Innern der Krater, als auch die Gegenwart des Kieselpulvers, welches die Oberfläche der Lava weiſs färbt, nachdem das Regenwasser die löslichen Chlorverbindungen weggewaschen und die unlösliche Kieselsäure zurückgelassen hat.

1) Das Gasgemenge, in welches Ammoniak beim Hindurchstreichen durch ein glühendes Rohr zerfällt, nimmt bekanntlich ein doppeltes Volumen des ursprünglichen Ammoniaks ein; man erhält drei Raumtheile Wasserstoff auf einen Raumtheil Stickstoff.

V. Die durch Chlorwasserstoffsäure zersetzte Lava wurde, nachdem sie behutsam, ohne die Chlorverbindungen des Eisens zu zerstören, getrocknet, in ein Porcellan- oder Glasrohr gefüllt und in einem Strome trocknen Ammoniakgases heftig geglüht. In Folge einer doppelten Zersetzung entwickelt sich an der Mündung des Rohrs Chlorwasserstoffgas (ferner Wasserstoff und Dämpfe von Salmiak), welches von der Zersetzung des Eisenchlorürs der Lava herrührt, dessen Eisen zum Theil sich mit Stickstoff verbindet und eine Substanz von metallischem Ansehen erzeugt.

VI. Schliefslich habe ich die beiden Versuche IV und V in der Weise combinirt, dafs ich Salmiakdämpfe auf die Lava wirken liefs, wobei die in der Glühhitze zerfallenden Gase, Chlorwasserstoff- und Ammoniakgas, auf die heifse Lava in einem Glasrohre bei Rothgluth reagirten. Die beiden Gase vereinigen nun ihre Wirkung: die Chlorwasserstoffsäure wirkt auf das Eisen der Lava und erzeugt Chloreisen, welche Verbindung wiederum durch das Ammoniak zerstört wird. Es entsteht Chlorwasserstoffsäure, welche sich mit den Salmiakdämpfen entwickelt; eine gewisse Menge von Stickstoff vereinigt sich mit dem Eisen, während gleichzeitig eine ansehnliche Menge von Wasserstoff sich frei entwickelt. Gleichzeitig bekleidet sich die Lava mit einem metallischglänzenden, grauen Ueberzuge von Stickstoffeisen. Auf diesem Wege, nämlich durch Anwendung von Salmiakdämpfen, gelang mir die Darstellung dieser Verbindung schwieriger als durch die getrennte Einwirkung von Chlorwasserstoffsäure und Ammoniak. Im ersteren Falle ist nämlich die Regulirung der Temperatur mit Schwierigkeit verbunden. Dieselbe mufs hoch genug seyn, um die Salmiakdämpfe zu zersetzen und die Einwirkung der getrennten Gase auf die Lava einzuleiten; doch darf sie eine gewisse Gränze nicht übersteigen, wenn nicht die Bildung des Stickstoffeisens verhindert oder das etwa schon gebildete wieder zerstört werden soll.

§. 2.

Diese Versuche beschäftigten mich bis zum J. 1870; die Ergebnisse theilte ich im genannten Jahre in der *Acc. Gioenia* zu Catania mit, sowie auf der Naturforscher-Versammlung zu Siena im Herbste 1872. Prof. Tschermak aus Wien, welchem ich bei seinem Besuche in Catania 1872 die Ergebnisse meiner Versuche zeigen konnte, gab über dieselben bereits einen kurzen Bericht in den von ihm gesammelten „Miner. Mitth.“ 1872 Heft I, S. 54. Der Ausgangspunkt meiner Studien war die Erklärung der Entstehung eines metallischglänzenden Ueberzugs, welchen ich häufig auf frischen Laven beobachtete. Dieser lichtgraue oder fast silberweiſse Ueberzug ist mit dem Gestein so innig verbunden, daſs es nicht gelingt, ihn von der Lava abzulösen und eine genügende Menge zur Analyse zu gewinnen. Es blieb mir deshalb zweifelhaft, ob dieses natürliche Vorkommen chemisch ident sey mit dem künstlich — wie oben gezeigt — dargestellten Stickstoffeisen.

Hr. Prof. Sart. v. Waltershausen beobachtete auf der Lava, welche der Aetna bei der kurzen Eruption von 1869 spie, einige noch heiſse und dampfende Blöcke, welche durch silberglänzende Partien seine Aufmerksamkeit erweckten, während die übrige Oberfläche der Stücke durch die in Folge der Zersetzung abgeschiedene und zurückgebliebene Kieselsäure weiſslich war. Sartorius beeilte sich, jene Lavablöcke mit aller Vorsicht nach Catania zu schaffen, um in meinem Laboratorium jenen glänzenden schönen Ueberzug zu analysiren. Als derselbe mir die Steine zeigte, war leider jene Substanz von metallischem Ansehen, wahrscheinlich infolge der Imprägnation der Lava mit sauren Dämpfen und Lösungen, fast gänzlich verschwunden und eine Untersuchung nicht mehr möglich. Ein einziges Fragment, welches den metallischen Körper noch erkennen lieſs, wurde in eine mit Wasserstoff gefüllte Röhre eingelassen. Doch auch dies Stück, welches

Sartorius mit nach Göttingen nahm, verfiel der Zersetzung [1]).

Die jüngste Aetna-Eruption vom Aug. 1874 [2]), welche ein besonderes Interesse dadurch gewährte, dafs ein grofsartig begonnener Ausbruch nach kürzester Dauer plötzlich endete, gestattete mir, die Schlünde der noch dampfenden Lava, nur zwei Tage nach ihrer Thätigkeit, zu besuchen und dort auf den mehr oder weniger schlackigen Lavamassen die Producte der zersetzenden und neubildenden Fumarolengase zu erforschen. Ich beobachtete auch hier wieder jene metallisch glänzende Substanz, deren Ansehen an lichten Stahl erinnerte und ich war so glücklich, eine zur Untersuchung hinreichende Menge dünner, mit jenem silberglänzenden Ueberzug bedeckter Lavarinden zu sammeln.

Das spec. Gewicht der metallisch glänzenden magnetischen Rinde bestimmte ich = 3,147. Bei Glühhitze tritt Zersetzung ein, indem Stickstoff frei wird; unter gleichzeitiger Einwirkung von Wasserdampf bildete sich Magneteisen und Ammoniak. Von Säuren, selbst von Salpetersäure, wird die metallische Substanz nur langsam angegriffen [3]); es bildet sich ein Eisensalz und Salmiak. Schmelzt man dieselbe mit Schwefel zusammen, so entsteht Einfach-Schwefeleisen (Ferrosulfit) unter Entwicklung von Stickstoff.

Bekanntlich ist die Zusammensetzung des Stickstoffeisens bis jetzt noch nicht mit Genauigkeit ermittelt; nach

1) Bei der künstlichen Darstellung des Stickstoffeisens auf Lava beobachtete ich eine leichte Zersetzbarkeit und Zerfall der Verbindung, wenn die Lavastücke durch die Chlorwasserstoffsäure eine sehr tief eindringende Zersetzung erfahren hatten; war letzteres nicht der Fall, so zeigte das dargestellte Stickstoffeisen, der atmosphärischen Luft ausgesetzt, eine gröfsere Haltbarkeit.

2) Vgl. Neues Jahrb. d. Min. v. Leonhard und Geinitz, Jahrg. 1875, S. 36.

3) Ich beobachtete, dafs auch das künstlich dargestellte Stickstoffeisen, unter gewissen Bedingungen, die möglicher Weise von der Temperatur bei seiner Bildung abhängen, durch Säuren, ja sogar durch Königswasser, nur schwierig angegriffen wird.

Fremy (*Compt. rend. LII, p.* 321) wäre die Formel $Fe_5 N_2$; nach Stahlschmid $Fe_4 N_2$ (diese Ann. Bd. 125, S. 37); nach Ragstadius $Fe_6 N_2$ (Journ. f. prakt. Chem. Bd. 86). Die Analyse des künstlichen Stickstoffeisens geschah gewöhnlich in der Weise, dafs man die Verbindung in einem Strome von Wasserstoffgas erhitzte und in metallisches Eisen und Ammoniak verwandelte. Dieselbe Methode wandte ich auf die natürliche Verbindung an, von welcher ich nur mit Mühe eine hinlängliche Menge von den Lavarinden ablösen konnte, und erhielt:

Eisen	90,86
Stickstoff	9,14
	100,00,

woraus sich die Formel $Fe_5 N_2$, gleich der von Fremy aufgestellten, ergiebt. Diese Verbindung, welche bisher nur künstlich dargestellt war, erscheint demnach auf den Laven des Aetna als ein Product der Fumarolenthätigkeit auf eisenhaltige Lava und bildet eine neue Mineralspecies. Dieselbe hat ein halbgeschmolzenes Ansehen und besitzt keine Spur von Krystallisation.

Es ist nicht unmöglich, dafs das Stickstoffeisen in den vulkanischen Processen eine nicht ganz unwesentliche Rolle spielt. In der That, wenn dieser Verbindung, welche wegen ihres innigen Haftens an der halbglasigen Lava so schwer rein auszuscheiden ist, das häufig zu beobachtende metallische Ansehen der Lava-Oberfläche zuzuschreiben ist, so müssen sowohl am Aetna als auch am Vesuv die Bedingungen zu ihrer Entstehung häufig gegeben seyn. Metallisch glänzende Oberfläche ist namentlich der in scharfkantige Blöcke zerfallenden Lava eigenthümlich, welche sich in der Nähe der Eruptionsschlünde und in der Mitte mächtiger Lavaströme findet [1]).

1) Auf einen Unterschied dieser Lava von der mehr plastischen, leichter beweglichen Lava anderer Ströme, machte ich in meiner Schrift (*Fenomeni vulcanici dell' Etna, eruzione dell' anno* 1865; *Catania* 1867) aufmerksam. Es scheint diese Verschiedenheit übereinzustimmen mit den beiden von Alb. Heim am Vesuv erkannten Lavaarten, der

Wenn in der That der Lava die Fähigkeit innewohnt, unter gewissen, namentlich von der Temperatur abhängigen, Bedingungen, Stickstoff zu absorbiren, so würde diese Thatsache auch auf die Bildung des Salmiaks, welcher in so grofser Menge als ein Product der Fumarolen erscheint, ein neues Licht werfen. Salmiak bildet sich in den Fumarolenspalten und deren Mündungen nicht nur dort, wo der Lavastrom bebaute Fluren überdeckt hat; ich nahm die fortdauernde Bildung dieses Salzes auch im Innern des grofsen Aetnakraters wahr, wo gewifs an organische Substanzen, als der Quelle des Salmiaks, nicht zu denken ist [1]). [Doch das Meerwasser mit seinem Gehalt an Organismen?]

Wenn man die Bildung des Eisenstickstoffs als eine allgemeinere Erscheinung bei Berührung der glühenden eisenhaltigen Laven mit Chlorwasserstoffsäure und Ammoniakgas (den Zersetzungsproducten des in der Lava so verbreiteten Salmiaks) annehmen darf, so bietet sich zugleich in nothwendiger Folge jenes Processes eine wichtige Quelle von Wasserstoff dar, welcher im Verhältnifs von drei Volum auf ein Vol. Stickstoff, der sich mit dem Eisen verbindet, frei wird [2]). Auf diesem Wege der Unter-

Schollen- und der Fladenlava (Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. Bd. XXV, 1).

1) Man erinnere sich hier daran, dafs der Stickstoff, wenngleich er sich nicht direct mit Wasserstoff verbindet, dennoch bei langdauernder Berührung mit Wasserdampf sich mit diesem vereinigen und salpeter saures Ammoniak bilden kann:

$$N_2 + 2H_2O = N_2H_4O_2.$$

Auch an die Möglichkeit der directen Verbindung des Stickoxyds mit Wasserstoff im *Status nascens* darf erinnert werden; $NO + H_2 = NH_2O$, d. h. zu Hydroxylamin, dessen typische Formel $N\left\{\begin{matrix}OH\\H\\H\end{matrix}\right.$. Es ist Ammoniak, in welchem 1 At. Wasserstoff durch Hydroxyl OH ersetzt ist. Diese intermediäre Verbindung wandelt sich unter Einflufs von Chlorwasserstoffsäure in der Wärme leicht um in Salmiak.

2) Vergl. Delanoue „*Du rôle des corps gazeux dans les phénomènes volcaniques.*“ *Bull. soc. geol. de France*, 2. *Sér. t. XXVII, p.* 635. In dieser interessanten Arbeit ist auf die wichtige Rolle hingewiesen, welche der Wasserstoff in den vulkanischen Processen spielt.

suchung gelangen wir zur Kenntnifs von Thatsachen, welche für die Lösung der vulkanischen Probleme, die jetzt noch in Dunkel gehüllt, von Wichtigkeit sind.

Für das natürliche Vorkommen des Stickstoffeisens, welches durch diese Untersuchung zum ersten Mal nachgewiesen zu seyn scheint, gestatte ich mir den mineralogischen Namen „*Siderazot*“ vorzuschlagen.

XI. *Notiz über die Vergleichung von Distanzen nach dem Augenmaafs; von Dr. H. Messer.*

Unter den in den letzten Jahren studirten Täuschungen des Augenmaafses ist eine der einfachsten, dafs wir eine gerade Strecke, welche in mehrere Unterabtheilungen getheilt ist, für gröfser halten, als eine gleiche nicht getheilte. Hering[1]) und Kundt[2]) haben es versucht, diese Täuschung durch die Annahme zu erklären, dafs die Gröfse einer getheilten Strecke nach dem linearen Abstand ihrer Endpunkte auf der Netzhaut (Sehne) geschätzt werde.

Von anderen, z. B. Helmholtz[3]), Zöllner[4]), Aubert[5]) sind gewichtige Einwände gegen diese Hypothese erhoben worden und wurden andere Erklärungen versucht.

Insbesondere sind von Aubert den messenden Versuchen Kundt's andere Versuche gegenübergestellt, welche viel gröfsere Schätzungsfehler ergaben.

1) Zur Lehre vom Ortssinne der Netzhaut S. 67 ff.
2) Pogg. Ann. Bd. CXX, S. 118 u. f.
3) Phys. Optik, S. 265 u. 566.
4) Ueber die Natur d. Kometen S. 389 u. 409.
5) Physiologie der Netzhaut S. 260 u. f.

Um nun zu entscheiden, ob die augenfällige Differenz zwischen den Versuchen Kundt's und Aubert's von etwaigen individuellen Verschiedenheiten der Augen der Beobachter oder ungleicher Uebung im Schätzen der Distanzen herrühre, oder ob dieselben nicht vielmehr durch die Verschiedenheit der Methoden der beiden Beobachter bedingt sey, habe ich eine Reihe von Messungen ausgeführt, deren Resultate ich, ohne auf die verschiedenen Erklärungen des Phänomens einzugehen, unten folgen lasse.

Es besteht nämlich in der That eine nicht unwesentliche Differenz zwischen den Beobachtungsmethoden von Kundt und Aubert. Während ersterer die Distanz von *Punkten* nach dem Augenmaafse gleichzumachen suchte, hat letzterer vielmehr die Distanz von parallelen *Linien*, also eigentlich *die Gröfse der von den Linien eingeschlossenen Flächen geschätzt*.

Ich habe für die Versuche eine der Kundt'schen [1]) ganz ähnliche Vorrichtung benutzt, und erst eine Reihe von Versuchen ausgeführt, bei welchen für das Auge nur die Spitzen des Stangenzirkels sichtbar waren und sodann eine Reihe von Versuchen, bei denen die ganzen Schenkel des Zirkels (30^{mm} hoch) gesehen wurden.

Es hat sich ergeben, dafs in der That unter sonst gleichen Umständen der Fehler der Schätzung beträchtlich gröfser wird, wenn die Distanzen von einander parallelen Linien (die verticalen Zirkelschenkel), als wenn die Abstände von Punkten (Zirkelspitzen) verglichen wurden.

Zum Belege dienen folgende Versuche:

Bezeichnen wir vier Punkte respective Linien (Spitzen oder Schenkel des Stangenzirkels) mit A, B, C und E, so wurde bei dem einen Versuche ein fünfter Punkt oder eine fünfte Linie D nach dem Augenmaafse so eingestellt, dafs $AD = DE$ erschien, bei der anderen Hälfte der Beobachtungen wurden A, B, C und D fixirt und E so eingestellt, dafs $AD = DE$ erschien.

1) Pogg. Ann. Bd. CXX, S. 128.

Erste Versuchsreihe.

$AB = BC = CD = 30^{mm}$; es wurde E eingestellt;

$AB = BC = 30^{m}$; $AE = 180^{mm}$; es wurde D eingestellt.

Der Fehler (f) betrug, wenn nur Zirkelspitzen gesehen wurden:

beim Beobachten mit dem rechten Auge	$f = 1{,}91$
„ „ „ „ linken „	$f = 1{,}93$
„ „ „ beiden Augen	$f = 3{,}24$
Mittel	2,03.

Der Fehler der Schätzung (F) betrug, wenn die ganzen Zirkelschenkel gesehen wurden:

beim Beobachten mit dem rechten Auge	$F = 4{,}23$
„ „ „ „ linken „	$F = 4{,}94$
„ „ „ beiden Augen	$F = 5{,}28$
. Mittel	4,82.

Jede der angegebenen Zahlen sind das Mittel aus je 100 Beobachtungen und lag die getheilte Strecke bald rechts, bald links vom Beobachter. Die Entfernung des Stangenzirkels vom Auge betrug stets 300^{mm}.

Zweite Versuchsreihe.

Dieselben Bedingungen wie oben.

Zirkelspitzen:

	$f = 1{,}91$	für das rechte
	$= 2{,}18$	für das linke
	$= 2{,}43$	für beide Augen
Mittel	2,17;	

bei ganzen Zirkelschenkeln:

	$F = 4{,}75$	für das rechte
	$= 5{,}06$	für das linke
	$= 5{,}60$	für beide Augen
Mittel	5,14.	

Dritte Versuchsreihe.

$AB = BC = 20^{mm}$ $AE = 120^{mm}$ wenn D,

$AB = BC = CD = 120^{mm}$ wenn E eingestellt wurde.

Bei Beobachtung mit beiden Angen ergab sich

$$f = 1{,}88$$
$$F = 5{,}53.$$

Vierte Versuchsreihe.

$AB = BC = CD = 40^{mm}$ wenn E

$AB = BC = 40^{mm}$, $AE = 240^{mm}$ wenn D eingestellt wurde.

Es ergab sich bei Beobachtungen mit beiden Augen:

$$f = 2{,}6^{mm}$$
$$F = 4{,}16.$$

Wie man sieht, ist F stets beträchtlich gröfser als f und es ergiebt sich gleichzeitig, dafs das Verhältnifs von F zu f wächst, wenn die Länge der beobachteten Linien im Verhältnifs zu ihrem Abstand von einander gröfser wird; denn es ist:

$$\text{für } AE = 240^{mm} \quad \frac{F}{f} = 1{,}60.$$
$$AE = 180^{mm} \quad \frac{F}{f} = 2{,}37.$$
$$AE = 120^{mm} \quad \frac{F}{f} = 2{,}94.$$

Strafsburg, November 1875.

XII. *Prophezeihung von Regen bei hohem Barometerstand mittelst des Spectroskops; von Hrn. Piazzi-Smyth.*

(*Arch. d. Sciences phys.* 1875 *Oct. p.* 196, aus: *Nature* vom 22. und 29. Juli 1875.)

Der Verf. erzählt, dafs, bei seiner Anwesenheit in der Pariser Akademie (7. Juli) Hr. Leverrier eine Periode trocknen Wetters ankündigte, gerade als kurz zuvor die schrecklichen Ueberschwemmungen im Süden begonnen hatten; der Schlufs seines Vortrags lautete: Alle schlechten Anzeigen sind verschwunden, das Barometer steht hoch in England, und alle Wahrscheinlichkeiten kommen darin überein, schönes Wetter voraussehen zu lassen.

Dagegen wurde nach Hrn. Piazzi-Smyth das Wetter mit jedem Tage schlechter, finsterer und feuchter, und noch abscheulicher war es in Londen (14., 15., 16. Juli), wohin er sich begeben hatte. Dort in London sah er mittelst eines Taschenspectroskops, nach welcher Seite des Himmels er es auch wenden mochte, einen breiten dunklen Streifen, an der weniger brechbaren Seite von D und auf dieser Linie selbst. Dieser Streifen hatte eine solche In-

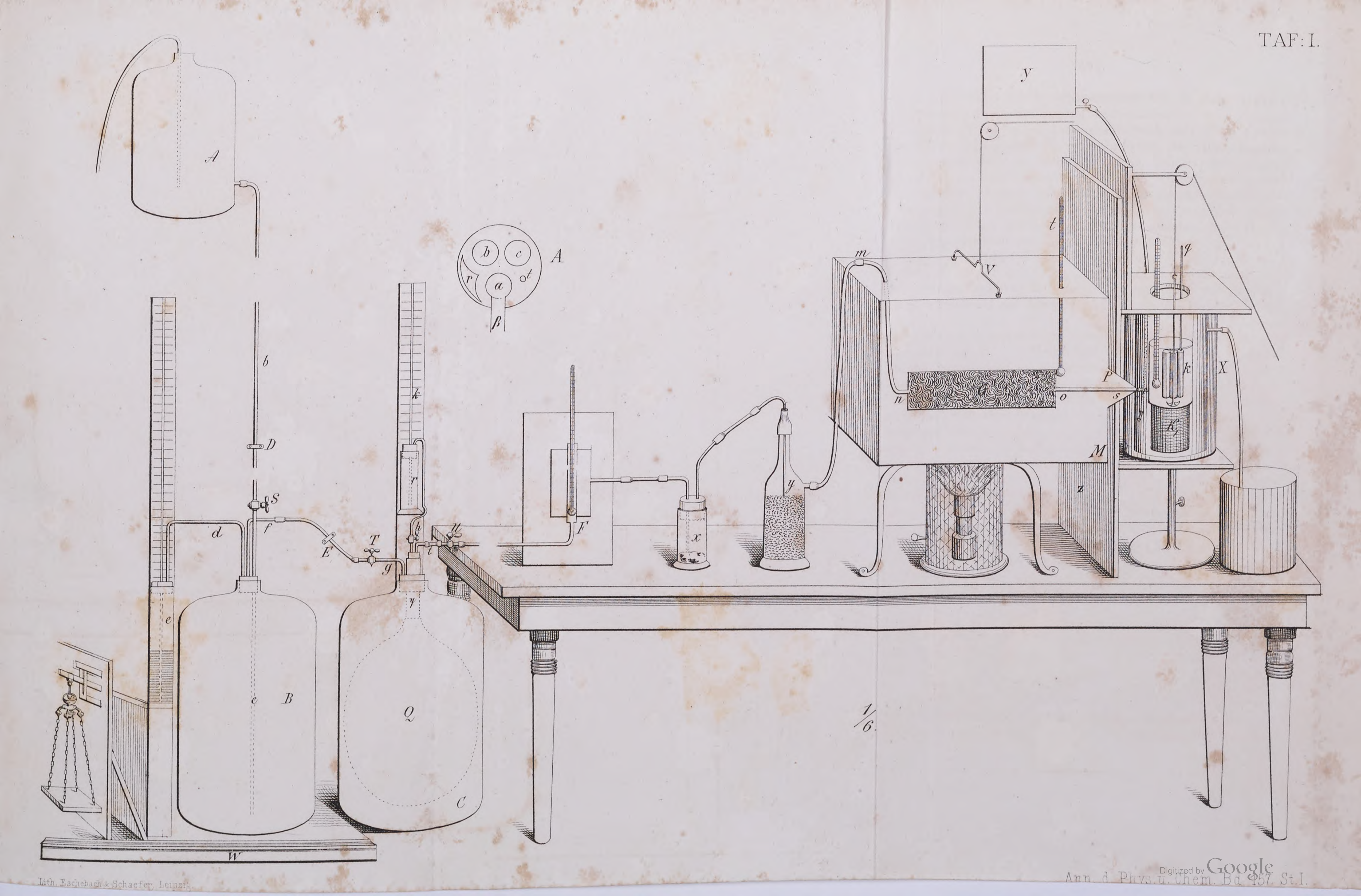
tensität, dafs er der hauptsächlichste des Spectrums war, und obgleich er tellurischen Ursprungs war, unterschied er sich doch von den tellurischen Linien bei Sonnen-Untergang und bei gewöhnlichem Wetter. Als der Verf. London am 16. Juli verliefs, konnte er sich überzeugen, dafs dieser Streifen nicht von der absorbirenden Wirkung des Rauchs der Metropole herrührte, denn in dem Maafse als er sich von derselben entfernte, hörte der Regen auf, die Wolken nahmen ab und der Streifen auch. In York, wo der Boden trocken und das Wetter herrlich war, war blofs die Linie *D* mit gröfster Schärfe sichtbar.

Diese Beobachtung zeigt, dafs der Regen begleitet war von der Erzeugung dunkler und nebliger Streifen im Spectrum des diffusen Lichts, obwohl das Barometer hoch stand.

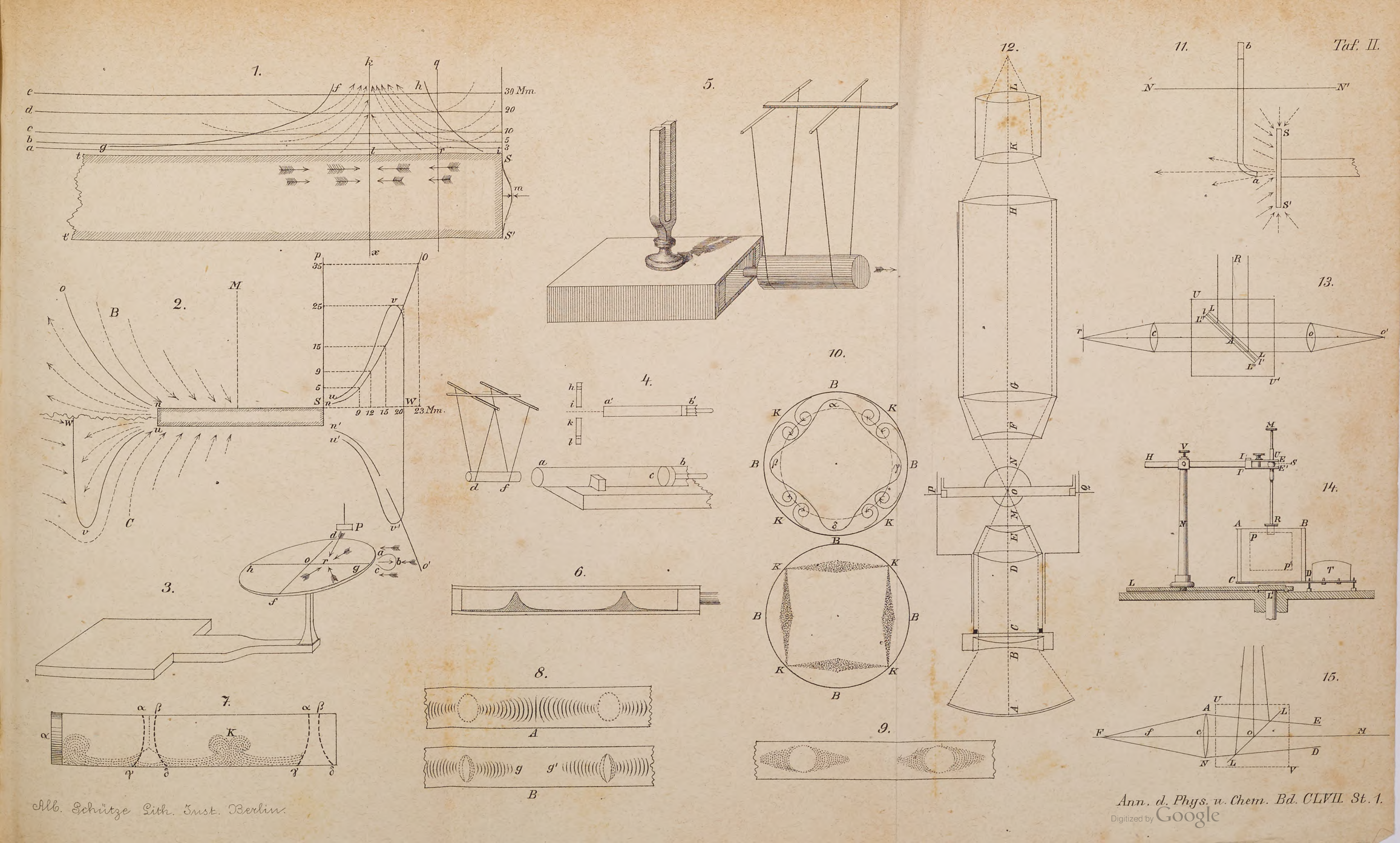
Am Morgen des 17. war zu Edinburg das Wetter herrlich, die Atmosphäre durchsichtig und der Himmel blau, bei schwachem Südost-Wind. Eben so verhielt es sich am ganzen Tag, dennoch zeigte das kleine Taschen-Spectroskop die Linie *D* sieben Mal dicker als gewöhnlich und begleitet von dem schon erwähnten nebligen Streifen, jedesmal wenn es gegen einige im Norden nahe am Horizont sichtbare Wolken gerichtet ward; dagegen liefs es das gewöhnliche Spectrum sehen, wenn es etwas höher als diese Wolken gerichtet ward. Dies geschah 2 Uhr Nachmittags. Um 6 Uhr Abends, als das Barometer noch sehr hoch stand, bedeckte sich der Himmel ganz mit Wolken, und um 11 Uhr begann es zu regnen, die ganze Nacht, den andern und den folgenden Tag. Während der ganzen Zeit blieb das Barometer hoch und, mit Ausnahme der Linie *E*, verwandelten sich alle Linien in dunkle Streifen; der der Region *D* war der charakteristische.

Am 20. begannen diese anomalen Streifen abzunehmen und der Himmel obwohl noch trüb klärte sich auf. Am 21. und 22. war das Spectrum normal und das Wetter schön. Der 23. war regnig und das Spectrum normal, allein der Regen kam aus Westen, das Barometer war *niedrig* und die Temperatur ebenfalls. Diese spectroskopischen Phänomene scheinen also zusammenzuhängen mit einem warmen Regen bei Ostwind und hohem Barometerstand.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47



Lith. Eschebach & Schaefer, Leipzig.


1.
30 Mm.
20
10
5
3
2.
M
B
C
35
25
15
9
5
9 12 15 20 23 Mm.
3.
P
4.
5.
6.
7.
K
8.
A
B
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
Alb. Schütze Lith. Inst. Berlin.

Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. CLVIII. St. 1.

Fig. 1b.

s s g g k

Fig. 1.

m_5 y_5 z_3 z_3 p_1 D D p z z y_1 m_1 m_1 y_2 y_2 N n n S m_2 m_3 m_2 y_3 G h_1 y_4 c_1 z_2 z_2 c c r r

Fig. 1.a.

m_5 y_5 p_1 p_1 D D s p p s y_1 y_2 S z_1 z_1 y_3 m_4 e G h e h_1 m_4 y_4 c_1 c c r r

Fig. 2.

Reibungsconstante: 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000, 11000, 12000, 13000, 14000, 15000, 16000

Procentgehalt: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40

$MgCl_2$ $ZnSO_4$ $CaCl_2$ $MgSO_4$ NaCl. $BaCl_2$ KaCl

(2000) (3000) (4000) (5000) (6000) (7000) (8000) (9000) (10000) (11000) (12000) (13000) (14000)

Lith. Inst. v. Alb. Schütze Berlin.

1876. ANNALEN № 2.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVII.

I. *Ueber den Zusammenklang zweier Töne; von Dr. Rudolph König in Paris.*

Wenn zwei Töne auf demselben Instrumente hervorgebracht werden oder durch die Schwingungen zweier Körper, die durch einen dritten nahe mit einander verbunden sind, so entstehen sehr complicirte Erscheinungen, welche zum Theil durch die Rückwirkung der beiden Tonquellen auf einander und die Wirkung beider auf den dritten sie verbindenden Körper hervorgerufen werden, zum Theil auch in dem Verhalten der beiden Wellenzüge im Luftraume ihren Grund finden. Es ist nun meine Absicht gewesen, in folgender Arbeit allein diese durch die Existenz zweier Tonwellenzüge im Luftraume entstehenden Erscheinungen einer genaueren Untersuchung zu unterwerfen, und ich habe daher zur Erzeugung dieser Wellenzüge nur Tonquellen angewendet, welche von einander vollständig isolirt waren und durchaus nicht direct auf einander, noch auch zusammen gemeinsam auf einen dritten Körper einwirken konnten. — Da ferner die durch Klänge hervorgerufenen Wellenzüge immer als aus mehreren Wellenzügen einfacher Töne zusammengesetzt zu betrachten sind und daher bei der Anwendung von Klängen mitunter zweifelhaft bleiben kann, ob die beobachteten Erscheinungen durch die Grundtöne oder die Obertöne hervorgerufen wurden, so bin ich auch darauf bedacht gewesen bei diesen Experimenten die Tonquellen so zu wählen, daſs sie nur möglichst einfache Töne erzeugten. Für

die tiefen Töne benutzte ich sehr starke, vor großen Resonatoren tönende Stimmgabeln, welche auf eisernen, isolirten Gestellen montirt waren, für die höheren Töne einfach starke Stimmgabeln, deren Tonintensität keiner weiteren Verstärkung mehr bedurfte.

Die ganze Reihe der Stimmgabeln und Resonanzröhren, welche ich bei diesen Untersuchungen anwendete, war folgende:

1) Fünf Stimmgabeln, welche ohne Gewichte die Töne Contra *G*, *C*, *E*, *G*, *c* (sol_{-1}, ut_1, mi_1, sol_1, ut_2) gaben. Von den vier höheren Gabeln kann jede vermittelst ihrer Laufgewichte bis zum Ton der nächst tieferen Gabel umgestimmt werden. Die Gabel Contra *G* kann durch ein Paar Laufgewichte bis zum Contra *E*, und durch ein ander Paar bis zum Contra *C* ($ut_{-1} = 64$ v. s.) vertieft werden, und diese letztere Gränze läßt sich noch durch Vermehrung der auf den Schiebern angebrachten Gewichte überschreiten. Die Stellungen der Laufgewichte auf diesen Gabeln sind für die Octave von Contra *C* zum großen *C* von einer einfachen Schwingung zur andern, und für die nächst höhere Octave von einer Doppelschwingung zur andern verzeichnet.

Die Zinken der tiefsten Gabel haben 35 Mm. Dicke, 55 Mm. Breite und etwa 75 Ctm. Länge. Die Zinken der andern vier Gabeln sind 39 Mm. dick, 55 Mm. breit und ihre Länge variirt von etwa 70 Ctm. bis zu 49 Ctm. Diese fünf Gabeln wiegen ohne die Fußgestelle und Laufgewichte 130 Kilogramm.

2) Acht Stimmgabeln, welche ohne Gewichte auf die Töne *c*, *e*, *g*, *c'*, *c'*, *e'*, *g'*, *c''* (ut_2, mi_2, sol_2, ut_3, ut_3, mi_3, sol_3, ut_4) gestimmt sind und vermittelst ihrer Laufgewichte wieder alle Zwischentöne herzustellen gestatten. Ihre Zinken haben 26 Mm. Dicke, 26 Mm. Breite und etwa von 59 Ctm. bis zu 19 Ctm. Länge.

Die Stimmgabeln für die Octave vom kleinen *c* zum eingestrichenen *c'* tragen eine Theilung für die Stellungen

der Laufgewichte von zwei zu zwei, und für die nächst höhere Octave von vier zu vier Doppelschwingungen.

3) Neun Stimmgabeln auf die Töne der Tonleiter von c'' zu c''' und auf den siebenten harmonischen Ton des kleinen c gestimmt, deren Zinken 25 Mm. Breite haben, unten 25 Mm. dick sind und nach den Enden zu bis auf etwa 12 Mm. dünner werden. Ihre Länge variirt von etwa 20 zu 13 Ctm.

4) Zwölf Stimmgabeln für die Töne der Tonleiter von c''' zu c^{IV}, den elften, dreizehnten und vierzehnten harmonischen Ton des kleinen c, und den Ton von 2389,3 v. s., welcher mit c' (512 v. s.) das Verhältniſs 3 : 7 bildet, mit Zinken von 15 Mm. Breite, deren Dicke unten 10 Mm., an den Enden etwa 7 Mm. beträgt, und welche Längen von etwa 9 bis zu 6 Ctm. haben.

5) Elf Gabeln für die Töne der Tonleiter von c^{IV} zu c^{V} und den elften, dreizehnten und vierzehnten harmonischen Ton des eingestrichenen c'. Die Breite ihrer Zinken ist gleich 23 Mm., die Dicke unten gleich 18 Mm. und an den Enden etwa gleich 9 Mm. Ihre Länge variirt von etwa 8 zu 5 Ctm.

6) Eine Reihe von elf Stimmgabeln für Töne zwischen h''' und c^{IV}, und eine Reihe von neun Stimmgabeln für Töne zwischen 7936 v. s. und c^{V} (8192 v. s.), mit Zinken von 14 Mm. Breite und unten etwa 8 Mm. Dicke.

7) Drei Paar Resonatoren für die Verstärkung der Töne vom groſsen C bis c'', welche mit Schraubenstempeln versehen sind, so daſs sie mit gröſster Genauigkeit auf den jedesmal zu verstärkenden Ton gestimmt werden können. Sie sind aus Messing und auf eisernen Gestellen montirt. An der Oeffnung jeder dieser Resonanzröhren können zwei Seitenplatten angebracht werden für den Fall, daſs die tönende Stimmgabel wegen ihrer Gewichte nicht nahe genug an die Oeffnung gebracht werden kann und man so wenig als möglich von ihrer Wirkung auf die Luftmasse verlieren will. Auſserdem ist auch noch jeder Stempel nahe an der durch ihn hindurchgehenden und

ihn bewegenden Schraube durchbohrt und mit einer kleinen Röhre versehen, die für gewöhnlich geschlossen ist, welche man jedoch öffnen kann um durch dieselbe vermittelst eines Kautschukschlauches das Ohr in directe Verbindung mit der inneren Luftmasse des Resonators zu setzen.

Die beiden Resonatoren, welche die Töne vom großen *C* bis *g* verstärken, haben einen Durchmesser von 30 Ctm., eine Länge von 1 M. 15 Ctm. und ihre Oeffnung in der Vorderplatte ist 27 Ctm. lang und 12 Centimeter breit.

Die zwei Resonatoren, welche von *G* bis *g'* gestimmt werden können, haben 25 Ctm. im Durchmesser, sind 50 Ctm. lang, und ihre Oeffnung hat 23 Ctm. Länge und 7 Ctm. Breite.

Das dritte Paar Resonatoren verstärkt die Töne von *g* bis *c''*. Ihre Länge beträgt 36 Ctm., ihr Durchmesser 25 Ctm. und ihre Oeffnung hat 15 Ctm. Länge und 7 Centimeter Breite.

I. Primäre Stöſse und Stoſstöne.

A. Intervalle mit dem Grundton *C* = 128 v. s.

Wenn man neben dem tiefen, einfachen und starken Tone *C* (128 v. s.), wie er durch eine groſse Stimmgabel, welche vor ihrem Resonator tönt, hervorgebracht wird, einen zweiten, in gleicher Weise erzeugten Ton ertönen läſst, den man vom Einklange ausgehend immer mehr und mehr erhöht, so hört man die sofort nach der Störung des Einklanges entstandenen Stöſse immer schneller werden. Ist man mit dem höheren Ton bis zu 152 oder 156 v. s., also zwischen *D* und *E* gekommen, so gehen die Stöſse, welche bis dahin, in der Zahl von 12 bis 14, einzeln hörbar waren, in ein Rollen über, das bis in die Gegend der Quarte bis etwa 171 v. s. (22 St.) immer schneller wird, ohne seinen einfachen Charakter zu verlieren. Ueber die Quarte hinaus entsteht ein verworrenes, aber immer sehr lautes Rasseln, welches über die Quinte fortdauert, bis es

in der Gegend der Sexte, bei etwa 212 bis 216 v. s. wieder an Verworrenheit verliert, in ein noch schnelles, aber einfaches Rollen übergeht, welches sich zwischen der Sexte und Septime so sehr verlangsamt, dafs man bei 238 und 236 v. s. schon 12 und 10 einzelne Stöfse zählen kann, die bei der Septime $H = 240$ v. s. zu 8, bei 244 v. s. zu 6 werden und immer geringer an Zahl, bei der Octave von $c = 256$ v. s. zuletzt gänzlich verschwinden.

Da man die Schwingungszahlen der primären Töne auf den Stimmgabeln direct ablesen kann, so findet man sofort, dafs die Anzahl der in der Nähe des Einklanges einzeln vernehmbaren Stöfse gleich der Differenz der Doppelschwingungen der beiden primären Töne ist, und die der Stöfse in der Nähe der Octave gleich der Differenz der Doppelschwingungen des höheren der beiden primären Töne und der Octave des tieferen.

Man kann die angegebenen Resultate kurz in folgender Weise zusammenfassen: Jedes Intervall $n : n'$ (kleiner als die Octave), erzeugt zwei Arten von Stöfsen, deren Anzahl gleich dem positiven und negativen Reste der Division $\frac{n'}{n}$ ist, d. h. gleich den beiden Zahlen m und $m' = n - m$, welche man erhält, indem man setzt: $n' = n + m = 2n - m'$. Ich werde im Folgenden der Kürze wegen die Stöfse m untere, und die Stöfse m' obere Stöfse nennen. Erweitert man das Intervall zweier Töne vom Einklange bis zur Octave, so wächst die Anzahl der unteren Stöfse von 0 bis n, und die der oberen Stöfse verringert sich von n zu 0. Bei der Quinte ist die Anzahl beider Arten Stöfse $= \frac{n}{2}$. Ist m viel kleiner als $\frac{n}{2}$, so sind nur die unteren Stöfse hörbar; ist m viel gröfser als $\frac{n}{2}$, so hört man nur die oberen Stöfse, und ist m nahe gleich $\frac{n}{2}$, so kann man beide Arten Stöfse m und $n - m$ zugleich wahrnehmen.

Die unteren Stöfse sind stärker als die oberen Stöfse, und ihre Hörbarkeit erstreckt sich daher weiter

über die Quinte hinaus, als die der oberen Stöſse über denselben Ton hinabreicht.

In der Octave vom groſsen *C* zum kleinen *c*, mit welcher wir es hier zu thun gehabt haben, ist es sehr schwer aus dem lauten, verworrenen Gerassel der unteren und oberen Stöſse unter und über der Quinte den Rhythmus herauszuhören, welcher jeder dieser Arten Stöſse zukommt da die Zahl der unteren Stöſse sowohl wie die der oberen immer so groſs ist, daſs sie einzeln gehört, schon ein sehr schnelles Rollen bilden würden. Es ist mir daher auch nur gelungen, beide Arten Stöſse während ihrer Existenz zur gesonderten und ganz deutlichen Wahrnehmbarkeit zu bringen, indem ich zum Grundton der Intervalle einen noch viel tieferen Ton als das groſse *C*, nämlich das Contra *E* (80 v. s.) wählte.

Die groſse Gabel trug auf einer ihrer Zinken eine Holzplatte von 24 Ctm. Breite und 40 Ctm. Länge und wurde durch einen zwischen ihren Zinken befindlichen starken Elektromagneten in starke Schwingungen von 12 bis 15 Mm. Weite versetzt. Vor dieser Platte hielt ich das Ohr, während ich demselben zu gleicher Zeit mehr oder weniger eine Stimmgabel mit Laufgewichten und Theilung näherte, welche ich frei in der Hand hielt. Experimentirt man in dieser Weise und erhöht den Ton der letzten Gabel von 80 v. s. ab immer mehr und mehr, so gehen wieder die erst einzeln hörbaren Stöſse in ein Rollen und Rasseln über, welches über die Quinte (20 St.) hinaus fortdauert. Bei 144 v. s., wo es durch 32 untere und 8 obere Stöſse gebildet wird, fangen diese letzteren schon an bemerkbar zu werden. Bei 148 v. s. ($m = 34$, $m' = 6$) und bei 150 v. s. ($m = 35$, $m' = 5$) hört man dann ganz deutlich neben dem Rasseln der 34 und 35 unteren Stöſse, auch die 6 und 5 oberen Stöſse. Man kann sich einen sehr guten Begriff davon machen wie dieses klingt, wenn man die Zunge wie beim *R*-Laute vibriren läſst, während man die Luft in schnellen, kräftigen Stöſsen, statt in einem anhaltenden Strome aus dem Munde treibt.

Bei Gelegenheit dieses Experimentes mit der tiefen Contra *E*-Gabel möchte ich beiläufig bemerken, daſs es auſserordentlich schwierig ist, sehr tiefe, einfache Töne von nur einiger Intensität herzustellen. Da mir daran lag, die Stöſse bei Tönen zu untersuchen, die bei möglichst weiten Intervallen nur um eine möglichst kleine absolute Schwingungszahl von einander abstanden, so construirte ich für die Töne der Contraoctave (64 — 188 v. s.) zwei groſse Resonatoren aus Holz, den einen von 40, den andern von 60 Ctm. Höhe und Breite, und beide von einer Länge von 2 Meter. Sie waren wie die oben beschriebenen Messingresonatoren mit Schraubenstempeln versehen, so daſs sich die Stimmung mit der gröſsten Genauigkeit herstellen lieſs, auch konnte an ihnen die Oeffnung nach Belieben verkleinert oder vergröſsert werden, aber die Wirkung, welche ich durch sie in Verbindung mit den mächtigen Gabeln erhielt, war dennoch so gering, daſs ich bei der Wahl eines dieser tiefen Töne zum Grundton, an Intensität mehr verloren hätte, als mir die geringere Schwingungszahl nützlich gewesen wäre.

Erweitert man das Intervall der Octave 128 : 256 v. s., zu dem wir bis jetzt gekommen waren, indem man den Grundton *C* beibehält, den zweiten Ton aber, von der Octave ausgehend wieder, immer mehr und mehr erhöht, so entstehen sofort wieder die einzelnen hörbaren Stöſse, welche, wenn sie bei 276 bis 280 v. s. die Zahl von 10 bis 12 erreicht haben, in ein einfaches Rollen übergehen, das sich etwa bei 296 v. s. (20 St.) in ein verworrenes Rasseln verwandelt. Dieses Rasseln wird schnell schwächer und zwischen *e* und *f*, etwa bei 332 bis 336 v. s., läſst der Zusammenklang der beiden Töne eine bloſse Rauhigkeit vernehmen, aus der aber schon bei 344 v. s. ein wieder deutlicheres, schnelles Rollen hervortritt, welches sich bald verlangsamt um bei 360 bis 364 v. s. 12 bis 10 Stöſse einzeln vernehmen zu lassen, die denn bei 368, 372, 376 und 380 v. s. zu 8, 6, 4 und 2 werden, und bei $g = 384$ v. s. (1 : 3) verschwinden.

Die Zahl der in der Nähe der Octave hörbaren Stöfse ist gleich der Differenz der Doppelschwingungen des höheren Tones und der Octave des Grundtones, und die Zahl der Stöfse in der Nähe der Duodecime gleich der Differenz der Doppelschwingungen des höheren Tones und der Duodecime des Grundtones.

Der Vorgang bei den hier beobachteten Intervallen dieser zweiten Periode von $n:2n$ bis $n:3n$ ist also ganz derselbe, welchen wir bei den Intervallen der ersten Periode von $n:n$ bis $n:2n$ beobachtet haben. Jedes Intervall $n:2n+m$ oder $3n-m'$ erzeugt wieder zwei Arten von Stöfsen, die gleich m und gleich m' sind; ist m viel kleiner als $\frac{n}{2}$, so hört man nur die unteren Stöfse, ist m viel gröfser als $\frac{n}{2}$, so sind nur die oberen vernehmbar, und ist m nahezu gleich $\frac{n}{2}$, so existiren beide Arten Stöfse zusammen. In dieser Periode ist $m=\frac{n}{2}$ bei dem Intervalle $2:5$ ($e=320$ v. s.).

Die Stöfse eines Intervalles $n:2n+m$ sind also gleich denen des Intervalles $n:n+m$.

Auch in dieser Periode sind die oberen Stöfse wieder schwächer als die unteren, und die unteren wie oberen sind schwächer, als die entsprechenden Stöfse der ersten Periode.

Die nächst höhere Periode erstreckt sich von $C:g$ bis $C:c'$, $n:3n$ bis $n:4n$, und ihre Mitte, in der $m=\frac{n}{2}$, ist bei dem Verhältnifs $2:7$ ($128:448$ v. s.). Man findet in derselben wieder den gleichen Vorgang wie in den ersten beiden Perioden, nur kann man die Stöfse beider Arten, da sie wieder schwächer geworden sind als in der vorhergehenden Periode, nicht mehr ganz so weit verfolgen. Erhöht man wieder, von g (384 v. s.) ausgehend, den zweiten Ton mehr und mehr, so gehen die erst einzeln hörbaren Stöfse bei 404 v. s. (10 St.) in ein Rollen über, welches bei 420 v. s. zu einem verworrenen, schwachen Gerassel wird.

Dieses geht bis etwa 456 v. s. in eine bloſse Rauhigkeit über, aus der erst bei 480 bis 484 v. s. (16 bis 14 St.), ein wieder deutlicheres Rollen hervortritt, welches sich bis 492 v. s. zu 10 einzeln hörbaren Stöſsen verlangsamt, die immer geringer an Zahl, bei c' (512 v. s.), der Doppeloctave, ganz verschwinden.

Die Stöſse eines Intervalles $n:3n+m$ oder $4n-m'$, sind wieder gleich m und m'.

In der Periode von $C:c'$ bis $C:c'$, von $n:4n$ bis $n:5n$, lassen sich die Stöſse noch weniger weit verfolgen. Wenn die unteren Stöſse in der Zahl von 8 bis 10, in ein Rollen übergegangen sind, so wird dieses bis 552 v. s. (20 St.) schon so schwach, daſs es nur noch eine bloſse Rauhigkeit bildet. Bei 560 (24 St.) ist auch diese nicht mehr wahrnehmbar und die beiden Töne bilden von hier ab einen reinen Zusammenklang. Erst bei 616 v. s. tritt das Rollen von 12 Stöſsen wieder aus dem reinen Zusammenklange hervor, welches dann in die einzelnen hörbaren Stöſse m' übergeht, die bei 1 : 5 (128 : 640 v. s.) verschwinden.

In der Periode $C:e'$ bis $C:g'$, $n:5n$ bis $n:6n$, sind die unteren Stöſse nur noch bis etwa 10 deutlich und verschwinden schon bei 664 v. s. (12 St.). Die oberen Stöſse werden bei 748 v. s. schwach vernehmbar und sind erst bei 752 v. s. (8 St.) einzeln ganz deutlich.

In der Periode von $C:g'$ bis $C:896$ v. s., von $n:6n$ bis $n:7n$, sind die unteren Stöſse nur bis 780 v. s. (6 St.) ganz deutlich und verschwinden schon bei 784 v. s. Die oberen Stöſse werden bei 884 v. s. in der Zahl von 6 schwach hörbar und sind erst bei 888 v. s., 4 an der Zahl, ganz deutlich.

In der Periode von $C:896$ v. s. bis $C:c''$, $n:7n$ bis $n:8n$, kann man die unteren Stöſse noch bis vier, bei 904 v. s. deutlich hören. Sie verschwinden schon bei 908 v. s., sechs an der Zahl. Vier obere Stöſse werden bei 1004 v. s. vernehmbar. Die zwei Stöſse bei 1008 v. s. sind ganz deutlich.

Es ist mir gelungen mitunter noch einige Stöfse bei den Verhältnissen $C : d''$ und selbst $C : e''$ (1 : 9 und 1 : 10) wahrzunehmen, sie waren aber sehr schwach und können jedenfalls nicht von jedem einfach gesunden und nicht besonders geübten Ohr, wie alle bisher beschriebenen, wahrgenommen werden.

Man hat bis jetzt angenommen, dafs Stöfse nur durch zwei dem Einklange nahe Töne direct erzeugt werden könnten und dafs die Stöfse aller weiteren Intervalle mit Hülfe resultirender Töne erzeugt würden. Hiernach müssten also bei den Intervallen $C : c''$ — 2 v. d., welches, wie wir gesehen haben, deutlich zwei Stöfse hören läfst, diese Stöfse in folgender Weise entstanden seyn:

c'' — 2 v. d.	mit	C ($8n - 2$	mit	n)	hätte	bilden müssen	892 v. s. ($7n$—2)
892 v. s.	„	C($7n - 2$	„	n)	„	„ „	g' — 2 v. d. ($6n$—2)
g' — 2 v. d.	„	C($6n - 2$	„	n)	„	„ „	e' — 2 v. d. ($5n$—2)
e' — 2 v. d.	„	C($5n - 2$	„	n)	„	„ „	c' — 2 v. d. ($4n$—2)
c' — 2 v. d.	„	C($4n - 2$	„	n)	„	„ „	g — 2 v. d. ($3n$—2)
g — 2 v. d.	„	C($3n - 2$	„	n)	„	„ „	c — 2 v. d. ($2n$—2)
c — 2 v. d.	„	C($2n - 2$	„	n)	„	„ „	C — 2 v. d. (n—2)
C— 2 v. d.	„	C($n - 2$	„	n)	„	„ „	zwei Stöfse.

Von allen diesen Zwischentönen habe ich keine Spur entdecken können und aufserdem hat der Ton c'' – 2 v. d. (1020 v. s.) eine verhältnifsmäfsig so geringe Intensität, wenn seine Stöfse mit dem grofsen C am deutlichsten hörbar sind, dafs es geradezu unmöglich scheint, er solle irgend welchen, auch nur im Geringsten wirksamen Combinationston in Verbindung mit anderen Tönen hervorbingen können, und noch unerklärlicher möchte es seyn, dafs er der Ursprung einer ganzen Reihe von Combinationstönen würde. Es ist daher weit natürlicher, die Stöfse der harmonischen Intervalle wie die des Einklanges, direct aus der Composition der Tonwellen abzuleiten und anzunehmen, dafs sie aus den periodisch abwechselnden Coincidenzen der gleichartigen Maxima der Töne n und n', und der Maxima, welche entgegengesetzte Zeichen haben, entstehen. Die gleichartigen Maxima werden bei den Stöfsen dieser

harmonischen Intervalle, wie bei denen des Einklanges, entweder genau zusammenfallen, oder es werden Compressionsmaxima des höheren Tones bei zwei aufeinanderfolgenden Schwingungen des Grundtones, um ein Geringes dem Compressionsmaximum der ersten Schwingung vorhergehen und dem der zweiten folgen, so dafs die Mitte der Schwebung zwischen diesen liegt, in beiden Fällen wird aber die Wirkung auf das Ohr ganz dieselbe seyn, da eine Schwebung keine momentane Erscheinung ist, sondern aus dem allmäligen Anschwellen und Abnehmen der Tonintensität entsteht. Um eine klarere Ansicht von dem Schwingungsvorgange bei den Stöfsen dieser harmonischen Intervalle zu geben, habe ich die schriftliche Composition der Schwingungen für die Intervalle $n:hn$ und $n:hn+y$ ($h=1, 2, \ldots 8$) mit meinem bekannten Apparate ausgeführt, bei welchem, nach der von Lissajous und Desains zuerst angewandten Methode, von den beiden Stimmgabeln, deren Schwingungen componirt werden sollen, die eine die beräucherte Glasplatte trägt, welche mit ihr mitvibrirt, und die andere den Schreibstift, welcher auf dieser Glasplatte die Figuren verzeichnet (Taf. IV).

Wenn man nun den allgemeinen Charakter dieser Figuren ins Auge fafst, so findet man, dafs die Stöfse der ungeraden Intervalle 1 : 3, 1 : 5 und 1 : 7 ebenso wie die Stöfse des Einklanges durch periodische Maxima und Minima der Schwingungsweite angezeigt sind, welche sehr wohl ihre directe Hörbarkeit erklären können. Bei den geraden Intervallen 1 : 2, 1 : 4, 1 : 6 und 1 : 8 wieder, wechselt immer ein Maximum der Compression mit einem Maximum der Dilatation, wie dieses bei gewöhnlichen Tonwellen der Fall ist, es läfst sich daher jede ganze Periode gleichsam wie eine einzige zusammengesetzte Luftwelle betrachten, und dafs derartige Luftwellen sollen einzeln wie Stöfse empfunden werden können, hat nichts Auffallendes, da die Töne der grofsen Orgelpfeifen der 32-füfsigen Octave sehr wohl wie einzelne Luftstöfse gehört werden und man auch die Empfindung einer Reihe Stöfse empfängt, wenn man

das Ohr den Zinken einer grofsen Stimmgabel nähert, welche unter 32 v. d. giebt.

Eine Eigenthümlichkeit der Stöfse harmonischer Intervalle besteht noch darin, dafs die beiden primären Töne abwechselnd hervortreten. Läfst man neben dem starken, grofsen *C* das nur um einen geringen Theil einer Schwingung verstimmte kleine *c* ertönen, so dafs sich sehr langsame Stöfse bilden, so hört man abwechselnd einmal den Grundton und einmal die Octave so deutlich hervortreten, dafs man, wenn das kleine *c* sehr stark ist, mitunter geneigt seyn könnte, jede Schwebung doppelt zu zählen. Ist das kleine *c* dagegen schwach, so hört man nur den Grundton abwechselnd stärker und schwächer werden. Ganz dieselbe Beobachtung habe ich auch bei den sehr langsamen Stöfsen der Duodecime und der Doppeloctave, $C:g$ und $C:c'$ machen können, aber bei nur einigermaafsen schnellen Schwebungen läfst sich das periodische Hervortreten des höheren Tones nicht mehr wahrnehmen.

Auch diese Erscheinungen dürften sich leichter aus den Figuren der Stöfse dieser Intervalle erklären lassen, als aus der Annahme resultirender Zwischentöne, welche man nicht hören kann. Bei den Stöfsen der Octave und Duodecime (Taf. IV) tritt bei *a* der Grundton allein hervor, und läfst sich bei *b* der höhere Ton vernehmen.

B. Intervalle mit dem Grundtone $c = 256$ v. s.

Bildet man die verschiedenen Intervalle vom Einklange bis zur dritten Octave mit dem kleinen $c = 256$ v. s. als Grundton, so kann man die Stöfse in den verschiedenen Perioden nicht mehr, wegen ihrer doppelt grofsen Anzahl, bei ganz so weiten Intervallen beobachten, als sich dieses mit dem Grundtone *C* thun liefs.

Die erst einzeln hörbaren Stöfse gehen bei der Secunde in ein einfaches Rollen, bei der Terz in ein verworrenes Rasseln über, welches über die Quarte hinaus schon schwach wird. Zwischen der Quinte und Sexte bilden die Töne einen rauhen Zusammenklang, aus dem zwischen der Sexte und Septime ein deutlicheres Rollen

hervorzutreten anfängt, welches bei der Septime in einzeln vernehmbare, und bei 496 v. s. (8 St.) in einzeln zählbare Stöfse übergeht, die bei der Octave $c : c'$ verschwinden.

In der zweiten Periode $c : c'$ bis $c : g'$ ist schon bei 584 v. s. nur noch eine Rauhigkeit wahrzunehmen, und bei 608 v. s. bilden die beiden Töne bereits einen ganz ungestörten Zusammenklang, der erst bei 704 v. s. wieder rauh wird, und bei 720 v. s. in ein Rollen übergeht, welches sich darauf in die einzelnen Stöfse auflöst, die bei der Duodecime $c : g'$ (1 : 3) verschwinden.

In der dritten Periode von $c : g'$ bis $c : c''$ verschwinden die letzten Spuren der durch die zahlreich werdenden unteren Stöfse hervorgerufenen Rauhigkeit schon bei 820 v. s. Die beiden Töne bilden von da ab bis zu 976 v. s. einen ungestörten Zusammenklang, der bei 984 v. s. (20 St. m') rauh wird, und darauf wieder die einzelnen Stöfse hören läfst, welche bei der Doppeloctave $c : c''$ (1 : 4) verschwinden.

Ueber die Doppeloctave hinaus kann man unter und über dem Intervall $c : e''$ (1 : 5) die oberen Stöfse der vierten, und die unteren Stöfse der fünften Periode bis etwa 12 an der Zahl beobachten. Unter und über $c : g''$ (1 : 6) vernimmt man bis etwa 8 Stöfse, und beim gestörten Zusammenklange C : 1792 v. s. (1 : 7) bis etwas sechs. Die gestörte dreifache Octave $c : c'''$ (1 : 8) läfst noch deutlich 4 Stöfse hören, die 2 bis 3 vernehmbaren Stöfse bei $e : d'''$ (1:9) sind aber schon sehr schwach.

Obgleich die unteren wie auch die oberen Stöfse bei dem Intervalle mit dem Grundtone c, welches die Mitte jeder Periode bildet, schon die Zahl 64 erreichen, so ist doch selbst in der ersten Periode bei der Quinte $c : g$ ein grofses C nur sehr schwach vernehmbar. Läfst man zu dem erst allein tönenden c plötzlich g hinzutreten, so klingt es als hätte der Grundton nur einen tieferen Charakter bekommen.

C. *Intervalle* mit dem Grundton $c' = 512$ v. s.

Bildet man mit dem Grundtone $C' = 512$ v. s. Inter-

valle, welche vom Einklange aus immer weiter und weiter werden, so zeigen dieselben folgende Erscheinungen.

Die erst einzeln hörbaren unteren Stöfse gehen schon, ehe die Secunde erreicht ist, in ein Rasseln über, welches bis zur Terz (64 St.) zu einer blofsen Rauhigkeit wird. Zugleich hört man ein schwaches grofses *C*. Bis zur Quinte steigt dieser Ton bis zum kleinen *c* (128 St.), während von der Rauhigkeit des Zusammenklanges schon von etwa 720 bis 736 v. s. ab nichts mehr zu spüren ist. Von 768 bis 896 v. s. (128 bis 192 St.) steigt der Ton *c* bis *g* und ist auffallend stark im Verhältnifs zu der Intensität, welche er von *C* bis *c* (64 bis 128 St.) hatte. Es scheint also, dafs das, was die einzelnen Impulse *m* bei diesen weiteren Intervallen an Intensität verloren haben, durch ihre gröfsere Zahl in Bezug auf die Intensität des Tones, welchen sie bilden, reichlich ersetzt worden ist. Der durch die oberen Stöfse *m'* erzeugte Ton läfst sich schon von der Terz ab (192 St.), bis zur Quinte (128 St.), während er von *g* zu *c* sinkt, vermittelst der Stöfse von Hülfsgabeln nachweisen, wenn er auch sonst kaum hörbar ist. Von 808 bis 896 v. s. (108 bis 64 St. *m'*), wird er so schwach, dafs er selbst mit den Hülfsgabeln kaum mehr nachgewiesen werden kann. Es scheint demnach, dafs die Zunahme der Intensität der einzelnen Impulse *m'*, welche durch die Verringerung ihrer Anzahl bewirkt wird, nicht die Gröfse erreicht, welche nöthig wäre, um den tiefer gewordenen Ton mit derselben Intensität zu bilden, welche er hatte, als er höher war.

Gegen 944 v. s. (40 St. *m'*) tritt Rauhigkeit ein, welche bei 976 v. s. in das Rollen übergeht, das sich dann in einzelne Stöfse auflöst, die bei der Octave *c'* : *c''* verschwinden.

Die unteren Stöfse der zweiten Periode von *c'* : *c''* bis *c'* : *g''* (1 : 2 bis 1 : 3), sind schon bei 20 nur noch als Rauhigkeit zu vernehmen, und ebenso fangen die oberen Stöfse etwa bei 18 an sich durch die Rauhigkeit des Zusammenklanges bemerkbar zu machen.

Die Stöſse m der dritten Periode von $c' : g''$ bis $c' : c'''$, kann man bis etwa 16, die Stöſse m' bis etwa 10 hören.

(Diese beiden Bestimmungen habe ich mit Stimmgabeln aus meinem Tonometer gemacht, welche auf der Liste der Stimmgabeln, die ich in der Einleitung gegeben, nicht erwähnt sind.)

Die Stöſse unter und über dem Intervalle $c' : e'''$ (1 : 5), sind bis etwa 5 gut hörbar, und bei dem gestörten Intervalle $c' : g'''$ (1 : 6) kann man noch 2 bis 3 wahrnehmen.

Die Stoſstöne, welche schon in der ersten Periode äusserst schwach waren, sind in den höheren nicht mehr direct wahrnehmbar.

D. Intervalle mit dem Grundtone $c'' = 1024$ v. s.

Bei den Intervallen mit dem Grundtone c'', sind die unteren und oberen Stöſse als solche nur noch ganz in der Nähe des Einklanges und der harmonischen Intervalle zu vernehmen, sie gehen wegen ihrer groſsen Zahl in Töne über, welche für die verschiedenen Intervalle in folgender Weise gehört werden:

Bei der Secunde $c'' : d''$ ist der Ton m (64 St.), das groſse C, gut vernehmbar, bei der Terz $c'' : e''$, ist er bis zum kleinen c (128 St.) gestiegen und noch lauter. Bei der Quarte kommt zum Stoſston m (170,6 St.), f, noch der Stoſston m' (341,3 St.), f', hinzu. Diese beiden Töne verschmelzen, wenn die Quarte ganz rein ist, zu einem Klange, der bald wie f, bald wie f' zu klingen scheint. — Die Töne m und m' werden einander gleich bei der Quinte $c'' : g''$, welche daher sehr laut c' hören läſst. Bei der Sexte ist der untere Ton m bis zu f' gestiegen, und der Ton m' bis zu f gesunken. Diese beiden Töne sind stärker und verschmelzen auch nicht so innig miteinander als bei der Quarte. Entfernt man bei immer gleicher Intensität des Grundtones die Gabel a'' etwas weiter vom Ohre, so hört man f stärker, bringt man sie näher, so tritt f' deutlicher hervor. — Das Intervall $c'' : 1792$ v. s. (4 : 7) läſst die beiden Töne $m = g'$ und $m' = e$, fast gleich stark hören.

Bei der Septime vernimmt man Nichts mehr von dem unteren Tone, und $m' = 64$ St. bildet ein bloſses Gerassel, eine Rauhigkeit aus der das groſse *C* nicht herauszuhören ist.

Ueber die Octave hinaus läſst $c' : d'''$ (4 : 9) den Ton $m = 128$ St., das kleine *c* leise hören, ebenso das Intervall $c'' : 2389,3$ v. s. (3 : 7), den Ton *f*. — Bei $c'' : e'''$ (2 : 5), wo $m = m' = 256$ St., ist c' sehr deutlich, über diese Gränze hinaus lassen sich jedoch weiter keine Stoſstöne mehr bemerken, nur treten noch unter und über der Duodecime $c'' : g'''$ deutliche, und bei der Doppeloctave einige sehr schwache Stöſse hervor.

E. Intervalle mit dem Grundton $c''' = 2048$ v. s.

Nehmen wir jetzt c''' zum Grundton der Intervalle, so kommen wir damit in diejenige Gegend der Skala, welche für die Beobachtung der Stoſstöne ebenso geeignet ist, als die tiefsten Octaven für die Untersuchung der einzelnen noch nicht zu einem Tone verschmolzenen Stöſse waren.

Die Stoſstöne der ersten Periode lassen sich in folgender Weise hören. Der Ton c''' giebt mit

	Intervall	m	m',	
d'''	8 : 9	c	...	m ist allein und gut vernehmbar,
2389,3 v. s.	6 : 7	f	...	m ist allein und gut hörbar,
e'''	4 : 5	c'	g''	m ist lauter, m' schwächer als m,
f'''	3 : 4	f'	f''	m und m' verschmelzen zu einem Klange,
2816 v. s.	8 : 11	g'	e''	m und m' sind gleich laut,
g'''	2 : 3	c''	e''	$m = m'$, der Ton ist sehr stark,
3328 v. s.	8 : 13	e''	g'	m und m' gleich stark und deutlich,
a'''	3 : 5	f''	f'	m und m' stärker als bei der Quarte und auch einzeln hörbar,
3584 v. s.	4 : 7	g''	c'	m und m' etwa gleich stark und deutlich,
k'''	8 : 15	...	c	m ganz unhörbar, m' hörbar und deutlich.

In der zweiten Periode von $c''' : c^{IV}$ bis $c''' : g^{IV}$ hört man die Stoſstöne folgendermaſsen:

c''' mit	Intervall	m	m'	
d^{IV}	4 : 9	c'	g''	*m* deutlich hörbar, *m'* kaum vernehmbar,
e^{IV}	2 : 5	c''	c'	$m = m'$, laut hörbar,
f^{IV}	3 : 8	f''	f'	*m* und *m'* ungefähr gleich stark,
5632 v. s.	4 : 11	g''	c'	*m* sehr schwach, *m'* stärker als *m* hörbar,

Dritte Periode von $c''' : g^{IV}$ bis $c''' : c^{V}$:

6656 v. s.	4 : 13	c'	...	*m* allein hörbar,
a^{IV}	3 : 10	f'	f''	*m* verschmilzt mit *m'*,
7168 v. s.	2 : 7	c''	c''	$m = m'$, deutlich,
h^{IV}	4 : 15	...	c'	*m'* allein hörbar,
7936 v. s.	8 : 31	...	c	*m'* allein hörbar.

F. Intervalle mit dem Grundton $c^{IV} = 4096$ v. s.

Die Intervalle schliefslich mit dem Grundton c^{IV} lassen folgende Töne hören:

c^{IV} mit	Intervalle	m	m'	
d^{IV}	8 : 9	c'	...	*m* ist laut vernehmbar,
e^{IV}	4 : 5	c''	...	*m* ist laut,
f^{IV}	3 : 4	f''	...	*m* ist ebenfalls laut,
5632 v. s.	8 : 11	g''	e'''	*m* und *m'* laut,
g^{IV}	2 : 3	c'''	c'''	$m = m'$, ganz laut,
6656 v. s.	8 : 13	e'''	g''	*m* und *m'* beide hörbar,
a^{IV}	3 : 5	f'''	f''	*m* und *m'* hörbar,
7168 v. s.	4 : 7	g'''	c''	*m* hörbar, *m'* stärker als *m*,
h^{IV}	8 : 15	...	c'	*m* ganz unhörbar, *m'* laut vernehmbar,
7936	16 : 31	...	c	*m'* allein und laut hörbar,
8064	32 : 63	...	C	*m'* vernehmbar.

Wenn man nun die ganze Reihe aller hier einzeln angegebenen Beobachtungen mit ihren Resultaten übersieht, so findet man, dafs ihre Gesammtheit folgendes zeigt:

1) Sowohl die unteren Stöfse *m*, als auch die oberen Stöfse $m' = n - m$ eines Intervalles $n : hn + m$ ($h = 1, 2, 3 \ldots$), gehen bei hinreichender Anzahl der Stöfse und genügend

starker Intensität der primären Töne, in Stofstöne über, — z. B. die Töne des Verhältnisses 8 : 15, $C:H$, lassen $m' = 8$ Stöfse hören, und die Töne desselben Verhältnisses $c''':h'''$ den Stofston $m' = c$, die Töne $c^{IV}:h^{IV}$ den Stofston c'. Ferner hört man bei den Tönen des Verhältnisses 4 : 15 ($n:3n+m$), $C:h$ ein deutliches Rollen der 16 oberen Stöfse, und bei den Tönen desselben Verhältnisses $c''':h^{IV}$, den oberen Stofston $m' = c'$.

2) Die Stofstöne in den hohen Octaven und die einzeln hörbaren Stöfse in den tiefen, sind immer gleich den beiden Differenzen der Doppelschwingungen des höheren primären Tones und der beiden ihm nach oben und unten zunächst liegenden Töne der harmonischen Reihe des tieferen primären Tones, und nicht, wie man bis jetzt angenommen hat, einfach gleich der Differenz der Doppelschwingungen der beiden primären Töne. — Z. B. die Töne des Verhältnisses 4 : 9, $c''':d^{IV}$, lassen ganz laut den Stofston $m = 1 = c'$, und keine Spur des Tones $9 - 4 = 5 = e'''$ hören. $c''':e^{IV}$ (2 : 5) giebt $m = 1 = c''$ und durchaus nicht g'''. Das Verhältnifs $n:2n+m$, 4 : 11, gebildet von den Tönen 2048 (c''') und 5632 v. s. läfst ferner die Stofstöne $m = 3 = g''$ und $m' = 1 = c'$ wahrnehmen und keine Spur vom Tone $7 = 3584$ v. s.

3) Von den Stofstönen der höheren Octaven m und m', wie von den einzeln hörbaren Stöfsen m und m' der tieferen, wird m allein hörbar, wenn m viel kleiner als $\frac{n}{2}$ ist, m' wenn m viel gröfser als $\frac{n}{2}$, und die Coexistenz von m und m' nimmt man wahr, wenn m sich $\frac{n}{2}$ nähert. Z. B. $c^{IV}:d^{IV}$ (8 : 9) läfst nur $m = 1 = c'$ hören, $c^{IV}:h^{IV}$ (3 : 15) nur $m' = 1 = c'$, und bei c^{IV} : 6656 v. s. (8 : 13) hört man sowohl $m = 5 = e'''$, als auch $m' = 3 = g''$.

II. Secundäre Stöfse und Stofstöne.

Im vorigen Abschnitte habe ich gesucht im Zusammenhange die Wirkung der unteren und oberen Stöfse zu schildern, wie sie sich bei den verschiedenen Intervallen

äufsert, wenn dieselben erst von dem tiefsten, dann von immer höheren Tönen, bis zu den höchsten hin, gebildet werden, und um diesen Zusammenhang nicht zu stören, habe ich eine Klasse von Erscheinungen bis jetzt bei Seite gelassen, welche ich nun beschreiben will.

Wir haben oben gesehen, dafs beim Zusammenklange der beiden Töne 80 und 148 v. s. das Rollen der 34 unteren Stöfse m, und die einzeln hörbaren oberen 6 Stöfse m', gesondert vernommen werden konnten, dafs in der Gegend der Quinte $C:G$, aus der Coexistenz dieser beiden Arten Stöfse ein starkes, verworrenes Gerassel entstand, und dafs endlich in den hohen Octaven, ebenfalls bei den Intervallen $n:hn+m$, wenn m nahe $\frac{n}{2}$ war, beide Stofstöne m und m' zugleich beobachtet werden konnten. Diese beiden nebeneinander bestehenden Stofstöne verhalten sich nun wieder ebenso mit einander, als es zwei gleiche, primäre Töne von derselben Intensität thun würden, d. h. sind sie dem Einklange nahe, so lassen sie starke Stöfse hören; bilden sie nahezu das Intervall der Octave, so geben sie ebenfalls Stöfse, welche jedoch schwächer sind, und in gleicher Weise kann auch noch ihre gestörte Duodecime Stöfse hören lassen.

Bei den Intervallen $n:hn+m$ sind die beiden Stofstöne m und m' im Einklange, wenn $m=\frac{n}{2}$, also bei den Intervallen 2 : 3, 2 : 5, 2 : 7. Ist nun $m=\frac{n}{2}+1$, so ist $n-m=\frac{n}{2}-1$, und man erhält zwei Stöfse.

Der obere Stofston m' ist die höhere Octave des unteren Stofstones m, wenn $m=\frac{n}{3}$, also bei den Intervallen 3 : 4, 3 : 7 . . . Ist nun $m=\frac{n}{3}+1$, so ist $n-m=\frac{2n}{3}-1$, und also erhält man $\left(\frac{2n}{3}+2\right)-\left(\frac{2n}{3}-1\right)$ d. h. drei Stöfse.

Der untere Stofston ist die höhere Octave des oberen Stofstones, wenn $m=\frac{2n}{3}$, also bei den Intervallen 3 : 5,

3 : 8 . . . Ist nun $m = \frac{2n}{3} + 1$, so ist $n - m = \frac{n}{3} - 1$ und man erhält wieder $\left(\frac{2n}{3} + 1\right) - \left(\frac{2n}{3} - 2\right)$, d. h. drei Stöfse.

Die Stofstöne m und m' bilden mit einander die Duodecime wenn $m = \frac{n}{4}$, bei den Intervallen 4 : 5, 4 : 9, und wenn $m = \frac{3}{4}$, bei den Intervallen 4 : 7, 4 : 11. Ist $m = \frac{n}{4} + 1$, so ist $m' = \frac{3n}{4} - 1$ und man erhält $\left(\frac{3n}{4} + 3\right) - \left(\frac{3n}{4} - 1\right)$, d. h. vier Stöfse; ist $m = \frac{3n}{4} + 1$, so ist $m' = \frac{n}{4} - 1$ und man erhält wieder $\left(\frac{3n}{4} - 3\right) - \left(\frac{3n}{4} + 1\right)$, d. h. vier Stöfse.

Im Allgemeinen also, wenn der höhere Ton von der Reinheit der Intervalle um eine Doppelschwingung abweicht, so entstehen bei den Intervallen 2 : 3, 2 : 5, 2 : 7 zwei, bei den Intervallen 3 : 4, 3 : 7 . . . und 3 : 5, 3 : 8 . . . drei, und endlich bei den Intervallen 4 : 5, 4 : 9 . . . und 4 : 7, 4 : 11 vier Stöfse.

Von allen diesen secundären, durch Stofstöne entstandenen Stöfsen, konnte ich bei Anwendung der mir zu Gebote stehenden starken Töne direct folgende beobachten.

In der Nähe der Quinte Contra *E* und Contra *H*, bei welcher die primären Töne ein lautes Rasseln bilden, werden nur ein bis zwei secundäre Stöfse hörbar, bei der Quinte Contra *G* : *D* (96 : 144 v. s.), bei welcher die primären Stöfse ebenfalls noch ein lautes Rasseln bilden, wo sie aber wegen der gröfseren Intensität der primären Töne weit stärker sind, kann man die secundären Stöfse bis 8, und über der Quinte selbst bis 10 verfolgen. Sie sind nämlich über der Quinte deutlicher, was auch in den höheren Lagen der Fall ist und sich dadurch erklärt, dafs in dieser Gegend die Intensitäten der unteren und oberen Stöfse mehr gleich seyn müssen, da die an sich, bei gleicher Anzahl immer schwächeren oberen Stöfse m', hier noch nicht so zahlreich geworden sind, als die unteren

Stöfse *m*, wogegen unter der Quinte das Gegentheil stattfindet.

Bei gleicher Intensität des Grundtones treten hier die secundären Stöfse am deutlichsten hervor, wenn der höhere Ton etwas schwächer ist, während das Rasseln der primären Stöfse am lautesten, wenn der höhere Ton stärker ist.

Bei den Intervallen mit dem Grundton *C* habe ich die secundären Stöfse nur beim gestörten Einklange von *m* und *m'* beobachten können, da aber bis in die dritte Periode. Man kann sie bei *C* : *G* (2 ; 3), bis etwa 6 oder 8 und bei *C* : *e* (2 : 5), bis etwa 5 oder 6 verfolgen. Bei 2 : 7 hört man noch 2 bis 3.

Bei den Intervallen Contra *E* : Contra *H*, Contra *G* : *D* und *C* : *G* klingen die secundären Stöfse verbunden mit dem lauten Rasseln der primären Stöfse etwa ebenso, wie ich oben den Zusammenklang 80 : 144 v. s. geschildert habe. Bei *C* : *e* jedoch, wo das Rasseln der primären Stöfse schon weit schwächer ist, tritt dasselbe vor den secundären Stöfsen zurück und ein Gleiches findet auch bei der Quinte *c* : *g* statt.

Bei den Intervallen mit dem Grundtone *c* läfst sich das ganze System der secundären Stöfse sehr vollständig beobachten. Man hörte nicht allein die Stöfse des Einklanges der Stofstöne zahlreich und deutlich bei dem Intervalle 2 : 3, wo man sie sogar verfolgen kann, bis sie in ein Rasseln von 12 bis 16 übergehen, bei 2 : 5, 2 : 7 und selbst noch bei 2 : 9 bis zu etwa vieren, sondern auch die der Octave von *m* und *m'* gebildet, bei 3 : 4, 3 : 5 bis zu etwa 6 oder 8, bei 3 : 7 und 3 : 8, die ersten schwächer als die letzteren, bis etwa 4, und bei 3 : 11 in der dritten Periode, bis 3 oder 4. Die Stöfse der Duodecime von *m* und *m'* werden nur in der ersten Periode bei den Intervallen 4 : 5 und 4 : 7 vernehmbar und lassen sich nur bis zu 3 oder 4 verfolgen.

Bei den Intervallen mit dem Grundtone *c'* sind die Schwingungen meiner Gabeln zum Theil etwas ungünsti-

ger, als bei den eben erwähnten mit dem Grundtone c, es wurden daher nur wirklich ganz deutlich hörbar die secundären Stöfse beim Einklange der Stofstöne m und m' in den ersten drei Perioden, also bei den Intervallen 2 : 3, 2 : 5 und 2 : 7, und wenn sie miteinander die Octave bildeten in der ersten Periode allein, bei 3 : 4 und 3 : 5.

In der ersten Periode der Intervalle mit dem Grundtone c'' kann man die secundären Stöfse bei allen Intervallen wahrnehmen, bei denen die Stofstöne zu einander in den Verhältnissen 1 : 1, 1 : 2 und 1 : 3 stehen, in der zweiten Periode sind jedoch nur noch bei 2 : 5 einige Stöfse gut und bei 3 : 7 sehr schwach zu vernehmen.

Die Intervalle mit dem Grundtone c''' werden in der ersten Periode durch eine starke Gabel für den Grundton, und schwächere Gabeln für die höheren Töne gebildet; hier hört man die secundären Stöfse nur bei 2 : 3 und ferner bei 3 : 4 und 3 : 5 deutlich. Ueber die Octave hinaus aber, mit den starken Gabeln der Octave c^{IV} bis c^{V}, hört man noch die Stöfse der Stofstöne nicht nur bei 2 : 5 und 2 : 7 und bei 3 : 8, sondern auch selbst bei 4 : 9.

Die Beobachtungen bei allen diesen aus so sehr hohen und starken Tönen gebildeten Intervallen, werden schon äufserst angreifend für die Ohren, und noch mehr ist dieses bei den Intervallen der Octave von c^{IV} bis c^{V} der Fall, dennoch ist es mir gelungen, aufser den secundären Stöfsen der Quinte und der Quarte und Sexte, auch noch die der Terz und des Verhältnisses 4 : 7 wahrzunehmen. Die aufserordentlich grofse Intensität der Töne meiner Gabeln für diese Octave bewies sich aber ganz besonders bei den Intervallen 8 : 11 und 8 : 13 als höchst werthvoll.

Wie ich oben schon angegeben, läfst der Zusammenklang von 4096 (c^{IV}) und 5632 v. s. (8 : 11), ganz laut $m = 768$ Stöfse (g'') und $m' = 1280$ Stöfse (e''') hören, aufserdem vernimmt man aber auch noch ein ganz deutliches c'', welches $= 512$ v. d., d. h. $= 1280 - 768$ v. d. ist, und ganz dasselbe Resultat erhält man beim Zusammenklange von 4096 und 6656 v. s. (8 : 13), bei welchem

$m = 1280$ und $m' = 768$ Stöfsen ist. Der Ton c'' läfst sich auch hier wieder ganz deutlich vernehmen, so dafs also die secundären Stöfse, bei genügender Zahl und hinreichender Stärke, wie die primären Stöfse in einen Ton übergehen können.

Ich habe die secundären Stofstöne nur in diesen beiden Fällen, da aber ganz laut und deutlich, beobachtet. In der tieferen Octave, in welcher dieselben Intervalle die gut hörbaren Stofstöne g' und e'' erzeugen, sind diese, wegen der weit schwächeren primären Töne, doch nicht stark genug um das c', welches entstehen müfste, hören zu lassen.

Was die Beobachtung der secundären Stöfse im Allgemeinen betrifft, so ist zu bemerken, dafs je schwächer sie sind, um so weniger dürfen sie eine gewisse Anzahl überschreiten, wenn sie gut vernommen werden sollen, man mufs daher nie vergessen, wenn man den höheren primären Ton verstimmt, um sie hervortreten zu lassen, dafs die Verstimmung dieses Tones um eine Doppelschwingung stets 2, 3 oder 4 secundäre Stöfse hervorruft. So darf man z. B. beim Intervalle $c:e$ diesen letzten Ton nur höchstens um eine Doppelschwingung verstimmen, wenn die secundären Stöfse deutlich vernehmbar seyn sollen, sonst hört man von denselben Nichts mehr, wenigstens habe ich bei diesem Zusammenklange sie zahlreicher als vier nicht vernommen.

Beim Zusammenklange von c^{IV} und e^{IV} werden die secundären Stöfse ebenfalls am deutlichsten gehört, wenn sie etwa vier an der Zahl sind. Meine Gabel e^{IV} wiegt ungefähr 560 Gramm, und schon eine kleine Wachsmasse von nur etwa einem Decigramm am Ende der einen ihrer Zinken angeklebt, bringt die Verstimmung um eine Doppelschwingung hervor, bei welcher dann die vier secundären Stöfse gehört werden. Aus diesem Beispiele ersieht man, wie leicht in vielen Fällen die Existenz der secundären Stöfse nur darum nicht wahrgenommen werden kann,

weil das Intervall der beiden primären Töne zu sehr verstimmt ist.

Ich habe schon bei Gelegenheit der Stöfse rein harmonischer Intervalle bemerkt, dafs man bis jetzt alle Stöfse weiterer Intervalle auf Stöfse zweier dem Einklange naher Töne zurückgeführt hat. Man setzte voraus, dafs der erste Differenzton der primären Töne mit diesen primären Tönen selbst wieder Differenztöne gäbe, diese wieder neue mit den primären Tönen und dem ersten Differenztone, und so ging man weiter, bis man auf zwei dem Einklange nahe Töne gekommen war, die dann miteinander schlagen sollten. Man nehme also z. B. an, dafs bei der gestörten grofsen Terz $4n : 5n + x$ zum Vorschein käme:

$$5n + x - 4n = n + x$$
$$4n - (n + x) = 3n - x$$
$$5n + x \quad - (3n - x) = 2n + 2x$$
$$4n \quad - (2n + 2x) = 2n - 2x,$$

wo dann $2n + 2x$ mit $2n - 2x$, $4x$ Stöfse hören liefsen. Man kommt durch dieses Verfahren auch immer auf die wahre Zahl der Stöfse, man ist aber gezwungen bei demselben stets die Existenz von Tönen vorauszusetzen, welche nicht nur selbst nicht gehört werden, sondern oft auch noch gar von Tönen erzeugt seyen und andere erzeugen sollen, die alle ebenfalls unhörbar sind. In dem hier angegebenen Beispiele erzeugt $5n + x$ und $4n$ den Stofston $n + x$ von einer gewissen Intensität, läfst man nun einen primären Ton $n + x$ von etwa gleicher Intensität mit dem primären Ton $4n$ allein zusammenklingen, so wird man nur $4x$ Stöfse hören, keineswegs aber einen Ton $3n - x$ von solcher Intensität, dafs er bei neuen Combinationen wieder noch neue Töne hervorzubringen im Stande seyn könnte. Dieser Ton $3n - x$ würde dazu, nach der Analogie mit anderen Fällen zu schliefsen, schon nicht mehr stark genug seyn, wenn er ein Stofston wäre, er ist jedoch aus $n + x$ und $4n$ entstanden, also nur ein Differenzton,

und wie sehr die Differenztöne und Summationstöne an Intensität den Stofstönen nachstehen, werden wir weiter unten in dem diese Töne behandelnden Abschnitte sehen.

Wie wenig annehmbar die Erklärung der Stöfse weiter Intervallen durch die Combinationstöne ist, springt noch mehr in die Augen, wenn man statt eines Intervalles der ersten Periode, einen Zusammenklang der zweiten oder dritten untersucht. Wir haben oben gesehen, dafs sich deutliche, secundäre Stöfse bei dem Verhältnisse 2 : 7 hören lassen. Ist es mit dem Grundtone c''' gebildet, so sind beide Stofstöne m und $m' = c''$ und dieses c'' hört man laut und deutlich. Sind bei geringer Verstimmung des Intervalles 2 : 7, m und m' nicht mehr im reinen Einklange, so schlagen sie ganz in derselben Weise miteinander als es zwei um eine gleiche Differenz verstimmte primäre Töne c'' von derselben Intensität thun, und man hat durchaus keine weiteren unhörbaren Töne zur Erklärung dieser Erscheinung nöthig; nach der alten Ansicht wäre aber:

$$7n+x-2n(c''')=5n+x(e^{IV}+x)$$

$$5n+x-2n=3n+x(g'''+x)$$

$$7n+x \qquad -(3n+x)=4n(c^{IV})$$

$$5n+x \qquad -4n=n+x(c''+x)$$

$$4n-(n+x)=3n-x(g'''-x)$$

und schliefslich gäbe dann $3n+x$ und $3n-x$ die Stöfse $2x$. Von allen diesen Zwischentönen läfst sich aber Nichts entdecken und man kann daher wohl annehmen, dafs, wenn schon bei so aufserordentlich starken Tönen, als ich sie angewendet habe, die Entstehung der secundären Stöfse durch Combinationstöne so gut wie gar keine Wahrscheinlichkeit für sich hat, sie bei schwächeren einfachen Tönen, wie sie z. B. von gedachten Orgelpfeifen gegeben werden, wohl sicherlich nur als eine Fiction ohne alle Wirklichkeit zu betrachten ist. Gelänge es aber andererseits, so mächtige, einfache primäre Töne herzustellen, dafs von ihnen

alle nach der alten Anschauungsweise zur Bildung der secundären Stöſse erforderlichen Combinationstöne mit einer genügenden Intensität gebildet würden, so möchten in dem Falle denn auch wieder die beiden Stoſstöne *m* und *m'* und ihre Stöſse eine solch bedeutende Stärke erlangt haben, daſs die mit letzteren zusammenfallenden Stöſse der Combinationstöne höherer Ordnung doch immer nur einen äuſserst geringen Theil der Intensität der gehörten Stöſse bilden möchten.

Um eine leichte Uebersicht über alle meine Beobachtungen primärer und secundärer Stöſse und Stoſstöne zu gestatten, habe ich folgende Tabelle entworfen. In dieser enthält die Spalte *A* die primären Töne nebst ihren Schwingungszahlen, *B* die Verhältniſszahlen dieser beiden Töne, *C* die Anzahl der unteren Stöſse *m*, und *c'* die Verhältniſszahl derselben zum Grundton des Intervalles; *D* die Anzahl der oberen Stöſse *m'*, und *d* ihre Verhältniſszahl zum Grundton. Unter *E* ist angegeben, wie die unteren Stöſse *m*, unter *F*, wie die oberen Stöſse *m'* gehört werden. Die Spalte *G* endlich enthält die aus der Zusammenwirkung der von *m* und *m'* entstandenen secundären Stöſse und secundären Stoſstöne.

Ich habe in dieser Tabelle nur diejenigen Resultate angegeben, welche jedes gewöhnliche gesunde Ohr bei der Anwendung von Tönen, wie ich sie bei diesen Untersuchungen benutzt habe, wahrnehmen kann, und die Fälle besonders bemerkt, in welchen Töne nicht direct ganz gut vernehmbar waren, deren Existenz sich nicht allein durch die secundären Stöſse zu erkennen giebt, sondern deren Daseyn auch vermittelst Hülfsgabeln unzweifelhaft nachgewiesen werden kann, wie dies z. B beiden Stoſstönen in der Intervalle *c'*:*e'* und *c'*:*f'* der Fall ist. Ein „gewöhnlich gesundes Ohr“ und Töne „wie ich sie angewendet habe“, sind allerdings trotz der angegebenen Dimensionen der Stimmgabeln und Resonanzröhren, Voraussetzungen, welche der Präcision sehr ermangeln, aber es versteht sich von selbst, daſs auch die Erscheinungen beim Zusammenklange zweier

einfachen Töne sich erst dann werden in Bezug auf ihre Intensität mit vollständiger Genauigkeit angeben lassen, wenn es uns überhaupt erst möglich seyn wird, die Intensität von Tönen verschiedener Höhe in einem gemeinsamen Maafse mit derselben Präcision auszudrücken, als man jetzt ihre Höhe der Schwingungszahlen anzugeben im Stande ist.

Einige scheinbare Anomalien, welche diese Tabelle zeigt, indem z. B. das System der secundären Stöfse sich weniger vollständig bei den Intervallen mit dem Grundtone c' als bei denen mit den Grundtönen c und c'' beobachten läfst und der Mangel der Stofstöne bei den Intervallen mit dem Grundtone c'', welche über 2 : 5 hinausliegen, erklären sich, wie ich schon oben angegeben habe, aus der geringeren Intensität der Töne, welche diese betreffenden Intervalle bildeten.

Tabelle der direct beobachteten primären und secundären Stöfse und Stofstöne.

Intervalle mit dem Grundton Contra $E = 80$ v. s.

A		*B*	*E*	c	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
	v. s.	$n:n+m$			m		m'		
Ct.*E*:Ct.*E* =	80	1 : 1	Einklang		0				
„ :Ct.*G* =	100	4 : 5	Einzeln hörbar		10				
„ :Ct.*A* =	106,6	3 : 4	Lautes Rasseln		13,3	0−2	26,6		
„ :Ct.*H* =	120	2 : 3	„	1	20		20	1	
„ :	144		„		32		8		Treten hervor
„ :	148		„		34	0−2	6		Ganz deutlich
„ :	150		Schwächeres Ras-		35		5		„
„ :	156		seln		38		2		„
„ :Ct.*E* =	160						0		Octave

Intervalle mit dem Grundton Contra $G = 96$ v. s.

A		*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
	v. s.	$n : n + m$			m		m'		
Ct.*G*:Ct.*G* =	96	1 : 1	Einklang		0				
„ :	116		Einzeln hörbar		10				
„ :	136		Lautes Rasseln		20	0–8	28		Laut. Rasseln
„ :	140		„		22		26		„
„ : Ct.*D* =	144	2 : 3	„	1	24		24	1	„
„ :	148		„		26		22		„
„ :	152		„		28	0–10	20		„
„ :	156		„		30		18		„
„ : Ct.*E* =	160	3 : 5	„		32		16		„
„ :	172		„		38		10		Einz. hörbar
„ :	192						0		Octave

Intervalle mit dem Grundton $C = 128$ v. s.
Erste Periode von $C : C$ (1 : 1) bis $C : c$ (1 : 2).

A		*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
	v. s.	$n : n + m$			m				
C : *C* =	128	1 : 1	Einklang		0				
	132		Einzeln hörbar		2				
	136		„		4				
	140		„		6				
: *D* =	144	8 : 9	„		8				
	148		„		10				
	152		„		12				
	156		Einfaches Rollen		14				
: *E* =	160	4 : 5	„		16				
	164		„		18				
	168		„		20				
: *F* =	170,6	3 : 4	„		21,3				
	172		„		22				
	176		Verworrenes Ras-		24		40		Verworrenes
	180		seln		26		38		Rasseln
	184		„		28	0–8	36		„
	188		„		30		34		„
: *G* =	192	2 : 3	„	1	32		32	1	„
	196		„		34		30		„
	200		„		36	0–8	28		„
	204		„		38		26		„
	208		„		40		24		„
	212		„		42		22		„
: *A* =	213,3	3 : 5	„		42,6		20,3		„
	216		„		44		20		Einfaches
	220						18		Rollen
	224	4 : 7					16		„
	228						14		„
	232						12		„
	236						10		Einzeln hörbar
: *H* =	240	8 : 15					8		„
	244						6		„
	248						4		„
	252						2		„
C : *c* =	256	1 : 2					0		Octave

Zweite Periode von $C:c$ (1 : 2) bis $C:g$ (1 : 3).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : 2n + m$			m		m'		
$C:c =$ 256	1 : 2	Octave		0				
260		Einzeln hörbar		2				
264		"		4				
268		"		6				
272		"		8				
276		"		10				
280		Einfaches Rollen		12				
284		"		14				
$:d =$ 288	4 : 9	"		16				
292		"		18				
296		Verworrenes Ras-		20		44		Verworrenes
300		seln		22		42		Rasseln
304		"		24		40		"
308		Schwaches Rasseln,		26		38		"
312		welches vor den		28	0—6	36		"
316		secundären Stö-		30		34		"
$:e =$ 320	2 : 5	ſsen zurücktritt	1	32		32	1	"
324		"		34		30		"
328		"		36	0—6	28		"
332		"		38		26		"
336		Bloſse Rauhigkeit		40		24		Bloſse Rauhig-
340						22		keit
$f:=$ 341,3	3 : 8					21,3		"
344						20		Einfaches
348						18		Rollen
352						16		"
356						14		"
360						12		"
364						10		Einzeln hörbar
368						8		"
372						6		"
376						4		"
380						2		"
$C:g =$ 384	1 : 3					0		Duodecime

Dritte Periode von $C:g$ (1 : 3) bis $C:c'$ (1 : 4).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : 3n + m$			m		m'		
$C:g =$ 384	1 : 3	Duodecime		0				
388		Einfach hörbar		2				
392		"		4				
396		"		6				
400		"		8				
404		Einfaches Rollen		10				
408		"		12				
412		"		14				
416		"		16				
420		Verworrenes und		18				Verworrenes u.
424		schwach. Rasseln		20				schwaches Rasseln

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:3n+m$			m		m'		
426,6		Verworrenes und		21,3				Verworren. u
428		schwach. Rasseln		22				schwaches
432		"		24		40		Rasseln
436		"		26		38		"
440		"		28	0—3	36		"
444		"		30		34		"
448	2:7	"	1	32		32	1	"
452		"		34		30		"
456		Blofse Rauhigkeit		36	0—3	28		Blofse Rauhig
460						26		keit
464						24		"
468						22		"
472						20		"
476						18		"
480						16		Einfach. deut
484						14		liches Rolle
488						12		"
492						10		Einzeln hörba
496						8		"
500						6		"
504						4		"
508						2		"
512	1:4					0		Doppeloctave

Vierte Periode von $C:c'$ (1:4) bis $C:e'$ (1:5).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:4n+m$							
$C:c=$ 512	1:4	Doppeloctave		0				
520		Einzeln hörbar		4				
528		"		8				
536		Einfaches Rasseln		12				
544		Schwaches Rasseln		16				
552		Reiner Zusammen-		20				
560		klang		24				
568		"		28				
$:d'=$ 576	2:9	"		32				
⋮								
616						10		Treten herv
624						8		Einzeln deu
632						4		lich
$C:e'=$ 640	1:5					0		Terz der Dopp octave

Fünfte Periode von $C:e'$ (1 : 5) bis $C:g'$ (1 : 6).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n:5n+m$			m		m'		
$C:e'$ = 640	1 : 5	Terz d. Doppeloctave		0				
648		Einzeln hörbar		4				
656		"		8				
660		Noch deutlich		10				
664		Verschwinden		12				
⋮								
748						10		Treten hervor
752						8		Einzeln deutlich
760						4		
$C:g'$ = 768	1 : 6					0		Quinte d. Doppeloctave

Sechste Periode von $C:g'$ (1 : 6) bis C: 896 v. s. (1 : 7).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n:6n+m$			m		m'		
$C:g'$ = 768	1 : 6	Quinte der Doppeloctave		0				
776		Einzeln hörbar		4				
780		Noch deutlich		6				
784		Verschwinden		8				
⋮								
884						6		Schwach hörbar
888						4		Ganz deutlich
892						2		"
896	1 : 7					0		Rein 1 : 7

Siebente Periode von C: 896 v. s. (1 : 7) bis $C:c''$ (1 : 8).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n:7n+w$			m		m'		
C: 896	1 : 7	Rein 1 : 7		0				
900		Einzeln hörbar		2				
904		Noch deutlich		4				
⋮		Verschwinden		6				
1016						4		Vernehmbar
1020						2		Ganz deutlich
1024	1 : 8					0		Dritte Octave

Intervalle mit dem Grundton $c = 256$ v. s.

Erste Periode von $c : c$ (1 : 1) bis $c : c'$ (1 : 2).

A		B	E	c	C	G	D	d	F
	v. s.	$n : n + m$			m		m'		
$c : c =$	256	1 : 1	Einklang		0				
	264		Einzeln hörbar		4				
	272		„		8				
	280		„		12				
$: d =$	288	8 : 9	Einfaches Rasseln		16				
	296		„		20				
	304		„		24				
	312		„		28	0—4	100		
$: e =$	320	4 : 5	Verworrenes Ras-	1	32	><	96	3	
	328		seln		36	0—4 0—6	92		
	336		„		40		88		
$: f =$	341,3	3 : 4	„	1	42,6		85,3	2	
	344		„		44	0—6	84		
	352		„		48		80		
	360		Das Rasseln wird		52		76		
	368		immer schwächer		56	0—8	72		
	376		und tritt vor den		60		68		
$: g =$	384	2 : 3	lauten secundären		64		64		Rauhheit (
	392		Stöfsen zurück		68	0—10	60		kaum hörb
	400				72		56		„
	408				76		52		„
	416				80	0—6	48		„
	424				84		44		„
$: a =$	426,6	3 : 5		2	85,3		42,6	1	„
	432				88		40		„
	440				92	0—8 0—4	36		Deutlicher
	448	4 : 7		3	96	><	32	1	Rollen
	456					0—4	28		„
	464						24		„
	472						20		„
$: h =$	480	8 : 15					16		Einz. hörb
	488						12		„
	496						8		„
	504						4		„
$c : c' =$	512	1 : 2					0		Octave

Zweite Periode von $c : c'$ (1 : 2) bis $c : g'$ (1 : 3).

A		B	E	c	C	G	D	d	F
	v. s.	$n : 2n + m$			m		m'		
$c : c' =$	512	1 : 2	Octave		0				
	520		Einzeln hörbar		4				
	528		„		8				
	536		„		12				
	544		Einfaches Rollen		16				
	552		„		20				
	560		„		24				
	568		„		28				

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:2n+m$			m		m'		
$c:d'=$ 576	4 : 9	Schwaches Rollen		32				
584		Rauhigkeit		36		92		
592		„		40	0–3	88		
596,3		„	1	42,6		85,3	2	
600		„		44	0–3	84		
608		Ungestörter Zu-		48		80		
616		sammenklang		52		76		
624				56	0–8	72		
632				60		68		
$:e'=$ 640	2 : 5		1	64		64	1	
648				68	0–10	60		
656				72		56		
664				76		52		
672				80		48		
680				84	0–4	44		
$:f'=$ 682,6	3 : 8		2	85,3		42,6	1	
688				88	0–4	40		
696						36		
704						32		Rauhigkeit
712						28		Stärk. Rauhigk.
720						24		Rollen
728						20		„
736						16		„
744						12		Einzeln hörbar
752						8		„
760						4		„
$c:g'=$ 768	1 : 3					0		Duodecime

Dritte Periode von $c:g'$ (1 : 3) bis $c:e''$ (1 : 4).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:3n+m$			m		m'		
$c:g'=$ 768	1 : 3	Duodecime		0				
776		Einzeln hörbar		4				
784		„		8				
792		Rollen		12				
800		„		16				
808		„		20				
816		Rauhigkeit		24				
824		Ungestörter Zu-		32				
⋮		sammenklang		⋮	0–8			
888				60		68		
896	2 : 7		1	64		64	1	
904				68	0–10	60		
912				72		56		
920				76		52		
928				80		48		
936				84	0–4	44		
944	1 : 11		2	88	0–4	40	1	
⋮						⋮		
984						20		Rauhigkeit

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.								
$c:g' =$ 992						16		Stärker.Rauhh
1000						12		Rollen
1008						8		Einzeln hörb
1016						4		„
$c:c'' =$ 1024	1 : 4					0		Doppeloctav

Vierte Periode von $c:c''$ (1 : 4) bis $c:e''$ (1 : 5).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:4n+m$			m		m'		
$c:c'' =$ 1024	1 : 4	Doppeloctave		0				
1032		Einzeln hörbar		4				
⋮		Ungestörter Zusammenklang						
1148				60	0 − 4	68		
$:d =$ 1152			1	64	╳	64	1	
1160				68	0 − 4	60		
1272						4		Einz. hörba
$c:e'' =$ 1280	1 : 5					0		„ Terz der Doppeloctave

Fünfte Periode von $c:e''$ (1 : 5) bis $c:g''$ (1 : 6).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:5n+m$			m				
$c:e'' =$ 1280	1 : 5	Terz d. Doppeloctave		0				
1304		Einzeln hörbar		12				
⋮								
1520				.		6		Hörbar
$c:g'' =$ 1536	1 : 6					0		Quinte d. Doppeloctave

Sechste Periode von $c:g''$ (1 : 6) bis c : 1792 v. s. (1 : 7).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:6n+m$			m		m'		
$c:g'' =$ 1536	1 : 6	Quinte d. Doppeloct.		0				
⋮				⋮				
1552		Hörbar		8				
⋮								
1780						6		Hörbar
1792	1 : 7					0		Rein 1 : 7

Siebente Periode von c : 1792 v. s. (1 : 7) bis $c:c'''$ (1 : 8).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n:7n+m$			m		m'		
c : 1792	1 : 7	Rein 1 : 7		0				
1804		Hörbar		6				
2040						4		Hörbar
$c:c''' =$ 2048	1 : 8					0		Dritte Octa

Intervalle mit dem Grundton $c' = 572$ v. s.

Erste Periode von $c' : c'$ (1 : 1) bis $c' : c''$ (1 : 2).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : n + m$			m		m'		
$c' : c' =$ 512	1 : 1	Einklang		0				
528		Stöfse		8				
544		Rollen		16				
560		Rasseln		24				
$: d =$ 576	8 : 9	„		32				
592		„		40				
608		„		48				
624		„		56	0–4			
$: e' =$ 640	4 : 5	Rauhigkeit u. leiser	1	64	><	192	3	Leiser Ton nur
656		Ton *C*		72	0–4 0–8	184		durch Stöfse
672		„		80		176		mit Hülfsga-
$: f' =$ 682,6	3 : 4	„	1	85,3	×	170,6	2	beln nach-
688		Ton ohne Rauhheit		88		168		weisbar
704		„		96	0–8	160		„
720		„		104		152		„
736		„		112		144		„
752		„		120	0–16	136		„
$: g' =$ 768	2 : 3	„		128	×	128		„
784		„		136		120		„
800		Ton etwas stärker		144	0–16	112		„
816		„		152		104		„
832		„		160	0–6	96		„
848		„		168		88		
$: a' =$ 853,3	3 : 5	„	2	170,6	×	85,3	1	
864		Ton wieder schwä-		176	0–6	80		Ton selbst mit
880		cher, doch noch		184		72		Hülfsgabeln
896		mit Hülfsgabeln		192		64		kaum mehr
912		nachweisbar				56		nachweisbar
928						48		
944						40		
$: h' =$ 960	8 : 15					32		Rauhigkeit
976						24		Rollen
992						16		„
1008						8		Einzeln hörbar
$c' : c'' =$ 1024	1 : 2					0		Octave

Zweite Periode von $c' : c''$ (1 : 2) bis $c' : g''$ (1 : 3).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : 2n + m$			m				
$c' : c'' =$ 1024	1 : 2	Octave		0				
1032		Einzeln hörbar		4				
1040		„		8				
⋮								
$: d'' =$ 1152	4 : 9	Schwache Rauhigkeit		64				
⋮								
$: e'' =$ 1280	2 : 5		1	128	0–4 >< 0–4	128	1	
⋮								

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n : 2n + m$			m		m'		
⋮								
$c' : f'' = 1365{,}3$	3 : 8			170,6				
1496						20		Rauhigkeit
1512						12		Einzeln hör
1520						8		„
1528						4		„
$c' : g'' = 1536$	1 : 3					0		Duodecime

Dritte Periode von $c' : g''$ (1 : 3) bis $c' : c'''$ (1 : 4).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n : 3n + m$			m		m'		
$c' : g'' = 1536$	1 : 3	Duodecime		0				
1552		Einzeln hörbar		8				
1578		Rauhigkeit		16				
⋮				⋮				
1792	2 : 7		1	128	0−3 >< 0−8	128	1	
⋮						⋮		
2028						10		Rasseln
2032						8		Einzeln hör
2040						4		„
$c' : c''' = 2048$	1 : 4					0		Doppeloct

Vierte Periode von $c' : c'''$ (1 : 4) bis $c' : e'''$ (1 : 5).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n : 4n + m$			m		m'		
$c' : c''' = 2048$	1 : 4	Doppeloctave						
⋮		Stöfse bis etwa		8				
$: d'' = 2304$	2 : 9	Ungestörter Zusammenklang						
⋮								
5550						5		Einz. hör
$c' : e''' = 5560$	1 : 5					0		Terz der D peloctave

Fünfte Periode von $c' : e'''$ (1 : 5) bis $c' : g'''$ (1 : 6).

A	B	E	c	C	G	D	d	F
v. s.	$n : 5n + m$			m		m'		
$c' : e''' = 5560$	1 : 5	Terz der Doppeloctave		0				
5570		Einzeln hörbar		5				
3066						3		Einz. hör
g''' 3072						0		Quinte d. D peloctave

Intervalle mit dem Grundton $c'' = 1024$ v. s.

Erste Periode von $c'' : c''$ (1 : 1) bis $c'' : c'''$ (1 : 2).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : n + m$			*m*		*m'*		
$c'' : c'' = 1024$	1 : 1	Einklang Stöfse		0				
$: d'' = 1152$	8 : 9	Ton *C* schwach		64				
$: e'' = 1280$	4 : 5	Ton *c* stark	1	128	ver- >< nehmbar	384	3	Ton *g'* schwach
$: f'' = 1365{,}3$	3 : 4	Ton *f* stark	1	170,6	deutlich ><	341,3	2	Ton *f'* verschmilzt mit *f*
$: g'' = 1536$	2 : 3	Ton *c'* ganz stark	1	256	sehr >< deutlich	256	1	Ton *c'* ganz strk.
$: a'' = 1706{,}6$	3 : 5	Ton *f'* laut	2	341,3	deutlich ><	170,6	1	Ton *f* laut
1792	4 : 7	Ton *g'* vernehmbar	3	384	ver- >< nehmbar	128	1	Ton *c* vernehmbar
$: h'' = 1920$	8 : 15					64		Rauhigkeit u. *C* ganz schwach Stöfse
$c'' : c''' = 2048$	1 : 2					0		Octave

Zweite Periode von $c'' : c'''$ (1 : 2) bis $c'' : g'''$ (1 : 3).

v. s.	$n : 2n + m$			*m*	*m'*			
$c'' : c''' = 2048$	1 : 2	Octave Stöfse						
$: d''' = 2304$	4 : 9	*c* hörbar		128				
2389,3	3 : 7	*f* hörbar	1	170,6	kaum hörbar ><	341,3	2	*f* mit *f'* verschmilzt
$: e''' = 2560$	2 : 5	*c'* ganz laut	1	256	>< deutlich	256	1	*c'* ganz laut
$: f''' = 2730{,}6$	3 : 8							
2816	4 : 11							Stöfse
$c'' : g''' = 3072$	1 : 3							Duodecime

Dritte Periode von $c'' : g'''$ (1 : 3) bis $c'' : c^{IV}$ (1 : 4).

v. s.	$n : 3n + m$			*m*		*m'*		
$c'' : g''' = 3072$	1 : 3	Duodecime Stöfse		0 ⋮				
						⋮		Stöfse
$c'' : c^{IV} = 4096$	1 : 4					0		Doppeloctave

Intervalle mit dem Grundton $c''' = 2048$.

Erste Periode von $c''' : c'''$ (1 : 1) bis $c''' : c^{IV}$ (1 : 2).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : n + m$			m		m'		
$c''' : c''' = 2048$	1 : 1	Einklang Stöfse		0				
$: d''' = 2304$	8 : 9	c gut hörbar		128				
2389,3	6 : 7	f gut hörbar		170,6				
$: e''' = 2560$	4 : 5	c' laut	1	256	hörbar ><	768	3	g'' schwach
$: f''' = 2730,6$	3 : 4	f' laut	1	341,3	deutlich ><	682,6	2	f'' verschn[...] mit f
2816	8 : 11	g' laut		384		640		e'' laut wie
$: g''' = 3072$	2 : 3	c'' sehr laut	1	512	laut ><	512	1	c'' sehr laut
3328	8 : 13	e'' laut		640		384		g' laut wie
$: a''' = 3413,3$	3 : 5	f'' deutlich	2	682,6	>< deutlich	341,3	1	f' deutlich
3584	4 : 7	g'' vernehmbar	3	768	>< hörbar	256	1	c' vernehmb[...]
$: h''' = 3840$	8 : 15					128		c deutlich Stöfse
$c''' : c^{IV} = 4096$	1 : 2					0		Octave

Zweite Periode von $c''' : c^{IV}$ (1 : 2) bis $c''' : g^{IV}$ (1 : 3).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : 2n + m$			m		m'		
$c''' : c^{IV} = 4096$	1 : 2	Octave		0				
$: d^{IV} = 4608$	4 : 9	c' laut	1	256	ver-nehmbar ><	768	3	g'' schwach
$: e^{IV} = 5120$	2 : 5	c'' laut	1	512	laut ><	512	1	c'' laut
$: f^{IV} = 5461,3$	3 : 8	f'' stark	2	682,6	>< ver-nehmbar	341,3	1	f' schwäch[...]
5632	4 : 11	g'' schwach		768		256		c' gut hörb[...] Stöfse
$c''' : g^{IV} = 6144$	1 : 3					0		Duodecime

Dritte Periode von $c''' : g^{IV}$ (1 : 3) bis $c^{IV} : c^{V}$ (1 : 4).

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : 3n + m$			m		m'		
$c''' : g^{IV} = 6144$	1 : 3	Duodecime		0				
6656	4 : 13	c' hörbar		256				
$: e^{IV} = 6826,6$	3 : 10	f' hörbar		341,3		682,6		f'' verschn[...] mit f'
7168	2 : 7	c'' deutlich	1	512	hörbar ><	512	1	c'' deutlich

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : 3n + m$			m		m'		
$c''' : h^{IV} = 7680$	4 : 15					256		c' schwach aber deutlich
7936	8 : 31					128		c vernehmbar
$c''' : c^{V} = 8192$	1 : 4							Doppeloctave

Intervalle mit dem Grundton $c^{IV} = 4096$ v. s.

A	*B*	*E*	*c*	*C*	*G*	*D*	*d*	*F*
v. s.	$n : n + m$			m		m'		
$c^{IV} : c^{IV} = 4096$	1 : 1	Einklang Stöfse						
$: d^{IV} = 4608$	8 : 9	c' laut		256				
$: e^{IV} = 5120$	4 : 5	c'' laut	1	512	hörbar ><		3	
$: f^{IV} = 5461{,}3$	3 : 4	f''' laut	1	682,6	>< deutlich		2	
5632	8 : 11	g'' laut	3	768	c''	1280	5	e''' laut
$: g^{IV} = 6144$	2 : 3	c''' laut	1	1024	laut ><	1024	1	c''' laut
6656	8 : 13	e''' laut	5	1280	c''	768	3	g'' laut
$: a^{IV} = 6826{,}6$	3 : 5	f''' hörbar	2	1365,3	deutlich ><	682,6	1	f'' hörbar
7168	4 : 7	g''' schwächer	3	1536	>< hörbar	512	1	c'' stärker als g''
$: h^{IV} = 7680$	8 : 15					256		c' laut
7936	16 : 31					128		c laut
8064	32 : 63					64		C vernehmbar Stöfse
$c^{IV} : c^{V} = 8192$	1 : 2							Octave

III. Differenztöne und Summationstöne.

Bekanntlich hat Helmholtz auf theoretischem Wege nachgewiesen, dafs, „wenn irgendwo die Schwingungen der Luft oder eines andern elastischen Körpers, der von beiden primären Tönen gleichzeitig in Bewegung gesetzt wird, so heftig werden, dafs die Schwingungen nicht mehr als unendlich klein betrachtet werden können, Schwingungen der Luft entstehen müssen, deren Tonhöhe gleich ist der Differenz und der Summe der Schwingungszahlen der primären Töne.“ Diese Combinationstöne, welche mit den

Stöfsen in durchaus keiner Verbindung stehen, sind alle, sowohl die der Differenz, als die der Summe, ganz aufserordentlich viel schwächer als die Stofstöne.

Wenden wir uns zuerst zur Beobachtung der Differenztöne, so finden wir, dafs dieselben für alle Intervalle $n : n + m$, wenn m nicht viel gröfser als $\frac{n}{2}$, mit den Stofstönen zusammenfallen und sich also bei diesen nicht nachweisen lassen. Wir haben aber gesehen, dafs für alle Intervalle $n : n + m$, wenn m viel gröfser als $\frac{n}{2}$, die Stofstöne $m' = n - m$ sind, für die Intervalle $n : hn + m$, wenn m kleiner als $\frac{n}{2}$, $= m$, und wenn m viel gröfser als $\frac{n}{2}$, $= n - m$, also nicht gleich der Differenz der Schwingungen der primären Töne: man mufs also bei diesen Intervallen die Differenztöne zu beobachten suchen.

Wie ich eben angegeben habe, lassen diese Intervalle, von hohen Tönen gebildet, die Stofstöne ganz laut hören, während von den Differenztönen keine Spur wahrzunehmen ist. $c''' : h'''$ (8 : 15) läfst nur c (1) und keine Spur von 7 hören, $c''' : d^{IV}$ (4 : 9) nur c' (1), und nichts von e''' (5), $c''' : f^{IV}$ (3 : 8) nur f' und f'', aber durchaus kein a''' (5), und es geht hieraus also hervor, dafs die Differenztöne in jedem Falle ganz aufserordentlich viel schwächer seyn müssen, als die Stofstöne sind, was ihre Existenz überhaupt aber anlangt, gelang es mir doch, dieselben unzweifelhaft nachzuweisen, indem ich die eben angeführten Intervalle mit tieferen Tönen bildete, welche bei ihrer längeren Dauer mir gestatteten, Hülfsgabeln zu benutzen, die mit den gesuchten Tönen eine bestimmte Anzahl Stöfse gaben.

Liefs ich die grofsen Gabeln c' und h' (8 und 15), vor den Resonanzröhren ertönen, so fiel zuerst das starke Rasseln der 32 Stöfse $m' = n - m$ in die Ohren, hielt ich aber eine Stimmgabel von 440 v. s. in einer gröfseren Entfernung vom Ohre, so traten die vier Stöfse mit dem Tone $7 = 448$ v. s. vernehmbar hervor. Ebenso gelang es mir

beim Zusammenklange der Töne *e'* und *d''* (4 und 9), die Existenz des sehr leisen Tones *e'* (5), mit Hülfe einer Stimmgabel von 648 v. s., und beim Zusammenklange der Töne *c'* und *f''* (3 und 8), ein leises *a'* (5) durch die Stöfse mit einer Gabel von 860 v. s. nachzuweisen.

Was die Beobachtung der Summationstöne anlangt, so hat Helmholtz bemerkt, dafs „dieselben, nur bei besonders günstigen Gelegenheiten, namentlich am Harmonium und an der mehrstimmigen Sirene leichter zu hören seyen." (Tonempfind. III, p. 244). Wenn man aber auch wirklich beim Zusammentönen zweier Klänge einer Sirene oder eines Zungeninstrumentes mitunter Töne vernehmen kann, deren Höhe gleich der Summe der primären Grundtöne beider Klänge ist, so genügt dieses doch noch nicht die Existenz der Summationstöne zu beweisen, denn weder die Sirenen noch die Zungeninstrumente erzeugen einfache Töne, sondern Klänge, die an Obertönen reich sind, und eine einfache Betrachtung zeigt, dafs in Folge dessen die blofsen Stofstöne, welche von den Obertönen erzeugt werden müssen, ausreichen, die Existenz von Tönen zu erklären, deren Schwingungszahl gleich ist der Summe der Schwingungszahlen der Grundtöne der Klänge.

Zwei Klänge im Intervalle der Quinte enthalten die beiden Reihen Töne:

2, 4, 6, 8, 10
3, 6, 9, 12, 15

und die fünften Töne beider Klänge (10 und 15) geben einen Stofston $m = m' = 5$, welcher gleich ist der Summe $2 + 3$ der Grundtöne.

Bei der Quarte 3 : 4 hat man die beiden Reihen Töne

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

und es sind hier die siebenten Töne der Klänge, welche einen Stofston erzeugen, der gleich der Summe $3 + 4$ ist. Bei der Terz 4 : 5, mufs durch die erneuten Töne beider Klänge (36 und 45), ein Stofston entstehen, welcher gleich der Summe $4 + 5$, und so ist bei jedem Verhältnisse

von der Form $n : n + 1$, der Stoſston der $2n + 1$ ten Töne beider Klänge gleich der Summe der Grundtöne.

Bei Intervallen von der Form $n : n + 2$, sind es auch zwei Töne gleicher Ordnung, nämlich die $n + 1$ ten beider Klänge, deren Stoſston gleich der Summe der Grundtöne ist. So giebt die Sexte 3 : 5 die Töne

3, 6, 9, 12
5, 10, 15, 20

wo der Stoſston m von 12 und $20 = 8 = 5 + 3$ ist.

Bei Intervallen endlich von der Form $n : n + 3$, sind es Töne ungleicher Ordnung, nämlich der $n + 2$ te Ton des tieferen Klanges und der $n + 1$ te des höheren, deren Stoſston gleich der Summe der Grundtöne ist. Also z. B. bei der kleinen Sexte 5 : 8, gaben der siebente Ton von 5 (35), und der sechste von 8 (48), den Stoſston m, welcher gleich der Summe $5 + 8$ ist.

Es könnte vielleicht auffallend erscheinen, daſs man gerade diejenigen Stoſstöne von Obertönen zweier Klänge besonders bemerkt haben sollte, deren Schwingungszahl gleich der Summe der beiden Grundtöne war, während doch noch viele andere Obertöne ebenfalls ihre Stoſstöne müſsten hören lassen; dagegen ist aber zu bemerken, daſs die Anzahl dieser Töne, welche hörbar werden können, durchaus nicht so groſs ist, als man wohl vor einer genaueren Prüfung anzunehmen geneigt seyn möchte. So können die Obertöne eines Quintenintervalles bis zu dem fünften hin, unter einander auſser dem Tone 5, keinen Stoſston mehr hören lassen, der höher als die Grundtöne, welcher nicht mit einem der Obertöne beider Klänge zusammenfiele. Bei der Quarte ist es neben dem Tone 7 nur noch der aus 15 und 20 entstandene Stoſston 5 der ersten sieben Obertöne, welcher nicht mit Tönen, die schon in den Klängen enthalten, zusammenfällt, und ähnlich gestalten sich die Verhältnisse bei den andern Intervallen.

Die Stoſstöne in allen hier angeführten Fällen sind gleich der Differenz der Töne, von welchen sie gebildet

werden und fallen also zusammen mit den Differenztönen dieser selben Töne; wenn man aber in Erwägung zieht, welch' grofse Intensität zwei primäre Töne haben müssen, um nur einen sehr schwachen Differenzton hervorzubringen, so kann man mit ziemlicher Gewifsheit annehmen, dafs die Intensität der durch die Obertöne erzeugten Differenztöne verschwindend klein seyn mufs gegen die der Stofstöne, mit denen sie zusammenfallen.

Es ist ferner zu bemerken, dafs bei der Sirene und dem Harmonium nicht nur die einzeln hervorgebrachten Töne von Obertönen begleitet sind, sondern auch, wenn zwei Klänge zu gleicher Zeit angegeben werden, keiner derselben mehr als aus einer Reihe aufeinanderfolgender gleicher Impulse entstanden angesehen werden kann, denn im Augenblicke, in welchem die Oeffnungen auf zwei concentrischen Kreisen der Sirene zugleich offen sind, ist die Intensität des Impulses nicht doppelt so grofs, als sie seyn würde, wenn nur ein Löcherkreis allein geöffnet wäre, und diese Verringerung der Intensität der Impulse im Augenblicke der Coexistenz, welche allein durch die Disposition des angewendeten Instrumentes hervorgerufen wird, reicht allein hin Erscheinungen hervorzurufen, welche mit denen des Zusammenklanges einfacher und durch gesonderte Tonquellen hervorgerufener Töne nichts zu thun haben. (Tonemfind. III, 627. *Terquem*, *Annales de l'École Normale VII*, 1870). Will man also sicher seyn, dafs man es wirklich mit Summationstönen einfacher primärer Töne zu thun hat, so mufs man sowohl die mehrstimmige Sirene, wie auch die Zungenpfeifen bei Seite lassen und sich wieder nur der einfachen Stimmgabeltöne bedienen.

Stimmgabeln für die Töne c', e', g', c'', mit Zinken von 6 Mm. Dicke auf Resonanzkästen, wie sie gewöhnlich in den physikalischen Cabineten gebräuchlich sind, bilden trotz ihrer schon ziemlich bedeutenden Intensität, die Summationstöne nur so schwach, dafs man Hülfsgabeln, welche mit ihnen Stöfse geben, nöthig hat, um ihre Existenz zweifellos wahrzunehmen. Besitzt man eine Reihe

Stimmgabeln für die harmonischen Töne des Grundtones c, so sind besonders die Intervalle $c' : g'$ und $g' : c''$ für den Nachweis der Summationstöne vermittelst der Stöfse geeignet, da die Hülfsgabeln für dieselben sich leicht herstellen lassen, indem man die Gabeln der erwähnten Reihe für e'', und für den siebenten Oberton von c mit etwas Wachs verstimmt. Bei so starken Tönen aber, wie ich sie angewendet habe, sind die Summationstöne schon hinreichend laut, um direct ohne Hülfsgabeln wahrgenommen zu werden. Bei $c' : g' (2 : 3)$, hört man deutlich $e'' (5)$, welches mit c' und g' wieder die Summationstöne der zweiten Ordnung 7 und 8 (c''') bildet, die sich durch Stöfse mit den passenden Hülfsgabeln zu erkennen geben, und andere Hülfsgabeln lassen, wenn auch schon durch nur sehr leise Stöfse, sogar noch die Summationstöne dritter Ordnung $2 + 7 = 9 (d''')$, $2 + 8$ und $3 + 7 = 10 (e''')$, und $3 + 8 = 11$ bemerken. Ebenso hört man auch bei $c' : e' (4 : 5)$ den Ton $9 = d''$, und kann man vermittelst der Hülfsgabeln die Töne $9 + 4 = 13$, $9 + 5 = 14$ und die Summationstöne dritter Ordnung 17, 18 und 19 nachweisen. Die Intervalle mit dem Grundtone $c' = 512$ v. s. eignen sich im Allgemeinen am besten für die Beobachtung der Differenz- und Summationstöne, da bei diesen einerseits das Rasseln der discontinuirlichen Stöfse nicht mehr sehr, oder selbst garnicht mehr störend ist und andererseits die Stofstöne wegen ihrer grofsen Tiefe nur eine sehr geringe Intensität haben.

Aus den hier angegebenen Beobachtungen geht also hervor, dafs Differenztöne und Summationstöne auch beim Zusammenklange einfacher und durch gesonderte Tonquellen erzeugter Töne, wenn dieselben eine sehr grofse Intensität besitzen, nachgewiesen werden können, dafs sie aber aufserordentlich viel schwächer sind, als die Stofstöne, so dafs beim Zusammenklange zweier Klänge mit einigermafsen starken Obertönen, aller Wahrscheinlichkeit nach in den meisten Fällen die hörbaren Töne, deren Schwingungszahlen gleich der Summe der primären Töne sind, Stofs-

töne der Obertöne und nicht Summationstöne der primären Töne seyn dürften.

Diese Combinationstöne werden eben so wenig durch Resonatoren verstärkt, als die oben beschriebenen Stofstöne.

IV. Ueber die Natur der Stöfse und ihre Wirkung, verglichen mit der Wirkung primärer Impulse.

Da die Schwingungszahl der Summationstöne nicht mit der Anzahl der Stöfse beider primären Töne übereinstimmt, und dieselben folglich nicht durch diese entstanden seyn können, so hat Helmholtz diesen Umstand unter den Gründen aufgeführt, mit welchen er die Ansicht unterstützt, dafs Stöfse überhaupt keine Töne bilden können. (Tonempfind. III, pg. 245, 263). Wenn aber einerseits die Summationstöne nicht mit den Stöfsen zusammenfallen, so fallen auch andererseits, wie wir oben gesehen haben, die Stofstöne der Intervalle $n:n+m$, wenn m viel gröfser als $\frac{n}{2}$ und ferner die Stofstöne aller Intervalle $n:hn+m$, nicht mit der Differenz oder Summe der primären Töne zusammen, es erklären sich daher die Stofstöne eben so wenig durch die Ursache, welche die Combinationstöne hervorruft, als sich diese letzteren aus der Existenz der Stöfse erklären lassen, und man mufs also annehmen, dafs jede dieser Gattungen von Tönen ihren besonderen Ursprung hat.

Was nun die Frage anlangt, ob die Natur der Stöfse es überhaupt zuläfst, dafs sie sich zu einem Tone zusammensetzen können, so kann natürlich der Umstand, dafs, wenn die Schwingungen der primären Töne nicht unendlich klein sind, dann Combinationstöne der Differenz und der Summe entstehen, weder für, noch gegen diese Annahme etwas beweisen; gegen die ältere Meinung von Th. Young giebt jedoch Helmholtz einige andere Gründe an, welche, um widerlegt zu werden, eine genauere Untersuchung erfordern.

Es ist vor allen Dingen die Art, wie sich die Stöfse bei gewöhnlichen und daher, besonders in den tiefen La-

gen der Skala, meistens sehr schwachen Tönen vernehmen lassen, welche **Helmholtz** veranlaſst hat zu erklären, daſs Schwebungen einfacher Töne, ohne daſs sich Obertöne oder Combinationstöne einmischen „nur entstehen, wenn die beiden angegebenen Töne um ein verhältniſsmäſsig kleines Intervall von einander entfernt sind," und daſs „wenn ihre Entfernung auch nur zur Gröſse einer kleinen Terz anwächst, ihre Schwebungen undeutlich werden." (Tonempfind. III, S. 284). Wendet man tiefe und genügend starke Töne an, so sind jedoch die primären Stöſse, wie ich oben beschrieben habe, noch bei beträchtlich weiteren Intervallen hörbar. In der Octave $C - c$ giebt es kein Intervall, welches dieselben nicht laut hören lieſse, und will man selbst die Stöſse m' bei Seite lassen, so kann man auch die Stöſse m allein bis über die Quinte verfolgen und bei Intervallen mit dem Grundtone Contra E, sind sie sogar bis in die Gegend der Septime zu bemerken.

In obiger Tabelle habe ich angegeben, daſs die Terz $c : e$ ein Rasseln von 32 Stöſsen hören läſst, und daſs man dieses immer schwächer werdende Rasseln noch bis zur Quinte verfolgen kann. Es bezogen sich diese Resultate jedoch nur auf den Zusammenklang primärer Töne von solcher Stärke, wie sie meine vor Resonanzröhren montirten Stimmgabeln hervorbrachten. Indem ich aber noch stärkere Töne c, e und g anwendete, welche ich erhielt, indem ich die betreffenden, ohne Laufgewichte schwingenden Gabeln auf passenden, groſsen, an beiden Enden offenen Resonanzkästen ertönen lieſs, war das Rasseln der Terz noch mächtiger und das der Quinte um ebenso viel lauter. Die 64 Stöſse der Terz $c' : e'$, welche mit den Stimmgabeln und Resonatoren eine bloſse Rauhigkeit hören lassen, wurden mit den Stimmgabeln auf Resonanzkästen zu einem wahren Gerassel, und selbst die Quinte $c' : g'$ lieſs noch eine Spur der durch 128 Stöſse hervorgerufenen Rauhigkeit vernehmen.

Wenn ein Ton in einem geschlossenen Raume erzeugt wird, so bilden sich bekanntlich durch die Zusammen-

setzung der directen und der von den Wänden zurückgeworfenen Tonwellen, Knotenstellen und Bäuche. Bei sehr starken einfachen Tönen mit ziemlich beträchtlicher Wellenlänge, ist der Unterschied der Intensität an diesen verschiedenen Stellen so beträchtlich, daſs man bei den hier eben erwähnten Experimenten, bei denen es vor allen Dingen darauf ankommt, daſs das Ohr beide Töne mit groſser Gewalt empfängt, wohl darauf achten muſs, daſs dasselbe sich für beide in einer Knotenstelle befinde. Man muſs dem Ohre daher erst die beste Stellung für einen Ton geben und dann die zweite Gabel so weit verschieben, bis man auch ihren Ton mit gröſster Intensität hört.

Je höher man in der Skala steigt, um so leichter ist es, sehr starke, eindringliche Töne zu erhalten und während das Intervall der Quinte $c' : g'$, welches bei gewöhnlich starken Tönen keine Spur von Rauhigkeit vernehmen läſst, von so mächtigen Tönen erzeugt werden muſs, wie sie kein in der Musik gebräuchliches Instrument giebt, wenn seine 128 Stöſse empfunden werden sollen, so genügen für die Töne $h''' \; c^{IV}$ schon die Zungen eines Harmoniums um dieselbe Anzahl Stöſse hören zu lassen.

Helmholtz, der diese letzte Thatsache angiebt, legt, um sie zu erklären, ein besonderes Gewicht auf die Kleinheit des Intervalles (Tonempfind. III, 263), aber wie aus den angeführten Experimenten mit tiefen, sehr starken Tönen hervorgeht, kommt es nur darauf an, primäre Töne von genügender Intensität anzuwenden, um bei sehr viel weiteren Intervallen dieselbe Erscheinung zu erhalten, wie man andererseits auch wieder mit genügend schwachen hohen Tönen sehr kleine Intervalle bilden kann, welche dieselbe nicht wahrnehmen lassen.

Wie sich die kleinen Intervalle hoher Töne in Bezug auf die Hörbarkeit der einzelnen Stöſse nicht von weiteren Intervallen tieferer Töne, die genügende Stärke haben, unterscheiden, welche von einander um eine gleiche absolute Anzahl Schwingungen abstehen, so zeigen sie auch keinen Unterschied in der Art, wie sie die Stoſstöne bilden. Zwei

Stimmgabeln $h''' c^{IV}$ (15 : 16) lassen bei einer gewissen Intensität das Rasseln der 128 Stöſse vernehmen, zugleich aber auch den Ton *c*, ebenso wie bei sehr starken Tönen *c'* und *g'* neben der Rauhigkeit ein leises *c* vernommen wird; nur ist zu bemerken, daſs, da diese hohen primären Töne eine verhältniſsmäſsig weit gröſsere Intensität haben, als die tieferen, auch ihre Stoſstöne weit stärker sind als die Stoſstöne gleicher Höhe, welche durch die weiteren Intervalle tieferer Töne hervorgebracht werden, und daſs es folglich auch weit leichter ist, mit ihnen sehr tiefe, gut hörbare Stoſstöne zu erzeugen, als mit tieferen primären Tönen.

Ich habe oben angegeben, daſs der Zusammenklang *c*: *g* selbst bei Anwendung sehr starker Stimmgabeln und Resonatoren, nur ein kaum hörbares *C* (128 v. s.) vernehmen läſst, und tiefere Stoſstöne konnte ich bei den Intervallen in den tieferen Lagen der Skala gar nicht direct beobachten, mit hohen Gabeln gelingt es dagegen selbst noch das Contra *C* von 32 v. d. zu erzeugen, welches schon an der äuſsersten Gränze der Hörbarkeit liegt.

Die erste Reihe Stimmgabeln, welche ich für diese Untersuchung anwendete, war auf Töne zwischen h''' und c^{IV} gestimmt; da diese Gabeln jedoch schon die Stoſstöne von 40 und von 36 v. d. (Contra *E* und Contra *D*) nur äuſserst schwach hören lassen, so construirte ich noch eine zweite Reihe für Töne zwischen h^{IV} und e^{V}, welche eine verhältniſsmäſsig noch viel gröſsere Intensität gaben. Die Stoſstöne entstehen bei diesen letzteren so stark, daſs man nicht nur z. B. *c* und *C* aus ziemlicher Entfernung laut hört, sondern daſs auch alle Töne der Contra Octave bis zum Contra *C* deutlich vernehmbar werden. Dieses letztere wird durch die Töne 4064 und 4096 v. s. erzeugt, welche im Verhältniſs von 127 : 128 stehen und also ein Intervall bilden, das weit kleiner ist als ein Komma (80 : 81).

Folgende Tabelle enthält sämmtliche Stimmgabeln, welche die beiden eben besprochenen Reihen bilden, nebst

ihren Verhältnifszahlen und den aus ihnen gebildeten Stofstönen.

v. s.	v. s.		Stöfse	Ton
3840	: 4096	15 : 16	128	= *C*
3904	: „	61 : 64	96	= *G*
3936	: „	123 : 128	80	= *E*
3968	: „	31 : 32	64	= *C*
3976	: „	497 : 512	60	= Ct. *H*
3989,3	: „	187 : 192	53,3	= „ *A*
4000	: „	125 : 128	48	= „ *G*
4010,7	: „	47 : 48	42,7	= „ *F*
4016	: „	251 : 256	40	= „ *E*
4024	: „	503 : 512	36	= „ *D*
7936	: 8192	31 : 32	128	= *C*
8064	: „	63 : 64	64	= *C*
8096	: „	253 : 256	48	= Ct. *G*
8106,7	: „	95 : 96	42,7	= „ *F*
8112	: „	507 : 512	40	= „ *E*
8120	: „	1015 : 1024	36	= „ *D*
8128	: „	127 : 128	32	= „ *E*

Man kann diese Gabeln beim Experimentiren wie gewöhnlich mit dem Bogen anstreichen, da man jedoch wegen ihrer grofsen Höhe nicht mehr die Bildung von Theiltönen zu fürchten hat, so ist es oft bequemer sie mit einem Stahlklöppel anzuschlagen, weil dieses schneller geht und der Ton der zuerst erregten Gabel dann noch nicht viel von seiner Intensität verloren hat, wenn der zweite Ton auch schon hervorgerufen ist.

Alle in dieser Tabelle angegebenen Zusammenklänge lassen immer das Rasseln, oder wie man bei diesen hohen Tönen besser sagen könnte, das Schwirren der Stöfse zugleich mit den Stofstönen hören, welch letztere um so stärker sind, als die Stimmgabeln stärker angeschlagen werden. Will man das Schwirren der Stöfse allein hören,

so hat man die beiden Gabeln nur etwas weiter vom Ohre zu entfernen, die Stoſstöne kann man jedoch nicht ganz allein vernehmen, wenn man auch die Gabeln ganz dicht vor das Ohr bringt; es gelingt dieses selbst mit den Tönen 7936 und 8192 v. s. nicht vollständig, obgleich bei diesen der Stoſston *c* äuſserst stark ist.

Man ersieht aus diesen Experimenten, daſs bei genügend starken primären Tönen nicht mehr als 32 Stöſse nöthig sind um einen Ton zu bilden, daſs ferner Stöſse bis zu etwa 128 bei Intervallen jeder beliebigen Breite vernommen werden können, und daſs zwischen 32 und etwa 128 Stöſsen in der Secunde die Stöſse und Stoſstöne zugleich gehört werden. Es fragt sich nun, ob dieses dieselben Resultate seyen, welche man auch mit primären Impulsen erhalten kann.

Daſs erstlich 32 primäre Impulse einen Ton bilden können, ist bekannt, und daſs andererseits das Ohr im Stande seyn müsse, noch über hundert Impulse in der Secunde wahrzunehmen, lieſs sich schon nach der alten Beobachtung erwarten, nach welcher dasselbe den Gangunterschied zweier Pendel wahrnimmt, die um nicht mehr als eine Hundertel Secunde vom Isochronismus abweichen. Es war in der That anzunehmen, daſs, wenn das Ohr zwei Eindrücke gesondert empfinden konnte, welche um $\frac{1}{100}$ Secunde von einander abstanden, es auch eine ganze Reihe solcher Eindrücke in gleichen Abständen wahrnehmen werde; direct läſst sich jedoch diese Beobachtung sehr gut an einem Zahnrade machen. Das, welches ich angewendet, ist von Holz, hat eine Dicke von 35 Mm., einen Durchmesser von 36 Ctm. und 128 Zähne. Läſst man auf diese Zähne ein federndes Brettchen von hartem Holze sehr stark aufschlagen, so hört man bei immer zunehmender Drehungsgeschwindigkeit, die erst einzeln vernehmbaren Schläge in ein Rasseln übergehen, welches noch deutlich vernehmbar ist, wenn das Rad einmal in der Secunde umgedreht wird und folglich die Anzahl der Schläge schon 128 erreicht hat. Neben diesem Rasseln

hört man denn aber auch, wenn die einzelnen Schläge nicht gar zu stark sind, den Ton *c* (256 v. s.). Ersetzt man das stark aufschlagende Holzplättchen durch eine Kartenspitze, so ist von dem Rasseln kaum mehr etwas zu spüren und der Ton *c* tritt mit gröfserer Deutlichkeit hervor. Dreht man das Rad nur einmal in zwei Secunden, so dafs man blofs 64 Schläge in der Secunde hervorbringt, so ist das fast vollständige Verschwinden, oder das Zurücktreten des Tones *C* vor dem Gerassel der 64 Schläge noch leichter zu beobachten. Es findet demnach die gröfste Uebereinstimmung zwischen dem Verhalten primärer Impulse und dem der Stöfse statt.

Dafs die gleichzeitige Hörbarkeit der einzelnen Schläge und des aus ihrer Aufeinanderfolge entstandenen Tones, wie auch das Aufhören der Hörbarkeit einzelner Schläge, wenn dieselben eine gewisse Zahl überschreiten, sich vollständig aus der von Helmholtz aufgestellten Hypothese des Höractes erklären, ist einleuchtend. Nach dieser Hypothese bestehen bekanntlich im Ohre gewisse elastische Gebilde mit „starker Dämpfung“ (Tonempfind. III, 226), welche namentlich der Wahrnehmung schnell vorübergehender, unregelmäfsiger Erschütterungen dienen können, und ferner „schwächer gedämpfte elastische Körper,“ die durch einen musikalischen Ton von entsprechender Höhe viel stärker erregt werden, als von einzelnen Stöfsen. Jeder der einzelnen Stöfse bringt also auf ein Gebilde der ersten Art einen Eindruck hervor, so lange diese Schläge nicht in einem kürzeren Zeitintervalle aufeinander folgen, als zur Dämpfung der in demselben erregten Erschütterung nöthig ist. Ferner ist aber die durch die Aufeinanderfolge der Schläge hervorgerufene periodische Bewegung aus einer Summe von pendelartigen Schwingungen d. h. einfachen Tönen zusammengesetzt, von denen jeder einen elastischen Körper der zweiten Art erregen kann. Je mehr nun die durch die einzelnen Schläge erzeugte Bewegung der Luft von der einfachen Pendelbewegung abweicht, je gröfser wird die Vernehmbarkeit der einzelnen

Stöfse und je schwächer die Intensität des aus ihrer Aufeinanderfolge entstandenen Tones seyn, wogegen die Intensität des letzteren um so mehr zunimmt, und die Hörbarkeit der einzelnen Impulse schwächer wird, als sich diese periodische Bewegung mehr der einfachen Pendelbewegung nähert, so dafs zuletzt bei nahezu ganz einfachen pendelartigen Schwingungen, wie sie Stimmgabeln ausführen, schon über 32 und 36 hinaus, nichts mehr von den einzelnen Impulsen vernehmbar bleibt und nur der Ton allein gehört wird.

Helmholtz hat ferner bemerkt, dafs sich ein schwebender Zusammenklang mit einem Ton von periodisch wechselnder Intensität vergleichen läfst, und dafs „Schwebungen nnd Intermittenzen sowohl unter sich gleich sind, als auch bei einer gewissen Anzahl die Art des Geräusches hervorbringen, welche wir Knarren nennen" (Tonempfind. III, 266). Würden nun Intermittenzen immer nur Knarren erzeugen, so könnte allerdings die grofse Aehnlichkeit, welche sie bei nicht zu grofser Anzahl mit den Schwebungen zeigen, vermuthen lassen, dafs auch diese letzteren immer nur ein Knarren hervorzubringen im Stande seyn dürften, es gehen aber auch Intermittenzen, ganz ebenso wie primäre Impulse, bei genügender Anzahl und hinreichender Intensität in einen Ton über.

Es läfst sich dieses leicht vermittelst einer Scheibe nachweisen, welche einen Kreis von grofsen Löchern trägt und die man von einer Stimmgabel rotiren läfst. Ich habe verschiedene Scheiben, mit 16, 24 und 32 Löchern von 20 Mm. Durchmesser in verschiedenen Abständen angewendet, welche aber alle immer beträchtlich gröfser waren als die Löcherkreise, so dafs der Ton so viel als möglich nur wenn eine Oeffnung sich vor der Stimmgabel befand, stark zum Ohre dringen konnte.

Natürlich wird nicht jeder beliebige Ton bei jeder beliebigen Anzahl Unterbrechungen einen Ton hervorrufen können, welcher dieser Unterbrechungszahl entspricht, sondern es wird aufser der genügenden Stärke und der hin-

reichenden Anzahl der Intermittenzen auch noch nöthig seyn, dafs die Lufterschütterungen, welche durch die Oeffnungen der Scheibe hindurchdringen, einander gleich seyen, und dieses sind sie z. B. nie, wenn die Zahl der Unterbrechungen gröfser ist als die der Doppelschwingungen des Tones. In diesem Falle gehen nämlich entweder mehrere Löcher vor derselben Tonwelle vorbei, so dafs immer ein anderer Theil dieser Welle durch jedes hindurchdringen kann, oder es sind doch wenigstens nicht gleiche Theile verschiedener Tonwellen, denen die Oeffnungen den Weg zum Ohre frei machen. Auch wenn die Zahl der Unterbrechungen nur wenig gröfser ist, als die der Doppelschwingungen des Tones, finden noch ähnliche Verhältnisse statt, und es wird wohl nöthig seyn, dafs wenigstens eine ganze Tonwelle durch jede Oeffnnng dringe, wenn der Intermittenzton gut vernehmbar werden soll. Am günstigsten aber für seine Hörbarkeit scheint der Fall zu seyn, in welchem immer eine ganze Reihe von Tonwellen durch jede Oeffnung dringen kann, d. h. wenn also die Schwingungszahl des Tones sehr beträchtlich gröfser ist als die Zahl der Intermittenzen.

Läfst man eine Scheibe, auf welcher der Abstand der Löcher von einander dreimal so grofs als ihr Durchmesser (2 Ctm.) ist, mit solcher Geschwindigkeit laufen, dafs 128 Löcher in der Secunde vor der Stimmgabel vorbeigehen, so hört man schon den Intermittenzton *c* mit der Gabel $c'' = 512$ v. d., doch ist er schwach und tritt sehr vor den beiden Variationstönen zurück, welche gleich der Differenz und gleich der Summe der Intermittenzen und der Doppelschwingungen der Gabel, also hier $g' = 384$ v. d. und $e'' = 640$ v. d. sind (Tonempfind. III, 628). Wendet man bei immer gleicher Geschwindigkeit der Scheibe dann nacheinander die Gabeln e'', g'', siebente harmonische Ton von *c* und c''' an, so wird der Intermittenzton immer stärker und deutlicher. Läfst man endlich die Töne der sehr starken Gabeln c^{IV} und c^{V} durch die Löcher der Scheibe dringen, bei denen dann das Verhältnifs zwischen der

Zahl der Unterbrechungen und der der Doppelschwingungen des Tones 1 : 16 und 1 : 32 ist, so hat der Intermittenzton eine aufserordentliche Stärke, während die Töne der Differenz und der Summe 15 und 17 bei 1 : 16, schon wenig deutlich sind, und sich die Töne 31 und 33 bei 1 : 32, wohl kaum mehr beobachten lassen.

Bei den Experimenten mit den letztgenannten Gabeln, welche also für die Beobachtung des Intermittenztones am günstigsten sind, lasse ich die Scheibe unmittelbar vor der Fläche der Gabeln laufen, bei Anwendung der tieferen Gabeln schalte ich aber zwischen diese und die Scheibe passende Resonanzröhren von dem Durchmesser der Löcher auf der Scheibe ein, so dafs der Ton jedesmal laut hervortritt, wenn eines dieser Löcher sich vor der Röhrenöffnung befindet. Beiläufig sey bemerkt, dafs bei dieser Disposition dann besonders die Variationstöne überraschend schön erklingen und man sie bei abwechselnd schnellerem und langsamerem Drehen der Scheibe deutlich sich von einander entfernen und sich einander nähern hört.

Im Vorigen wurde ein Ton von an sich beständig gleicher Intensität auf mechanischem Wege nur intermittirend zum Ohre gelassen; der Uebergang periodischer Schwingungsmaxima in einen Ton läfst sich jedoch auch bei Tönen beobachten, welche selbst eine periodisch wechselnde Intensität besitzen. Ich habe zu diesem Zwecke Sirenenscheiben construirt mit Kreisen, auf denen sich die Löcher in gleichen Abständen befinden, aber periodisch gröfser und kleiner werden, so dafs eine Reihe isochroner Impulse von periodisch wechselnder Intensität erzeugt wird, wenn man sie durch Röhren von dem Durchmesser der gröfsten Löcher anbläst. Eine dieser Scheiben trug drei Kreise, jeden von 96 gleichabstehenden Löchern, deren Durchmesser auf dem ersten sechszehnmal von 1 zu 6 Mm. zu- und abnahmen, auf dem zweiten zwölfmal und auf dem dritten achtmal. Blies man diese Kreise mit einer Röhre von 6 Mm. Durchmesser an, während die Scheibe

erst ganz langsam gedreht wurde, so hörte man auf allen drei Kreisen die einzelnen Löcherperioden wie gesonderte Stöfse; wurde darauf immer schneller gedreht, so gingen zuerst die sechszehn Perioden des ersten, dann die zwölf des zweiten, und zuletzt die acht des dritten Kreises in einen Ton über; hatte endlich der hohe Ton der 96 Löcher bei acht Umdrehungen der Scheibe in der Secunde *g''* erreicht, so waren die tiefen, der Anzahl der Perioden entsprechenden Töne *c*, *G* und *C* ganz laut und kräftig neben diesem *g''* zu hören.

Auf einer andern noch gröfseren Scheibe von 70 Ctm. Durchmesser, disponirte ich sieben Kreise von 192 gleichabstehenden Löchern, welche 96, 64, 48, 32, 24, 16 und 12 Mal periodisch an Gröfse zu- und abnahmen. Eine ganze Periode auf dem ersten bestand also nur in zwei verschieden grofsen Oeffnungen, und der Ton der Perioden auf demselben war also blofs um eine Octave tiefer als der Ton der 192 Löcher, während auf dem siebenten Kreise jede Periode von 16 Oeffnungen gebildet wurde und der Ton der Perioden folglich vier Octaven tiefer war als der Ton der 192 Löcher; trotz dieser sehr grofsen Verschiedenheit in der Anzahl der primären Impulse, welche die einzelnen Perioden auf diesen verschiedenen Kreisen zusammensetzten, gingen sie dennoch alle in gleicher Weise, wenn ihre Anzahl grofs genug geworden war, in einen Ton über und liefsen, wenn man die Kreise der Reihe nach vom siebenten bis zum ersten anblies, neben dem immer gleichen hohen Ton, laut und deutlich den tiefen Ton in der abwechselnden Folge von Quarte und Quinte hören.

Obgleich solche Reihen isolirter Impulse von periodisch wechselnder Intensität also eine grofse Aehnlichkeit mit schwebenden Zusammenklängen zeigen, was die Möglichkeit anlangt die einzelnen Intensitätsmaxima in einem Ton übergehen zu lassen, so sind sie doch von letzteren sehr verschieden. Würde z. B. eine Reihe 96 isochroner, sechszehnmal an Intensität zu- und abnehmender Impulse, ge-

nau den Zusammenklang zweier Töne, welche 16 Stöfse hören lassen, darstellen, so müfsten die beiden primären Töne, welche diesen Zúsammenklang bilden, also hier 88 und 104, zwei Töne im Intervalle von 11 : 13, vernehmbar werden; man kann sie aber in Wirklichkeit nicht hören. Der Grund hiervon dürfte wohl darin zu suchen seyn, dafs zwei dem Einklange nahe Töne, deren Schwingungszahlen *a* und *b*, beim Zusammenklange zwar periodisch an Intensität zu- und abnehmende Schwingungen von nahezu $\frac{a+b}{2}$ erzeugen, dafs aber bei jedem Uebergange der einen Periode zu der andern, ein Zeichenwechsel vor sich geht, so dafs die Compressionsmaxima der mittleren Schwingungen nur in den ungeraden Perioden isochron sind, in den geraden Perioden aber die Dilatationsmaxima an ihre Stelle treten.

Ich habe versucht auf zwei verschiedene Weisen vermittelst primärer Impulse diesen Vorgang annähernd nachzubilden, und zwar erstens, indem ich die resultirenden Compressionen aller auf einanderfolgenden Schwingungen des Zusammenklanges auf demselben Kreise einer Sirenenscheibe durch Löcher von passender Gröfse darstellte. Der Zusammenklang zweier Töne von 80 und 96 Doppelschwingungen erzeugt einen Ton von $\frac{80+96}{2}=88$ Schwingungen, mit 16 Mal zu- und abnehmender Intensität, und bei jedem Uebergange des eines Stofses zum anderen bewirkt der Zeichenwechsel, dafs das Compressionsmaximum der ersten Schwingung der folgenden, von dem Compressionsmaximum der letzten Schwingung der vorhergehenden Schwebung, um eine halbe Schwingung weiter absteht. Ich theilte also den Kreis in 176 Theile, und bohrte in den Theilpunkten 1, 3, 5, 7 und 9 fünf an Gröfse zu- und wieder abnehmende Löcher, ebenso in den Theilpunkten 12, 14, 16, 18 und 20, ferner in den Theilpunkten 23, 25, 27, 29 und 31, u. s. f. Wurde nun ein solcher Löcherkreis durch eine Röhre vom Durchmesser der gröfsten Oeffnung angeblasen, so konnte man

in der That neben dem Tone 88 und dem sehr kräftigen Tone der Perioden 16 die beiden Töne 80 und 96 wahrnehmen, doch waren sie sehr schwach und besonders wegen der starken Rauhigkeit des tiefen Tones ziemlich schwer zu beobachten.

Durch die zweite Disposition suchte ich den Phasenwechsel der Schwingungen beim Uebergange von einer Schwebung zur andern direct nachzuahmen. Ich theilte zu diesem Zwecke zwei nahe nebeneinander laufende concentrische Kreise in 88 Theile und disponirte die Oeffnungen, welche die aufeinanderfolgenden Schwebungen darstellen sollten, abwechselnd auf beiden. Da bei 88 Löchern und 16 Perioden auf jede der letzteren $5\frac{1}{2}$ Löcher gekommen wären, so nahm ich immer zwei Perioden zusammen und durchbohrte also auf dem ersten Kreise die Theilpunkte 1, 2, 3, 4, 5, 6, und auf dem zweiten 6, 7, 8, 9, 10, 11, dann wieder auf dem ersten Kreise die Theilpunkte 12, 13, 14, 15, 16, 17 und auf dem zweiten 17, 18, 19, 20, 21, 22 usw. fort. Wurden diese beiden Löcherkreise nun zugleich durch zwei Röhren vom Durchmesser der gröfsten Oeffnungen auf demselben Radius, der eine von oben, der andere von unten angeblasen, so entstand bei jedem Umlauf der Scheibe eine Reihe von 88 isochronen, 16 Mal periodisch die Intensität wechselnden Impulse, welche beim jedesmaligen Uebergange von einer zur andern Intensitätsperiode die Zeichen wechselten. Bei diesem Experimente traten dann die beiden Töne 80 und 96 sehr viel deutlicher hervor als bei dem vorherbeschriebenen mit dem von einer Seite angeblasenen Löcherkreise, welcher die unter einander um eine halbe Schwingungsdauer verschobenen Löcherperioden trug.

Es bleibt mir schliefslich noch zu erwähnen, dafs Tyndall die geringe Intensität der resultirenden Töne als Beweis dafür angeführt hat, dafs sie nicht durch Stöfse der primären Töne entstanden seyn können (*On sound* III, 350). Nachdem er auseinandergesetzt, dafs der Ton, wenn zwei gleich starke Töne Stöfse geben,

immer periodisch vom Aufhören zu einer doppelt so grofsen Amplitude übergeht, als sie jeder der primären Töne einzeln hatte, sagt Tyndall wörtlich: „Wenn also die resultirenden Töne von den Stöfsen der primären gebildet würden, so müfsten sie auch gehört werden, wenn die primären schwach sind, aber sie werden nicht unter diesen Umständen gehört.“ Nun würden allerdings Stofstöne immer eine gröfsere Intensität haben müssen als ihre primären Töne, wenn gleiche Schwingungsamplituden auch für alle Töne immer gleiche Intensitäten hervorbrächten, dieses ist jedoch nicht der Fall, wie sich durch ein sehr einfaches Experiment sofort nachweisen läfst. Entfernt man eine Stimmgabel *c*, während sie mit einer bestimmten Amplitude von etwa 1 Mm. schwingt, so weit vom Ohre, dafs ihr Ton verschwindend schwach gehört wird, und man macht darauf dasselbe Experiment mit einer zweiten Gabel *c'*, welche Zinken von gleicher Dicke und Breite hat, während sie ebenfalls mit 1 Mm. Amplitude vibrirt, so findet man, dafs man sie etwa doppelt so weit vom Ohre entfernen mufs, um dieselbe Wirkung auf dasselbe zu erhalten und es geht daraus hervor, dafs der Ton *c'* bei gleicher Schwingungsweite etwa viermal so stark ist als der Ton *c*. Sucht man darauf den beiden Gabeln solche Schwingungsweiten zu geben, dafs sie bei gleicher Entfernung vom Ohre etwa die gleiche Wirkung auf dasselbe hervorbringen, so findet man wieder, dafs die Amplitude der Gabel *c* etwa viermal so grofs seyn mufs als die der Gabel *c'*. Hiernach würden also z. B. die Amplituden zweier gleich starken Töne im Intervall der Quinte, 9 und 4 seyn müssen, und die Summe dieser Amplituden wäre dann 13, der resultirende Ton aber, welcher um eine Octave tiefer ist als der Grundton des Quintenintervalles, würde schon die Schwingungsweite 36 erfordern um nur dieselbe Intensität zu erlangen als die primären Töne einzeln haben.

Ist das Intervall der primären Töne noch enger, so fällt der Stofston noch tiefer und mufs daher noch schwä-

cher werden im Verhältnifs zu der Intensität der primären Töne. Es versteht sich von selbst, dafs ich weder diese hier angegebenen Experimente, noch auch die Zahlen im Beispiele für ganz genau ausgeben will; aber sie sind es im genügenden Maafse um zu zeigen, worauf es mir hier allein ankam, dafs tiefe Töne weit gröfsere Schwingungsweiten haben müssen als hohe, wenn sie diesen letzteren an Intensität gleich kommen sollen. Auf genauere Untersuchungen über die Intensität verschieden hoher Töne hoffe ich in nicht zu langer Zeit zurückkommen zu können.

Die hauptsächlichsten Resultate der im Vorstehenden mitgetheilten Untersuchungen sind also kurz zusammengefafst die folgenden:

1) Die Anzahl der Stöfse zweier Töne n, n' ist immer gleich dem positiven und dem negativen Reste der Division $\frac{n'}{n}$, d. h. gleich den Zahlen m, m', die man erhält indem man setzt $n' = hn + m = (h + 1)n - m'$, wo n, n' die Anzahl der Doppelschwingungen und h der Quotient der Division ist, welche den Rest m giebt. Die Sache verhält sich daher so als wenn die Stöfse von den zwei Obertönen h und $h + 1$ des tiefen Tones n, zwischen welche der höhere Ton n' fällt, herrührten. Die Ursache der Stofstöne ist einfach die periodische Coincidenz der gleichartigen Maxima der beiden Wellenzüge.

2) Die Stöfse der rein harmonischen Intervalle können noch mit den Verhältnissen 1 : 8 und selbst 1 : 10 gehört werden, und lassen sich wie die Stöfse des Einklanges als direct aus der Composition der Schwingungen der primären Töne entstandene betrachten, ohne Hülfe resultirender Zwischentöne, deren Existenz sich nicht nachweisen läfst.

3) Sowohl die Stöfse m, als auch die Stöfse m', nicht nur der Intervalle $n : n + m$, sondern auch der Intervalle $n : hn + m$ ($h = 2, 3, 4$), gehen bei genügender Intensität

der primären Töne und hinreichender Anzahl in Stofstöne über.

II. 4) Wenn die beiden Stofstöne m und m' nahe dem Einklange, der Octave und Duodecime sind, so lassen sie dieselben Stöfse hören, welche zwei gleiche primäre Töne geben würden. Diese Stöfse der Stofstöne habe ich zum Unterschiede von den aus primären Tönen entstandenen Stöfsen, secundäre Stöfse genannt.

5) Bei genügender Intensität der sie bildenden Stofstöne und genügender Anzahl, gehen diese secundären Stöfse wieder in einen secundären Stofston über, wie primäre Stöfse in einen primären Stofston übergehen.

III. 6) Die Differenztöne und Summationstöne, welche beim Zusammenklange zweier starker Töne entstehen, weil die Schwingungen dieser nicht unendlich klein sind, bilden eine von den Stöfsen und Stofstönen unabhängige Erscheinung. Sie sind aufserordentlich viel schwächer als die Stofstöne.

IV. 7) Die Stöfstöne lassen sich nicht durch die Ursache der Differenztöne und Summationstöne erklären, da ihre Schwingungszahlen in vielen Fällen andere sind, als diese Ursache erfordern würde.

8) Die Hörbarkeit der Stöfse hängt allein von ihrer Anzahl und von der Intensität der primären Töne ab, und ist unabhängig von der Weite des Intervalles.

9) Die Anzahl der Stöfse und primären Impulse, bei welcher beide noch als gesonderte Impulse empfunden werden können, ist dieselbe.

10) Neben den als gesonderte Impulse wahrnehmbaren Stöfsen, wie neben den in gleicher Weise vernommenen primären Impulsen, ist der Ton, der ihrer Anzahl zukommt, hörbar.

11) Die Zahl, bei welcher Stöfse und primäre Impulse in einen Ton übergehen können, ist dieselbe.

12) Wie Stöfse und primäre Impulse, können auch Intermittenzen eines Tones in einen Ton übergehen.

13) Wenn die Schwingungen eines Tones periodisch

an Intensität zu- und abnehmen, so gehen die periodischen Schwingungsmaxima bei genügender Anzahl auch in einen Ton über.

14) Der Stoſston, welcher durch zwei primären Töne gebildet wird, muſs immer schwächer seyn als diese, obgleich einzelne Stöſse stärker sind, als die sie bildenden Töne.

Paris, December 1875.

II. *Die Reibungsconstanten einiger Salzlösungen und ihre Beziehungen zum galvanischen Leitungsvermögen; von O. Grotrian.*

(Schluſs von Seite 146.)

In der folgenden Tabelle sind die gemachten Beobachtungen enthalten. Ueber jeder Reihe zusammengehöriger Zahlen ist der Name des gelösten Salzes, ferner die Schwingungsdauer sowie das logarithmische Decrement ε_0 für Luft (letzteres in Brigg'schen Logarithmen) angegeben. Die erste Columne enthält unter p den Prozentgehalt, d. h. die Gewichtsmenge wasserfreien Salzes in 100 Gewichtstheilen der Lösung. Unter ϱ ist das specifische Gewicht bezogen auf Wasser von 4°, unter τ die Temperatur, bei welcher es bestimmt wurde, angegeben. In der 4. Columne unter t befinden sich die Temperaturen, bei denen das logarithmische Decrement für die Flüssigkeit bestimmt wurde. Sämmtliche Temperaturangaben beziehen sich auf die 100-theilige Skala. Die 6. Columne giebt unter ε die Decremente selbst in Brigg'schen Logarithmen; die in Klammer neben ε gesetzte Zahl bezeichnet die Zahl der Amplituden, aus denen ε berechnet wurde. Unter $\varepsilon - \varepsilon_0$ ist die Differenz der Decremente für Flüssigkeit und Luft enthalten. Der Umstand, daſs diese in einigen Fällen um eine Einheit der vierten Decimale falsch zu seyn scheint, hat seinen Grund

darin, daſs die Rechnungen mit 5 Ziffern ausgeführt sind. Die 7. Columne giebt die Werthe ϱ_t des specifischen Gewichtes für die Temperatur der Flüssigkeit, bei der ε bestimmt wurde, also für die Temperatur in der 4. Verticalreihe. Die Columnen 8 bis 11 enthalten dieselben Gröſsen wie 4 bis 7 für andere Temperaturen.

Tabelle I.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
p	ϱ	τ	t	ε	$\varepsilon - \varepsilon_0$	ϱ_t	t	ε	$\varepsilon - \varepsilon_0$	ϱ_t
Chlornatrium			$T_0 = 6,139$ $\varepsilon_0 = 0,0009$				$T_0 = 6,158$ $\varepsilon_0 = 0,0009$			
0,00			7°,54	0,0405 (14)	0,0396		16°,07	0,0357 (26)	0,0347	
4,97	1,0345	17°,3	8°,32	417 (28)	408	1,0365	14°,74	382 (28)	373	1,0351
15,00	1,1091	16°,9	7°,94	486 (12)	478	1,1125	14°,41	443 (18)	433	1,1101
23,86	1,1792	17°,5	7°,87	590 (14)	582	1,1837	14°,55	535 (28)	526	1,1807
			$T_0 = 6,175$ $\varepsilon_0 = 0,0012$							
0,00			21°,50	0,0335 (20)	0,0322					
4,97			22°,03	348 (20)	336	1,0332				
15,00			21°,99	405 (16)	393	1,1071				
23,86			21°,30	491 (14)	479	1,1772				
Chlorkalium.			$T_0 = 6,144$ $\varepsilon_0 = 0,0009$				$T_0 = 6,168$ $\varepsilon_0 = 0,0009$			
0,00			8°,42	0,0402 (46)	0,0393		15°,53	0,0361 (32)	0,0352	
9,93	1,0636	17°,1	6°,10	410 (44)	401	1,0648	15°,62	362 (46)	354	1,0639
20,95	1,1409	17°,1	6°,10	419 (44)	410	1,1422	16°,00	375 (32)	366	1,1411

Chlorcalcium.			$T_0 = 6,144$	$\varepsilon_0 = 0,0008$			$T_0 = 6,164$	$\varepsilon_0 = 0,0010$		
0,00			8°,32	0,0400 (40)	0,0392		17°,44	0,0351 (21)	0,0341	
5,00	1,0411	17°,3	7°,92	437 (28)	429	1,0422	15°,91	389 (40)	379	1,0413
19,93	1,1790	17°,5	7°,93	610 (21)	602	1,1803	15°,92	549 (44)	539	1,1793
29,81	1,2824	17°,2	8°,04	884 (38)	876	1,2838	16°,67	775 (32)	765	1,2825
35,2	1,3443	18°,0	8°,13	0,1205 (38)	0,1197	1,3459	16°,35	0,1054 (28)	0,1044	1,3445

			$T_0 = 6,146$	$\varepsilon_0 = 0,0009$			$T_0 = 6,172$	$\varepsilon_0 = 0,0010$		
0,00			8°,96	0,0397 (46)	0,0388		15°,09	0,0364 (44)	0,0354	
9,98	1,0853	17°,1	7°,29	498 (40)	490	1,0865	15°,66	435 (44)	424	1,0355
25,38	1,2350	17°,0	7°,78	733 (40)	724	1,2363	14°,34	665 (40)	654	1,2355

Chlormagnesium.			$T_0 = 6,160$	$\varepsilon_0 = 0,0008$			$T_0 = 6,169$	$\varepsilon = 0,0009$		
0,00			15°,16	0,0360 (42)	0,0352		18°,32	0,0345 (40)	0,0336	
4,51	1,0377	16°,5	14°,39	411 (42)	403	1,0380	18°,37	387 (42)	378	1,0374
19,83	1,1751	16°,7	14°,50	692 (32)	683	1,1755	18°,69	647 (22)	637	1,1747
33,6	1,3174	17°,8	14°,38	0,1672 (34)	0,1663	1,3181	18°,30	0,1553 (28)	0,1544	1,3172

Chlorbaryum.			$T_0 = 6,128$	$\varepsilon_0 = 0,0010$			$T_0 = 6,168$	$\varepsilon_0 = 0,0009$		
0,00			2°,23	0,0443 (50)	0,0433		14°,64	0,0368 (48)	0,0359	
5,25	1,0473	15°,8	2°,34	460 (28)	450	1,0483	15°,80	376 (30)	367	1,0473
15,08	1,1488	16°,5	2°,47	505 (44)	495	1,1500	15°,66	426 (44)	416	1,1489
23,56	1,2511	15°,7	2°,61	564 (40)	554	1,2523	14°,93	481 (42)	471	1,2512

Schwefels. Magnesia. $T_0 = 6,182$ $\varepsilon_0 = 0,0009$ $T_0 = 6,192$ $\varepsilon_0 = 0,0009$

1 p	2 ϱ	3 τ	4 t	5 ε	6 $\varepsilon - \varepsilon_0$	7 ϱ_t	8 t	9 ε	10 $\varepsilon - \varepsilon_0$	11 ϱ_t
0,00			21°,89	0,0329 (38)	0,0320		24°,56	0,0318 (52)	0,0308	
4,70	1,0465 1,0449	20°,69 26°,43	21°,87	387 (54)	378	1,0462	24°,99	372 (50)	363	1,0453
9,96	1,1031 1,1014	20°,74 25°,47	21°,77	479 (54)	470	1,1027	25°,86	454 (48)	444	1,1013
14,80	1,1581 1,1563	20°,45 25°,48	21°,68	601 (46)	592	1,1577	25°,97	565 (44)	556	1,1561

Schwefels. Zinkoxyd. $T_0 = 6,149$ $\varepsilon_0 = 0,0008$ $T_0 = 6,166$ $\varepsilon_0 = 0,0010$

1 p	2 ϱ	3 τ	4 t	5 ε	6 $\varepsilon - \varepsilon_0$	7 ϱ_t	8 t	9 ε	10 $\varepsilon - \varepsilon_0$	11 ϱ_t
0,00			9°,79	0,0391 (46)	0,0383		15°,56	0,0359 (38)	0,0349	
1,44	1,0140 1,0132	14°,70 19°,28	9°,46	407 (44)	399	1,0149	13°,77	382 (46)	372	1,0142
3,67	1,0378 1,0370	14°,70 19°,13	9°,50	431 (48)	423	1,0387	14°,31	405 (32)	395	1,0377
7,41	1,0794 1,0784	14°,53 19°,13	9°,55	481 (46)	473	1,0805	14°,42	450 (42)	440	1,0794

			$T_0 = 6{,}151$	$\varepsilon_0 = 0{,}0008$			$T_0 = 6{,}168$	$\varepsilon_0 = 0{,}0012$		
0,00			9°,60	0,0391 (44)	0,0382		15°,31	0,0360 (40)	0,0348	
11,08	1,1215 1,1205	14°,92 19°,13	9°,12	547 (40)	539	1,1229	13°,56	510 (44)	498	1,1218
14,85	1,1677 1,1664	14°,63 19°,28	9°,22	628 (48)	619	1,1692	13°,90	584 (40)	572	1,1679
22,61	1,2716 1,2701	15°,07 19°,59	9°,31	887 (42)	879	1,2735	14°,39	814 (38)	802	1,2718

			$T_0 = 6{,}167$	$\varepsilon_0 = 0{,}0009$			$T_0 = 6{,}180$	$\varepsilon_0 = 0{,}0010$		
0,00			15°,04	0,0362 (38)	0,0352		21°,58	0,0330 (38)	0,0320	
19.61	1,2298 1,2285	15°,12 19°,52	15°,23	691 (34)	682	1,2298	21°,77	626 (36)	616	1,2278
29,75	1,3795 1,3779	15°,21 19°,38	15°,34	0,1189 (34)	0,1180	1,3795	21°,43	0,1053 (32)	0,1043	1,3771

Die verschiedenen Temperaturen der Flüssigkeiten sind durch die Zimmerwärme hervorgebracht, welche durch Heizen des Ofens gelegentlich erhöht wurde. Eine Erwärmung der Flüssigkeit in einem Bade war nicht wohl anwendbar, da die Abkühlung der Oberfläche störende Strömungen hätte hervorrufen müssen.

Jede Beobachtungsreihe enthält in der ersten Horizontalreihe, dem Procentgehalt 0,00 entsprechend, Bestimmungen für destillirtes Wasser. Dasselbe wurde vor jeder Beobachtung bis zum Sieden erhitzt, so daſs alle absorbirte Luft ausgetrieben wurde, und dann abgekühlt. Die Wasserbeobachtungen stellte ich gleichzeitig an, weil ich von vorn herein nicht wuſste, ob das Trägheitsmoment des Apparates, der ja aus drei an einander gehängten Stücken besteht, an dem einzelne Theile, wie der Spiegel und die Gegengewichte g g, zufällige Verschiebungen erleiden können, während der ganzen Dauer der Versuche genügend constant bleiben würde. Wäre dieses nicht der Fall gewesen, so wollte ich, von absoluten Einheiten für die Reibungsconstante ganz absehend, deren Werth einfach auf den des ausgekochten destillirten Wasser beziehen, also dessen Reibungsconstante bei einer bestimmten Temperatur gleich 1 setzen. Die für Wasser gefundenen Werthe der Reibungsconstante zeigen indessen eine so regelmäſsige Abnahme mit der Temperatur, daſs ich, von der anfangs beabsichtigten Reduction der Werthe auf den von Wasser Abstand nehmend, die Reibungsconstante in absoluten Einheiten zu berechnen versucht habe. Aus der folgenden Tabelle ist jene regelmäſsige Abnahme zu ersehen. Die erste Columne enthält die Temperatur, die zweite unter η die Reibungsconstante von Wasser, berechnet auf die im Folgenden angegebene Weise.

t	η	t	η	t	η
2°,23	0,02340	15°,04	0,01508	17°,44	0,01411
7°,54	1935	15°,09	1516	18°,32	1366
8°,32	1888	15°,16	1503	21°,50	1250
8°,42	1900	15°,31	1473	21°,58	1236
8°,96	1848	15°,47	1484	21°,89	1233
9°,60	1793	15°,53	1505	22°,23	1218
9°,79	1794	15°,56	1477	22°,45	1209
14°,64	1565	16°,07	1467	24°,37	1153
				24°,56	1138

Die Beobachtungen in Tabelle I sind zur Berechnung der Reibungsconstanten nach der Formel für η Seite 141 benutzt. Dieselben sind in der dritten und siebenten Columne von Tabelle II unter η_1 enthalten. Die erste Columne giebt unter p den Procentgehalt, die zweite und fünfte unter t die Temperatur der Flüssigkeit an.

Tabelle II.

Chlornatrium.

1 p	2 t	3 η_1	4 η	5 t	6 η_1	7 η
4,97	8°,32	0,02076	0,01989	14°,74	0,01720	0,01641
15,00	7°,94	2674	2569	14°,41	2183	2092
23,86	7°,87	3785	3643	14°,55	3069	2951
4,97	22°,03	1384	1316			
15,00	21°,99	1782	1702			
23,86	21°,30	2417	2320			

Chlorkalium.

1 p	2 t	3 η_1	4 η	5 t	6 η_1	7 η
9,93	6°,10	0,01940	0,01856	15°,62	0,01498	0,01426
20,95	6°,10	1901	1818	16°,00	1498	1426

Chlorcalcium.

1 p	2 t	3 η_1	4 η	5 t	6 η_1	7 η
5,00	7°,92	0,02280	0,02187	15°,91	0,01766	0,01686
9,98	7°,29	2878	2766	15°,66	2131	2042
19,93	7°,93	4096	3943	15°,92	3239	3115
25,38	7°,78	5733	5525	14°,34	4618	4448
29,81	8°,04	8287	7993	16°,67	6199	5976
35,2	8°,13	0,1557	0,1503	16°,35	0,1153	0,1113

Chlormagnesium.

1 p	2 t	3 η_1	4 η	5 t	6 η_1	7 η
4,51	14°,39	0,02008	0,01922	18°,37	0,01762	0,01682
19,88	14°,50	5328	5134	18°,69	4600	4430
33,6	14°,38	3324	0,3211	18°,30	0,2803	0,2707

Chlorbaryum.

1	2	3	4	5	6	7
p	t	η_1	η	t	η_1	η
5,25	2°,34	0,02575	0,02474	15°,80	0,01641	0,01565
15,08	2°,47	2786	2677	15°,66	1986	1900
23,56	2°,61	3244	3120	14°,93	2301	2207

Schwefelsaure Magnesia.

1	2	3	4	5	6	7
4,70	21°,87	0,01740	0,01661	24°,99	0,01599	0,01524
9,96	21°,77	2587	2485	25°,86	2304	2210
14,80	21°,68	3992	3843	25°,97	3495	3393

Schwefelsaures Zinkoxyd.

1	2	3	4	5	6	7
1,44	9°,46	0,02019	0,01932	13°,77	0,01742	0,01663
3,67	9°,50	2227	2135	14°,31	1924	1840
7,41	9°,55	2697	2591	14°,42	2310	2216
11,08	9°,12	3395	3266	13°,56	2875	2763
14,85	9°,22	4363	4201	13°,90	3687	3548
19,61	15°,23	5067	4882	21°,77	4087	3935
22,61	9°,31	8413	8115	14°,39	6909	6662
29,75	15°,34	0,1467	0,1416	21°,43	0,1120	0,1081

Die O. E. Meyer'sche Theorie der Reibungsversuche mit der schwingenden Scheibe ist streng gültig nur für eine unendlich groſse Scheibe. Es wird dabei nämlich die Reibung vernachlässigt, welche die mit der Scheibe schwingenden Flüssigkeitsschichten erleiden an den Wänden eines verticalen Hohlcylinders der Flüssigkeit, dessen Innenfläche den Rand der Scheibe an ihrem ganzen Umfange berührt. Da diese vernachlässigte Reibung einen um so kleineren Bruchtheil der gesammten Reibung in der Flüssigkeit bildet, je gröſser die Scheibe ist, so gilt für kleine Scheiben die Theorie nicht genau. Dem wahren Werth der Reibungsconstante wird man sich indessen um so mehr nähern, je gröſser der Scheibenradius ist.

O. E. Meyer wandte bei seinen Versuchen Scheiben von 50‴ bis 95‴ (Par.), d. h. von 113 bis 214 Mm. Durchmesser an. Eine Scheibe von dem geringen Durchmesser

von 60 Mm. war ich anzuwenden genöthigt, weil die vorhandenen Mengen der Flüssigkeiten, deren galvanisches Leitungsvermögen früher untersucht war, für eine gröfsere Scheibe nicht hinreichend waren, und doch die Identität der Flüssigkeit, deren galvanisches Leitungsvermögen und Reibungsconstante ermittelt wurde, wünschenswerth erscheint.

Daher habe ich versucht, empirisch eine Correction an den $\eta_{,}$ anzubringen. Dieses geschah durch Anwendung der gröfseren Scheibe, mit welcher ich an destillirtem Wasser und drei verschieden concentrirten Lösungen von schwefelsaurer Magnesia, die in gröfseren Mengen hergestellt waren, die Reibungsconstante bestimmte. Das dabei benutzte Gefäss besitzt einen Durchmesser von 18 Ctm. Dasselbe wurde bis zu einer Höhe von 5 Ctm. mit Flüssigkeit gefüllt. Die folgende Tabelle zeigt das Resultat dieser Beobachtungen.

p	t	η	t	η
0,00	22°,45	0,01209	24°,37	0,01153
4,70	21°,80	1666	23°,36	1595
9,96	21°,72	2475	23°,74	2362
14,80	21°,56	3873	24°,59	3525

Die Reibungsconstanten, die hier durch η bezeichnet sind, kommen jedenfalls dem wahren Werthe näher als die früheren $\eta_{,}$. Dieselben drei Lösungen von schwefelsaurer Magnesia sind auch, wie aus S. 244 zu ersehen ist, mit der kleineren Scheibe untersucht, wobei sich gröfsere Werthe der Reibungsconstanten ergaben, ein Resultat, welches die Theorie erwarten läfst. Aus den mit der grofsen und kleinen Scheibe ermittelten Zahlen sind deren Werthe η und η_1 für die Temperatur 23° linear interpolirt und in der folgenden Tabelle neben einander gestellt.

p	η_1	η	$\eta_1 - \eta$
0,00	0,01257	0,01193	0,00064
4,70	1689	1611	078
9,96	2502	2403	099
14,80	3839	3708	131

Auf diese Weise erhält man für 4 verschieden grofse η_1 die zugehörige Correction $\eta_1 - \eta$ (s. letzte Columne), welche von η_1 subtrahirt auf eine kleinere, dem wahren Werthe näher kommende Reibungsconstante führen. Zu einem beliebigen mit der kleineren Scheibe ermittelten η_1 kann man demnach aus der vorigen Tabelle die Correction $\eta_1 - \eta$ interpoliren. Dieses ist in der That geschehen und die so erhaltenen Werthe sind in der 4. und 7. Columne der Tab. II (S. 243), unter η angegeben [1]. Allerdings ist bei einigen Concentrationen der Lösungen von $Ca\,Cl_2$, $Mg\,Cl_2$, $Mg\,SO_4$, $Zn\,SO_4$ die Correction an ein η_1 angebracht, dessen Werth weit gröfser ist als das gröfste für schwefelsaure Magnesia beobachtete η_1. Empirisch war hier indessen die Correction nicht zu ermitteln, da ein gröfseres Decrement als das der zähesten $Mg\,SO_4$-Lösung sich wegen zu rascher Abnahme der Schwingungen bei Anwendung der grofsen Scheibe nicht bestimmen liefs.

Beziehungen zum galvanischen Leitungsvermögen.

Aus den Zahlen der Tab. II, S. 243 sind die Reibungsconstanten für die Temperatur 18° durch lineare Interpolation berechnet, ferner die Zunahmen des reciproken Werthes der Reibungsconstanten $\frac{1}{\eta}$ für 1° Temperaturerhöhung. Im Gegensatz zur „Zähflüssigkeit“ oder „Viscosität“ η könnte man $\frac{1}{\eta}$ als die „Dünnflüssigkeit“ oder „Fluidität“ bezeichnen [2]. Jene Zunahmen für 1° sind durch die

1) Eine nochmalige Durchsicht der übrigens stets zwei Mal ausgeführten Rechnungen liefs mich leider einen Fehler entdecken. Statt des Werthes 0,03708 (siehe die letzte Tabelle, Columne η, vierte Horizontalreihe) ist für die Berechnung der zugehörigen Correction die Zahl 0,03695 benutzt. Eine Umrechnung habe ich wegen der Umständlichkeit der übrigen Rechnungen unterlassen. Die so entstandene Ungenauigkeit entspricht 0°,1 Temperaturfehler, dürfte indessen für das Gesammtresultat der Arbeit von keinem Belang seyn.

2) Letztere Benennung wird bereits von Kämtz angewandt. Siehe diese Annal. Bd. 70, S. 74—75.

Fluidität bei 18° dividirt. Statt für die Reibungsconstante selbst habe ich für deren reciproken Werth die Temperaturzunahme ermittelt, weil dieser wegen seines Wachsens mit der Temperatur dem galvanischen Leitungsvermögen eher zu entsprechen scheint. Bezeichnet η_1 η_2 η_{18} die Reibungsconstante einer Flüssigkeit bei der Temperatur $t^0{}_1$ $t^0{}_2$ 18°, so ist der oben genannte Temperaturcoëfficient gleich

$$\frac{\eta_1 - \eta_2}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\eta_{18}}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\eta}\right)}{\Delta t} \eta \right)_{18}.$$

Die Werthe desselben sind in der folgenden Tab. III in Columne 6 enthalten, die 2. giebt die Reibungsconstanten multiplicirt mit 10^5 bei 18° an, während die Zahlen in der ersten den Procentgehalt der Flüssigkeit bezeichnen. Die Temperatur 18° ist gewählt, weil sich auf diese die Angaben für das galvanische Leitungsvermögen und dessen Zunahme mit der Temperatur beziehen, wie sie von Kohlrausch und mir ermittelt sind. Bei Zinkvitriol, dessen Leitungsfähigkeit in seiner Abhängigkeit von Concentration und Temperatur von Beetz[1]) zum Gegenstand einer eingehenden Experimentaluntersuchung gemacht ist, habe ich statt 18° die Temperatur 15° gewählt, weil diese sich besser den äufsersten Temperaturen meiner Beobachtungen anpafst.

In der dritten Columne sind die galvanischen Leitungsvermögen multiplicirt mit 10^8 resp. 10^9 für 18° angegeben nach den Bestimmungen von Kohlrausch und mir[2]), ferner in Columne 7 unter $\left(\frac{dk}{dt}\,\frac{1}{k}\right)_{18}$ die Zunahme der Leitungsfähigkeit für 1° bei 18° in Theilen der Leitungsfähigkeit bei 18°.

Für Zinkvitriol sind mittelst der Interpolationsformel von Beetz

$$l_{20} = a + bp - cp^2 + dp^3$$

(siehe Seite 19 l. c.) zunächst die Leitungsfähigkeiten l_{20} bei 20° für meine Procentgehalte berechnet (für 19,61 Proc.

1) Diese Annalen Bd. 117, S. 1.
2) Diese Annalen Bd. 154, S. 216.

war dieses zufällig nicht nöthig, da dieselbe Concentration auch von Beetz untersucht ist). Aus den Seite 22 l. c. unter „gefunden" enthaltenen Zunahmen der Leitungsfähigkeit für 1° habe ich dann die meinen Concentrationen entsprechenden Zahlen linear interpolirt und aus diesen und den l_{20} die Leitungsvermögen bei 15° berechnet; auf diese Weise sind die Daten für die zweite und siebente Columne für Zinkvitriol gewonnen.

Das Leitungsvermögen von schwefelsaurer Magnesia ist kürzlich von Hrn. Kohlrausch bestimmt. Derselbe war so gütig mir die Zahlen dafür mitzutheilen und deren vorläufige Veröffentlichung zu gestatten; ich fühle mich genanntem Herrn dadurch zu grofsem Danke verpflichtet. Die von demselben untersuchten Concentrationen stimmen sehr nahe mit den meinigen überein. Die mitgetheilten Zahlen für das Leitungsvermögen sind mittelst einer graphischen Methode auf meine Procentzahlen reducirt.

Tabelle III.

Na Cl

1	2	3	4	5	6	7
p	$10^5 . \eta_{18}$	$10^8 . k_{18}$	$10^8 . k_{18}$ berechnet	Diff.	$\left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\eta}\right)}{\Delta t}\eta\right)_{18}$	$\left(\frac{dk}{dt}\frac{1}{k}\right)_{18}$
4,97	1496	625	621	+ 4	0,0309 !	0,0213
15,00	1907	1535	1562	− 27	276 !	207
23,86	2629	1974	1952	+ 22	359 !	219

Ka Cl

1	2	3	4	5	6	7
9,93	1318	1262	1262	± 0	0,0225	0,0186
20,95	1347	2623	2623	± 0	206	165

$CaCl_2$

1 p	2 $10^5 . \eta_{18}$	3 $10^8 . k_{18}$	4 $10^8 . k_{18}$ berechnet	5 Diff.	6 $\left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\eta}\right)}{\Delta t}\eta\right)_{18}$	7 $\left(\frac{dk}{dt}\frac{1}{k}\right)_{18}$
5,00	1555	601	601	± 0	0,0264	0,0209
9,98	1840	1065	1052	+ 13	282 ?	201
19,93	2899	1614	1601	+ 13	245 !	196
25,38	3847	1663	1621	+ 42	257	200
29,81	5665	1558	1516	+ 42	277	209
35,2	10350	1262	1130	+ 132	293	229

$MgCl_2$

4,51	1704	585	637	— 52	0,0318	0,0217
19,83	4549	1312	1358	— 46	336	230
33,6	27460	742	722	+ 22	406 !	300

$BaCl_2$

5,25	1416	381	386	— 5	0,0247	0,0209
15,08	1762	988	973	+ 15	204	196
23,56	1979	1415	1409	+ 6	213 ?	190

$MgSO_4$

4,70	1831	2352	2339	+ 13		
9,96	2738	3852	3897	— 45		
14,80	4229	4493	4466	+ 27		

$ZnSO_4$

p	$10^5 . \eta_{15}$	$10^9 . k_{15}$	$10^9 . k_{15}$ berechnet	Diff.	$\left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\eta}\right)}{\Delta}\eta\right)_{15}$	$\left(\frac{dk}{dt}\frac{1}{8}\right)_{15}$
1,44	1586					
3,67	1798					
7,41	2171	2100	2139	— 39	0,0291	0,0264
11,08	2600	2878	2947	— 69	326 ?	260
14,85	3395	3491	3498	— 7	333	263
19,61	4915	3965	3903	+ 62	370	271
22,61	6488	4052	3965	+ 87	343 ?	291
29,75	14350	3655	3635	+ 20	516 !	360

Vergleicht man die Zahlen der sechsten und siebenten Columne mit einander, so zeigt sich zunächst, *dafs die Zunahmecoëfficienten für die Fluidität durchgängig gröfser sind als die entsprechenden für das Leitungsvermögen.* Eine weitere bemerkenswerthe Erscheinung bieten beide Zahlenreihen dar, wenn man die Aenderungen betrachtet, welche $\left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\eta}\right)}{\Delta t}\,\eta\right)_{18}$ und $\left(\frac{dk}{dt}\,\frac{1}{k}\right)_{18}$ erleiden, wenn sich die Concentration der Flüssigkeit ändert. Es zeigt sich nämlich im Allgemeinen, *dafs der Temperaturcoëfficient der Fluidität sich mit dem Procentgehalt in nahezu gleicher Weise ändert wie der für das Leitungsvermögen.* Die Zahlen, welche eine Ausnahme von dieser Regel bilden, sind in Tabelle III mit einem Fragezeichen versehen. Diejenigen, bei denen eine besonders auffällige Uebereinstimmung eintritt, sey es dafs bei ihnen ein Minimum oder ein besonders schnelles Wachsthum stattfindet, sind mit einem Ausrufungszeichen versehen.

Bei schwefelsaurer Magnesia habe ich unterlassen, die Zahlen der sechsten und siebenten Columne anzugeben; denn die Temperaturcoëfficienten, wie sie sich durch die Beobachtung mit der grofsen und kleinen Scheibe ergaben, differiren erheblich, jedenfalls eine Folge der geringen und überdies ziemlich verschiedenen Differenz der höchsten und tiefsten Beobachtungstemperaturen.

Der Zusammenhang zwischen Leitungsvermögen und Reibungsconstante bei 18° resp. 15° läfst sich darstellen durch die Formel

$$k_{18} = c \cdot \frac{p}{\eta^n}$$

wenn p den Procentgehalt bedeutet, c und n Constanten für die Lösungen desselben Salzes bezeichnen. Die für jedes Salz berechneten Werthe dieser Constanten sind folgende:

	$10^{11}.c$	n
Na Cl	5317	0,7513
Ka Cl	6499	0,6868
Ca Cl_2	8090	0,6483
Mg Cl_2	9345	0,6444
Ba Cl_2	5863	0,5939
Mg S O_4	4553	0,5979
Zn S O_4	5047	0,4554.

Mittelst dieser Zahlen sind die in der vierten Columne unter „berechnet" angegebenen Werthe berechnet. Die fünfte Columne enthält die Differenzen zwischen den Zahlen der dritten und vierten Columne. Daſs diese bei Ka Cl, welches nur in zwei Concentrationen untersucht wurde, gleich Null sind, ist selbstverständlich.

Die Aenderung der Reibungsconstante mit der Concentration ist in Fig. 2, Taf. III graphisch dargestellt; als Abscissen sind die Procentgehalte, als Ordinaten die Reibungsconstanten bei 18°, resp. 15° bei Zinkvitriol, aufgetragen. Die Curve für letzteres Salz ist in der Richtung der Ordinatenaxe verschoben gezeichnet, da sie sonst fast genau mit der Curve für Mg Cl_2 zusammengefallen wäre. Die Gröſse der zugehörigen Ordinaten ist aus den in Klammern beigesetzten Zahlen zu ersehen. Im Allgemeinen wachsen bei zunehmender Concentration die Reibungsconstanten erst langsam, dann bedeutend schneller, wie dieses ebenfalls die Curven von O. E. Meyer zeigen[1]).

Eine bemerkenswerthe Ausnahme bildet *Chlorkalium. Bei diesem Salze ist die Reibungsconstante nahezu constant; bei wachsender Concentration findet zuerst eine geringe Abnahme, dann eine Zunahme statt*[2]). Die Curve, welche das galvanische Leitungsvermögen als Function des Procentgehaltes darstellt, zeigt ebenfalls eine Abnor-

1) Diese Annalen Bd. 113, Taf. IV, Fig. 2.

2) Hübner (d. Annal. Bd. 150, S. 258) findet ebenfalls, daſs eine Ka Cl-Lösung bei wachsender Concentration mit vermehrter Geschwindigkeit durch ein Capillarrohr flieſst.

mität; *bei Chlorkalium erfolgt die Zunahme des Leitungsvermögens sehr nahe proportional dem Procentgehalte, ja dasselbe wächst sogar etwas beschleunigt mit dem Procentgehalte* [1]); die zugehörige Curve kehrt also nicht wie die übrigen ihre concave, sondern ihre convexe Seite der Coordinatenaxe zu, auf der die Procentgehalte aufgetragen sind.

Eine analoge Erscheinung zeigt das von Wiedemann gleichzeitig hinsichtlich der inneren Reibung und des galvanischen Leitungsvermögens untersuchte salpetersaure Ammoniak [2]). Die Reibungsconstante desselben nimmt mit wachsendem Procentgehalt etwas ab, während das Leitungsvermögen nur um ein weniges langsamer wächst, als genaue Proportionalität dieses verlangen würde.

Nach O. E. Meyer zeigt salpetersaures Kali ebenfalls eine geringe Abnahme der Reibungsconstante bei Vermehrung des Salzgehaltes [3]). Nach dem zuletzt Gesagten dürfte für dieses Salz eine dem Procentgehalt nahe proportionale Zunahme des galvanischen Leitungsvermögens zu erwarten seyn.

Der im Allgemeinen gleiche Verlauf der Temperaturcoëfficienten für die Fluidität und das galvanische Leitungsvermögen bei Aenderung der Concentration läſst darauf schlieſsen, daſs die Ueberwindung der inneren Reibung einen wesentlichen Theil der Arbeit ausmacht, die vom Strome beim Durchgange durch ein Elektrolyt geleistet wird.

Der Umstand, daſs die Versuche auf Temperaturcoëfficienten geführt haben, die für die Fluidität gröſser sind als für das Leitungsvermögen, läſst verschiedene Deutungen zu. Da die Versuche nicht streng der darauf angewandten Theorie genügen, so ist es möglich, daſs die

1) Diese Annal. Bd. 154, S. 232.
2) Diese Annal. Bd. 99, S. 224—225.
3) Diese Annal. Bd. 113. S. 404 und Fig. 2, Taf. IV.

gefundenen Zahlen mit einem Fehler behaftet sind, welcher eine schnellere Abnahme der Werthe mit wachsender Temperatur hervorruft, als dieses in Wahrheit der Fall ist. Es dürfte dafür der Umstand sprechen, daſs die Versuche von O. E. Meyer als Temperaturcoëfficienten $\left(\frac{\Delta \frac{1}{\eta}}{\Delta t} \eta\right)_{18}$ für destillirtes Wasser den Werth 0,0236 ergeben[1]), während meine Zahlen dafür den gröſseren Werth 0,0303 liefern. Bemerkenswerth erscheint dabei, daſs die Zahl $0{,}0236 = \frac{1}{42}$ fast genau mit dem Werth $\frac{1}{45}$ übereinstimmt, dem etwa die Temperaturcoëfficienten für die Leitungsfähigkeit der kürzlich untersuchten Chloride sich annähern, wenn man bis zum Procentgehalt Null zurück interpolirt[2]).

Uebrigens ist ohne Weiteres ein genaues Uebereinstimmen der Temperaturcoëfficienten für Fluidität und Leitungsvermögen nicht zu erwarten; denn bei ersterer handelt es sich um die Reibung, welche die unzerlegten Flüssigkeitsmolecüle bei einer gegenseitigen Verschiebung erleiden, bei letzterer dagegen kommt die Reibung in Frage, welche die in entgegengesetzter Richtung an einander vorbei bewegten Jonen, also die Theile der Salzmolecüle, zu überwinden haben. Daſs beide Arten der Reibung sich nicht in gleicher Weise mit der Temperatur zu ändern brauchen, ist unschwer einzusehen[3]).

Aendert sich die Concentration einer Salzlösung, so ändern sich damit verschiedene Eigenschaften derselben. Faſst man von diesen zunächst nur die Aenderung der Anzahl den Strom leitender Salztheilchen ins Auge, so wird in Folge derselben *allein*, der wahrscheinlichsten Annahme gemäſs, das Leitungsvermögen sich dem Procentgehalt proportional ändern. Es wächst aber auſserdem in den meisten Fällen mit der Concentration die Zä-

1) Diese Annal. Bd. 113, S. 399.
2) Diese Annal. Bd. 154, S. 229—230.
3) Siehe auch Wiedemann, Galvanismus, Bd. I, S. 633, § 437.

higkeit der Flüssigkeit; wie man annimmt, hat deren gleichzeitiger Einfluſs ein verzögertes Wachsen des Leitungsvermögens mit dem Procentgehalt zur Folge. Es kann sogar das Leitungsvermögen ein Maximum erreichen, wenn der Einfluſs der Zähigkeit auf das Leitungsvermögen bei niederem Procentgehalt geringer, bei hohem gröſser ist als der Einfluſs, den die bloſse Vermehrung der leitenden Theilchen ausübt.

Auſserdem sind aber bei Aenderung der Concentration Aenderungen in der chemischen Constitution der elektrolytischen Molecüle denkbar. Wie die Massentheilchen beschaffen sind, die in einer zersetzbaren Flüssigkeit die Elektricitäten forttragen, ob dieses durch Theilchen des wasserfreien Salzes oder durch complicirtere Molecüle, also von Salz mit daran gebundenem Wasser geschieht, weiſs man nicht. Noch weniger ist bekannt, ob etwa bei verschieden concentrirten Lösungen desselben Salzes die Uebertragung der Elektricitäten durch chemisch verschiedenartige, d. h. durch ihren Wassergehalt verschiedene Molecüle erfolgt.

Bei Chlorkalium tritt nun der Fall ein, daſs das Leitungsvermögen fast genau dem Procentgehalt proportional ist (s. Seite 252). Es führt dieses zu dem Schlusse, daſs bei Chlorkalium die oben genannten hypothetischen Aenderungen in der chemischen Constitution der Molecüle nicht eintreten, *daſs also bei verschieden concentrirten Chlorkaliumlösungen von gleicher Temperatur das Leitungsvermögen nur durch den Salzgehalt nnd die Zähigkeit bei dingt ist.*

Die letzten Betrachtungen führen naturgemäſs noch einen Schritt weiter. Durch die gefundenen Zahlen ist man in den Stand gesetzt, für verschieden concentrirte Lösungen eines Salzes die Temperaturen zu berechnen, für welche die Reibungsconstante irgend einen bestimmten constanten Werth hat. Zu diesen Temperaturen kann man dann die Zahlen für die Leitungsfähigkeit berechnen und

untersuchen, nach welchem Gesetz sich dieselben mit der Concentration ändern.

Diese Rechnung ist durchgeführt, so weit die engen Temperaturgränzen eine einigermaafsen sichere Interpolation der Temperatur τ für einen constanten Werth der Reibungsconstante gleich const. η gestatten. Derselbe ist über jeder der folgenden Zahlenreihen, welche zu einem bestimmten Salz gehören, angegeben. Die erste Columne enthält den Procentgehalt, die zweite die Temperatur für das constante η, die dritte unter k_τ das Leitungsvermögen bei der Temperatur τ, die vierte unter $\frac{\Delta k_\tau}{\Delta p}$ den Zuwachs des Leitungsvermögens dividirt durch den entsprechenden Zuwachs des Procentgehaltes. Die Zahlen dieser Columne stehen zwischen den p und k_τ, aus denen sie berechnet sind. Die erste Zahl der vierten Columne ist der Quotient aus dem p und k_τ der ersten Horizontalreihe, indem das Leitungsvermögen von Wasser gleich Null angenommen ist. Für Chlormagnesium und schwefelsaure Magnesia wurde die Rechnung nicht ausgeführt, da bei beiden Salzen selbst für nur zwei Concentrationen eine einigermafsen sichere Interpolation der τ nicht möglich ist.

Na Cl. const. $\eta = 0{,}02110$

p	τ	k_τ	$\frac{\Delta k_\tau}{\Delta p}$
4,97	6°,06	472	94,95
15,00	14°,17	1415	94,02
23,86	23°,55	2218	90,64

Ka Cl. const. $\eta = 0{,}01650$

p	τ	k_τ	$\frac{\Delta k_\tau}{\Delta p}$
9,93	10°,66	1093	110,1
20,45	21°,41	2340	113,2

$Ca\,Cl_2$. const. $\eta = 0{,}02500$

p	τ	k_τ	$\frac{\Delta k_\tau}{\Delta p}$
5,00	2°,93	419	83,80
9,98	10°,23	900	96,58
19,93	21°,85	1737	84,12

$Ba\,Cl_2$. const. $\eta = 0{,}02292$

p	τ	k_τ	$\frac{\Delta k_\tau}{\Delta p}$
5,25	5°,04	282	53,71
15,08	9°,00	817	54,43
23,56	13°,78	1303	57,31

$Zn\,SO_4$. const. $\eta = 0{,}03520$

p	τ	k_τ	$\frac{\Delta k_\tau}{\Delta p}$
11,08	6°,88	2269	204,8
14,85	14°,10	3408	302,1
19,61	24°,64	5000	334,4

Ein Ueberblick über die Zahlen der vierten Columne zeigt, *dafs dieselben für* Na Cl, Ka Cl, $Ca\,Cl_2$ *und* $Ba\,Cl_2$ *sehr nahe constant sind. Verschieden concentrirte Lösungen derselben Substanz von verschiedener Temperatur, aber gleicher Reibungsconstante, besitzen demnach bei den genannten Salzen ein Leitungsvermögen, welches dem Procentgehalt proportional ist.* Hier sind also mit der Aenderung der Concentration keine chemische Aenderungen verbunden, welche das Leitungsvermögen merklich beeinflussen könnten. Da aufserdem die Temperatur der Lösungen eine verschiedene ist, so folgt, dafs deren Einflufs auf das Leitungsvermögen nur insofern vorhanden ist, als durch die Temperatur die Zähigkeit geändert wird. *Bei den genannten Lösungen sind also die Concentration und die Zähigkeit die Hauptfactoren, welche die Gröfse des Leitungsvermögens bestimmen.*

Bei Zinkvitriol zeigt sich jene Proportionalität nicht. Hier müssen also noch andere Einflüsse als das Leitungs-

vermögen bestimmende angenommen werden. Ob nicht auch dasselbe für Chlorcalcium geschehen mufs, von welchem nur die drei niedrigsten Concentrationen in Rechnung gezogen sind, läfst sich mittelst der vorliegenden Zahlen wegen der unsichern Interpolation der Temperatur τ nicht entscheiden. Es dürfte indessen von Interesse seyn, einige der genannten Salze, namentlich solche, die ein Maximum besitzen, genauer und in weiteren Gränzen hinsichtlich des Temperatureinflusses auf die Zähigkeit zu untersuchen, um auf dem zuletzt angegebenen Wege die Frage ihrer Lösung näher zu führen, von welchen Eigenschaften der Elektrolyte deren Leitungsvermögen abhängt.

In diesem Sinne beabsichtige ich die vorliegende Arbeit, die als eine orientirende Voruntersuchung anzusehen ist, zu erweitern und die Reibungsconstanten namentlich auch für die bis jetzt genauer hinsichtlich des Leitungsvermögens untersuchten Säuren zu ermitteln. Für derartige Versuche dürfte indessen der Coulomb'schen Methode gegenüber das Poiseuille'sche Ausflufsverfahren den Vorzug verdienen, da dieses die Temperatur der zu untersuchenden Flüssigkeiten sicherer zu beherrschen gestattet, als sich dieses durch die Zimmertemperatur erreichen läfst.

Darmstadt, August 1875.

III. *Bemerkungen zu einigen Abhandlungen aus dem Gebiete des Magnetismus; von G. Wiedemann*

In den letzten Jahren ist von verschiedenen Physikern eine Reihe von Abhandlungen über den Magnetismus veröffentlicht worden, deren Inhalt mit meinen früheren Un-

tersuchungen über denselben Gegenstand in mehr oder weniger nahem Zusammenhange steht. Abgesehen davon, daſs nicht alle Resultate, die als neu mitgetheilt wurden, wirklich noch unbekannt sind, scheinen mir auch die Ansichten über das Wesen des Magnetismus und die Einwände gegen meine Theorien, welche daraus abgeleitet wurden, nicht ganz zutreffend zu seyn. Ich erlaube mir deshalb einige kurze Bemerkungen über die betreffenden Punkte.

Schon im Jahre 1857 [1]) hatte ich durch ausgedehntere Beobachtungen nachgewiesen, daſs ein Stahl- oder Eisenstab, dem durch eine bestimmte magnetisirende Kraft ($+A$) ein gewisser permanenter Magnetismus ertheilt worden ist, bereits bei Einwirkung einer kleineren, entgegengesetzt wirkenden ($-B$) seinen permanenten Magnetismus verliert [2]), indeſs nachher sich doch ganz anders, wie ein vollkommen frischer, noch keinen magnetisirenden Kräften unterworfener Stab verhält, da er zwar durch eine in negativer Richtung wirkende Kraft, welche kleiner oder gleich $-B$ ist, keine Magnetisirung im Sinne der Wirkung der letzteren Kraft erhält, wohl aber durch die schwächsten, im positiven Sinne wirkenden Kräfte einen (positiven) Magnetismus im ursprünglichen Sinne annimmt. Auch stellen Erschütterungen den permanenten Magnetismus eines entmagnetisirenden Magnets theilweise wieder her. Herr Jamin [3]) hat diese Versuche in etwas abgeänderter Gestalt

1) Vgl. Galvanismus, 2. Aufl. Band II 1, § 312, 314 u. folgende. — Ich erlaube mir der Kürze halber, im Folgenden statt der Citate der Originalabhandlungen auf dieses Werk zu verweisen.

2) Frühere vereinzelte Beobachtungen hierüber von Abria, Ritschie, Jacobi, Marianini vgl. l. c.

3) Hrn. Jamin scheinen diese Resultate nur zum geringen Theile bekannt geworden zu seyn, obgleich sie zusammen in ein und derselben Abhandlung (Pogg. Annal. Bd. C, S. 235, 1857; auch französisch *Ann. de chim. et phys.* (3) *T. L. p.* 188; *Arch. des sc. phys. et nat. T. XXXV, p.* 39) veröffentlicht worden sind. Er sagt: (*Compt. rend. T. LXXV, p.* 1798, 1873) *Mr. Wiedemann remarque qu'on peut détruire le magnétisme direct par un courant inverse moindre que le courant primitif.*

wiederholt (*Compt. rend. T. LXXV*, *p*. 1796, 1872) und zugleich Experimente angestellt über die Magnetisirung von Magneten, die aus einzelnen magnetisirten Lamellen zusammengelegt sind. (*Compt. rend. T. LXXV, p*. 1672.) Er findet, wie schon vor vielen Jahren Coulomb (Galv. 2. Bd. II, § 381) und auch Lamont (ibid. § 382) bei Bestätigung seiner magnetischen Theorie, daſs das Moment des Magnets kleiner ist, als die Summe der Momente der Lamellen, und sich bei Uebereinanderlegung vieler Lamellen endlich einem Maximum nähert, während selbstverständlich die Summe der Tragkräfte der Lamellen unverändert bleibt, wenn man sie einzeln mit Ankern versieht und darauf zusammenlegt, da dann ihre Wirkung nach auſsen aufhört. Ferner beobachtet er, daſs die Lamellen nach dem Auseinandernehmen einen schwächeren Magnetismus, als vorher, haben und nun beim erneuten Magnetisiren im ersten Sinne den früheren, beim Magnetisiren im entgegengesetzten Sinne aber einen schwächeren Magnetismus annehmen, und sich diese Erscheinung bei oftmaliger Hin- und Hermagnetisirung wiederholt. (*Compt. rend. T. LXXV*, *p*. 1674. 1871.)

Gestützt auf diese Versuche, die ihn zu der sehr beachtenswerthen Herstellung sehr starker Magnete aus dünnen, an Eisenschuhen befestigten Stahllamellen führten,

— *On a cru jusqu' à présent que le barrean était alors ramené à l'état naturel en perdant son magnétisme primitif. Il n'en est rien, je vais prouver que ce magnétisme n'est pas détruit, mais seulement dissimulé par le magnétisme inverse, qu'on lui a superposé.* Es folgen sodann Versuche über das Verhalten eines entmagnetisirten Magnets gegen positiv und negativ gerichtete Ströme, die zu analogen Resultaten mit den meinigen führen. Auch Herr Gaugain (*Compt. rend. T. LXXVII, p*. 704) und Hr. Rowland (*Phil. Mag*. (4) *Vol. XLVIII, p*. 321) beziehen diese Resultate auf Hrn. Jamin. — Es ist überhaupt beklagenswerth, daſs gerade im Gebiete des Magnetismus die neuere Literatur so wenig beachtet und dadurch eine Menge kostbarer Zeit und Arbeitskraft Seitens einiger unserer tüchtigsten Physiker auf die Wiederholung längst bekannter Untersuchungen verwendet worden ist. Die folgenden Seiten werden leider noch manche Belege hierzu liefern müssen.

stellt Hr. Jamin eine neue Theorie der Magnetisirung auf, die zum Theil mit einer alten Anschauung von Marianini (Galv. 2, Bd. II, § 336) übereinstimmt. Danach soll die magnetisirende Wirkung, z. B. eines galvanischen Stromes, nicht direct durch Eisen und Stahl hindurchgehen (auch *Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 305, 1874), vielmehr soll sie von der Oberfläche mit abnehmender Stärke in die Tiefe eindringen, und zwar um so tiefer, je gröfser die magnetisirende Kraft ist. An der Oberfläche soll während ihrer Wirkung die oberste Schicht „übersättigt" seyn. Beim Verschwinden der magnetisirenden Kraft soll diese „Uebersättigung" aufhören und der permanente Magnetismus übrig bleiben. (*Compt. rend. T. LXXVII, p.* 1388, 1873.) So soll eine starke, also tief eindringende temporäre Magnetisirung A eine ebenso tief gehende schwächere permanente Magnetisirung $a < A$ zur Folge haben können, die dann einer weniger tief gehenden temporären Magnetisirung $B > A$ gleich seyn kann. Wirkt nach einem Strom J, der eine permanente Magnetisirung $+ a$ erzeugt hat, ein schwächerer Gegenstrom $- i$, so soll dessen Wirkung wiederum weniger tief in den Magnet eindringen und in der dünneren Schicht den permanenten Magnetismus $+ x$ zerstören, dafür den permanenten Magnetismus $- x$ und aufserdem einen vorübergehenden Antheil an Magnetismus $- y$ erzeugen, welcher letztere beim Oeffnen des Stromes verschwindet, so dafs die permanente Magnetisirung $a - 2x$ zurück bleibt. Wegen des Verhaltens der zusammengelegten und auseinander genommenen Lamellen bei Hin- und Hermagnetisirungen soll sich die Magnetisirung erst oberflächlich entwickeln, dann beim Zusammenlegen der Lamellen durch die Abstofsung der Magnetismen derselben in die Tiefe eindringen und dort andauern, sich zu einer Magnetisirung im gleichen Sinne addiren und einer Magnetisirung im entgegengesetzten Sinne entgegenwirken. (*Compt. rend. T. LXXV, p.* 1674, 1872.)

In einem Magnet sollen nun die Molecularmagnete —

welche nicht Molecularströmen ihre Eigenschaft verdanken würden, da dieselben eine elektromotorische Kraft voraussetzten, die durch sie ganz in Wärme umgewandelt würde, — lauter *gleiche* Fäden oder Ketten bilden, in denen sich die gegenüber stehenden Pole der einzelnen Molecularmagnete völlig „dissimuliren", und die defshalb in ihrer ganzen Länge inactiv sind, mit Ausnahme ihrer Enden, wo sich je ein einzelner freier Pol vorfindet. Die Fäden gehen alle durch den mittleren Querschnitt des Magnets, den sie nicht ganz erfüllen, da sie beim Eindringen der Magnetisirung an seiner Oberfläche verdichtet sind, wo die Magnetisirung stärker ist als in der Tiefe.

An den Enden stofsen sich die Fäden mit ihren freien Polen ab und divergiren gegen die verschiedenen Elemente der Oberfläche, woselbst auf jeder Flächeneinheit die Intensität des Magnetismus der Zahl der Pole, die Anziehung dem Quadrat derselben proportional ist. Die Gesammtzahl der Fäden (der totale freie Magnetismus) ist also proportional der Summe aller Intensitäten auf allen einzelnen Flächenelementen der einen Hälfte des Magnets.

Da alle Fäden durch den mittleren Schnitt hindurchgehen, so hängt der totale Magnetismus nur von der Ausdehnung jenes Schnittes, nicht aber von der Gröfse und Gestalt der sonstigen Oberfläche der Magnete ab. Letztere regelt dagegen die Verbreitung der Pole. Bei einer Erweiterung der Oberfläche nach den Enden des Magnets ist also die magnetische Intensität auf den einzelnen Stellen der Oberfläche klein, bei Verengung der Oberfläche (z. B. Zuspitzung des Magnets) ist sie grofs. Dabei kann indefs die Vertheilung der Intensitäten auf einer gegebenen Oberfläche auch geändert werden, z. B. durch Reiben mit einem Eisenstab (*Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 1241. 1874). Wenn sich indefs die Oberfläche noch mehr verkleinert, als bei einem „Normalmagnet", wo die Enden der Magnetfäden sich berühren, also nur den ihnen nöthigen Platz haben, und die Zahl der Elementarpole, die die Oberfläche aufnehmen kann, gleich der Zahl der Fäden im centralen

Querschnitte ist (*l'aimant est parfait*, *il est plein*, *Compt. rend. T. LXXX*, *pag.* 357, 1875) und das Maximum der Spannung erreicht ist, also z. B. wenn die Magnete zu kurz sind, so nimmt die Intensität auf der Oberflächeneinheit nicht bis ins Unendliche zu, der totale Magnetismus, wie er durch den mittleren Querschnitt geliefert wird, kann sich nicht mehr ausbreiten, er nimmt ab. So nähert sich z. B. wenn man mehr und mehr gesättigte Stahllamellen zusammenlegt, die Magnetisirung einem Maximum, da die freie Oberfläche nicht proportional dem Querschnitte wächst. Wird aber dann an die freien Stellen des Stahlmagnets eine Eisenmasse gelegt, so kann sich der Magnetismus entwickeln und wächst zur normalen Höhe (l. c. S. 1497). Deſshalb kann man auch bei Bewaffnung mit Eisenarmaturen von groſser Oberfläche mehr Stahllamellen zusammenlegen, ehe der Magnetismus ein Maximum erreicht; auch ist in diesem Falle der Magnetismus des mit angelegter Armatur magnetisirten Stahlmagnets gröſser, als ohne Armatur („magnetische Condensation durch den Anker"). Wird die Armatur aber abgenommen, so soll der Magnet so viel an Magnetismus verlieren, daſs er nur den seiner kleineren Oberfläche entsprechenden Magnetismus behält; daher die Verminderung der Tragkraft nach dem ersten Abreiſsen [1]). Bei den normalen Magneten soll

1) Das Verhältniſs der verschiedenen Antheile eines Magnets an temporärem, remanentem und permanentem Magnetismus ist durch Beobachtung der beim Schlieſsen und Oeffnen des magnetisirenden Stroms und Abreiſsen des Ankers in einer um den Magnet gelegten Spirale erzeugten Inductionsströme schon im Jahre 1852 durch Poggendorff (Galv. 2, Bd. II § 449); die Zunahme des Magnetismus und die Aenderung der Vertheilung desselben in einem Magnet bei Annäherung eines Eisenankers nach den Versuchen von Erman (1833) und Magnus (1836) durch van Rees (1848) (Galvanismus 2, Band II, § 410 — 413') ausführlich studirt worden. Dennoch hat Herr du Moncel (*Comptes rendus Tome LXXVII*, *pag* 113, 1873; *LXXX*, *p.* 19) gegen die HH. Gaugain (*Compt. rend. T. LXXVI*, *p.* 1582) und Lallemand (*Compt. rend. T. LXXIX*, *p.* 893) Prioritätsreclamationen erheben zu müssen geglaubt, da er die betreffenden Versuche schon in den Jahren 1857 und 1858 publicirt habe.

sich dagegen durch Anlegen von Eisenankern an die Enden zwar die Vertheilung des freien Magnetismus auf jedem einzelnen Pol ändern, indem sich die Elementarfäden in die Armaturen fortsetzen, indeſs die Gesammtsumme des freien Magnetismus auf dem Stahlmagnet und dem Anker zusammen soll die gleiche seyn, wie vor Anlegen desselben. Herr Jamin betrachtet dies als ein *„fait capital“* für seine weiteren Untersuchungen. (*Compt. rend. T. LXXX, p.* 212, 357, 1875.) Hier soll dann bei wiederholtem Abreiſsen des Ankers die Tragkraft sich nicht ändern, (z. B. bei Magneten aus wenig zahlreichen Lamellen, bei denen die Oberfläche im Verhältniſs zum Querschnitt groſs ist). Diese Sätze sind aus Versuchen abgeleitet, bei denen von den einzelnen Stellen verschieden langer, auch rautenförmiger Stahlmagnete und ihrer Anker ein kleiner Eisencontact abgerissen und der freie Magnetismus daselbst der Quadratwurzel der zum Abreiſsen erforderlichen Gewichte proportional gesetzt wurde. Die Abweichungen der Beobachtungsresultate von den erwähnten Sätzen schiebt Hr. Jamin auf dieselbe Ursache, deretwegen ich schon früher (Galv. 2 Bd. II, § 439) die so erhaltenen Resultate als ungenau bezeichnet habe, auf die Rückwirkung des Eisencontacts auf die Vertheilung des Magnetismus im Magnet und namentlich im weichen Eisenanker. Man kann ihm daher nur beistimmen, wenn er sagt: *„cette discussion montrera, combien ces questions sont délicates et combien de fautes ont été commises“* (*Compt. rend. T. LXXX, p.* 218).

Um die Tiefe des Eindringens der Fäden zu messen, bestimmt Hr. Jamin in gleicher Weise den totalen freien Magnetismus verschiedener z. B. 1 M. langer, 50 Mm. breiter Stahlstäbe von verschiedenen Dicken, $n = 1$ bis 4 Mm. Da die Magnetismen mit der Dicke, aber langsamer als diese, steigen, so soll der Magnetismus in dicke Stahlstäbe tiefer als 3 Mm. in die Tiefe eindringen, und den Versuchsresultaten zu Folge daselbst nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe abnehmen, so daſs der totale

Magnetismus der Formel $m = M(1 - a^{-n})$ entspricht. (*Compt. rend. T. LXXVIII*, *p.* 1245.)

Diese „*conclusion très importante*“ ist übrigens nicht neu; sie ist schon von Lamont für das Moment verschieden dicker Stahlstäbe aufgestellt, welches bei der nahe gleichen Vertheilung der freien Magnetismen ihrem totalen Magnetismus proportional seyn mufs. (Galvanismus 2, Bd. II, § 383.)

Vor der Aufstellung einer neuen Hypothese über den Magnetismus dürfte der Nachweis erforderlich seyn, dafs die älteren Hypothesen ungenügend sind, in ungezwungener Weise ohne Hinzunahme vieler Hülfsannahmen die beobachteten Phänomene zu erklären, und dafs die Erklärungen durch die neueren Annahmen naturgemäfser und einfacher werden. Es scheint mir aber keineswegs, dafs dies bei den Hypothesen des Hrn. Jamin der Fall ist. Die Theorie von Poisson und seinen Nachfolgern, welche eine Fernewirkung des Magnetismus statuirt, giebt vollkommene Rechenschaft von der Magnetisirung der Körper durch äufsere Kräfte, soweit man annehmen kann, dafs die Momente der einzelnen Molecüle der wirkenden Kraft proportional sind. Sie ist, so weit es möglich war, durch die Messung der Momente verschieden gestalteter Ellipsoïde zur Genüge geprüft. (Galvanismus 2, Band II, § 348, 349, 350.)

Für die Abweichungen von der Theorie können wir vollkommen die Ursachen angeben, wenn wir annehmen, dafs die Momente der Molecüle in der Richtung der wirkenden Kraft sich mit Zunahme der letzteren einem Maximum nähern. Nach den mannigfachen Beziehungen zwischen dem mechanischen und magnetischen Verhalten der Körper haben wir allen Grund, diese Erscheinung auf die Drehung präformirter Molecularmagnete zurückzuführen, die dabei von den Molecularkräften in ihre unmagnetische Gleichgewichtslage zurückgelenkt werden, indefs sowohl während, als auch nach der Wirkung der magnetisirenden Kraft allen Bedingungen unterliegen, die die elastische

Nachwirkung mit sich bringt. Ob die Molecularmagnete selbst ihre Eigenschaften permanenten Molecularströmen verdanken, ist für obige Theorie vorläufig gleichgültig, indefs nach allen Analogieen sehr möglich. Der Einwand des Hrn. Jamin (*Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 1241), dafs die Molecularströme eine elektromotorische Kraft voraussetzen, die sich in denselben vollkommen in Wärme umsetzte, dürfte nicht wohl haltbar seyn, wenn wir mit den Schwingungen der Körpermolecüle analoge elektrische Schwingungen annehmen, die in den Molecularströmen im Kreise herum ohne Widerstand verlaufen. Abgesehen hiervon wird durch die obigen Sätze, die wohl über das Bereich der Hypothese hinausgehen dürften, der permanente Magnetismus im Gegensatz zum temporären vollständig erklärt (vgl. Galv. 2, Bd. II, § 328). Es ist also nicht richtig, dafs erst durch die Hypothese des Hrn. Jamin (*Compt. rend. T. LXXVII, p.* 1394) der *„zu wenig bemerkte und absolut unverstandene“* Unterschied zwischen einer totalen Magnetisirung, welche nur durch den Strom erhalten wird, und einer ebenso grofsen permanenten Magnetisirung, die constant ist, erklärt wird. Ebenso ist die Definition des Wesens der Coercitivkraft völlig klar (Galv. 2, Bd. II, S. 70) und durchaus nicht, wie Hr. Jamin (*Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 19, 1874) sagt, vag und ohne irgend eine bestimmte experimentelle Unterlage.“ In verschiedenen Abhandlungen, sowie in meinem Werk über Galvanismus habe ich mich bemüht, ein möglichst klares Bild dieser Verhältnisse zu geben und sie so weit zu begründen, wie es ohne eine genauere Kenntnifs der mathematischen Gesetze der elastischen Nachwirkung möglich ist.

Ganz im Einklange mit dieser Theorie ist es, wenn man, wie zuerst Biot und dann genauer Lamont (Galv. 2, Bd. II, § 357 u. flgde.), zunächst unter Vernachlässigung der Wirkung der auf einem Magnet vertheilten freien Magnetismen auf einen Punkt im Innern, die Verbreitung der Momente von einem oder mehreren, den magnetisirenden Kräften unterworfenen Molecülen aus auf die benach-

barten verfolgt, und somit die Momente der einzelnen Molecüle der Körper, so wie ihrer ganzen Masse bestimmt, sey es, daſs die Molecüle hintereinander in einer Reihe angeordnet sind, oder mehrere Parallelreihen derselben nebeneinander liegen. Dadurch ergiebt sich die Vertheilung der Momente und auch der freien Magnetismen in Stäben, die an einer oder mehreren Stellen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind, ebenso in Magneten, die aus einzelnen Lamellen zusammengesetzt sind [1]).

Aus der Wechselwirkung der Molecularmagnete läſst sich ferner unmittelbar auch die Einwirkung eines weichen Eisenankers auf einen Magnet bestimmen. Je nach der Leichtigkeit der Drehung der Molecularmagnete wenden dieselben in beiden einander mehr oder weniger ihre ungleichnamigen Pole zu, und je nach der Härte und Länge des Magnets kann die Wirkung von Molecül zu Molecül mehr oder weniger merkbar bis zum anderen Pol fortschreiten.

1) Die von Hrn. Jamin (*Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 19, 1874) untersuchten Verhältnisse der Vertheilung des Magnetismus in einem dem einen Pol eines Elektromagnetes genäherten Eisenstabe sind im Allgemeinen schon von Poggendorff, van Rees u. A., specieller an einem langen Stabe von Weihrich (1865) beobachtet worden, welcher letztere zunächst für das Moment m in verschiedenen Abständen vom Nullpunkt die Formel $m = A . \mu^{-x}$ abgeleitet hat (Galv. 2, Bd. II § 411 u. folgende), woraus direct dieselbe Formel mit Abänderung der Constanten für den freien Magnetismus folgt, gerade wie sie Jamin gegeben hat. Ebenso hat schon lange vor Jamin (*Compt. rend. T. LXXV, p.* 1673) Lamont (Galv. 2, Bd. II, § 358) im Jahre 1854 gezeigt, daſs in einem an einer oder mehreren Stellen magnetisirten Stabe die Magnetismen sich so anordnen, wie wenn die Vertheilung von jenen Stellen bis zu den Enden des Stabes fortschritte und sich dann wieder rückwärts durch den Stab fortsetzte. Er hat auch die entsprechende Rechnung für verschiedene Fälle durchgeführt, deren Princip sich auch die aus den Beobachtungen von Jamin abgeleiteten, „durch ihre Einfachheit sehr bemerkenswerthen“ Gesetze (*Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 95) über die Vertheilung des Magnetismus in Stäben, die an beiden Enden durch gleiche oder entgegengerichtete Ströme magnetisirt werden, ganz ohne Weiteres unterordnen lassen.

Durch die elastischen Verhältnisse bei der Drehung der Molecularmagnete wird endlich das Verhalten bei abwechselnden Magnetisirungen vollständig erklärt, wie ich am angeführten Orte ausführlich besprochen habe. Daſs endlich aus den vielfach vorgenommenen Bestimmungen der Vertheilung der magnetischen Momente auch die der freien Magnetismen sich unmittelbar berechnen läſst, ist bekannt; der Vorwurf also, den Hr. Jamin zunächst Culomb macht, daſs er nur die Momente bestimmt habe, weder für dessen, noch für spätere Forschungen vollkommen begründet. Ueberhaupt dürften wohl alle Resultate des Hrn. Jamin, von denen viele mit bekannten Thatsachen sehr nahe übereinstimmen, aus der oben erwähnten Theorie direct abgeleitet werden können.

Die Theorie des Hrn. Jamin läugnet zunächst die Wirkung der magnetisirenden Kräfte durch das Eisen hindurch. Es ist dies derselbe Einwand, der früher für die Fernwirkung der Elektricität aufgestellt wurde, indeſs hier wie dort keinen genügenden Anhalt hat. Nur dadurch, daſs eine Magnetnadel in einer umgebenden Eisenhülle eine ihr entgegengesetzte Polarität hervorruft, compensirt letztere die Fernwirkung der Nadel; sonst sprechen alle Analogien mit der Fernwirkung der Gravitation, sowie auch die Uebereinstimmung der von Poisson abgeleiteten Rechnungsresultate mit der Erfahrung für die Unabhängigkeit der magnetischen Fernwirkung von zwischengestellten Eisenmassen. Die Abnahme der Magnetisirung mit der Tiefe ist also eine einfache Folge der gegenseitigen Wechselwirkung der durch die magnetisirende Kraft in gleicher Richtung magnetisirten Schichten aufeinander, die sich dadurch gegenseitig schwächen. Dieser schwächenden Wechselwirkung, welche bei Annäherung zweier Magnete mit ihren gleichnamigen Polen beobachtet werden kann und specieller von Hrn. Lamont betracht worden ist, ist von Hrn. Jamin nicht vollständig Rechnung getragen. Aus derselben leitet sich, wie wir unten ausführlicher besprechen wollen, das Verhalten der Lamellen eines Ma-

gnets nach ihrer Trennung gegen abwechselnd gerichtete Ströme direct ab.

Auch die Bildung von Ketten von magnetischen Molecülen erscheint nicht in dem Sinne gerechtfertigt, daſs sie nur an ihren Enden freie Pole besitzen sollen. Wenn ein Körper an verschiedenen Stellen seiner, mit der Richtung der magnetisirenden Kraft zusammenfallenden Längsrichtung verschiedene Querdimensionen besitzt, so ist gar nicht abzusehen, weſshalb nicht alle Molecüle von der magnetisirenden Kraft afficirt werden sollen, sondern eben nur an den Enden divergirende Ketten gebildet werden sollen, zwischen denen die überschüssigen Molecüle indifferent liegen. Ebenso ist es nicht deutlich, wie sich die Zahl dieser Ketten mit der Verkleinerung der Oberfläche vermindern soll, da doch die Ketten event. schon im Innern des Körpers enden könnten, und wie sie bei dem an den Enden erweiterten Körper nur von der Gröſse des mittleren Querschnitts abhängen soll. Besteht z. B. der Körper aus zwei einander tangirenden Kugeln, die durch eine, in der Richtung der Verbindungslinie ihrer Centra wirkende Kraft magnetisirt sind, so ist die Magnetisirung durchaus nicht auf eine Anzahl durch den Tangirungspunkt gehender Ketten beschränkt, sondern die Kugeln zeigen auch an den einander zugewendeten Seiten freien Magnetismus, der dem der einander abgewendeten Seiten entgegengesetzt ist. Wie es endlich möglich ist, aus Hrn. Jamin's Theorie den Magnetismus der Ellipsoïde der Erfahrung entsprechend zu berechnen, und wie daraus die Beziehungen zwischen dem mechanischen und magnetischen Verhalten der Körper abzuleiten sind, mag dahingestellt bleiben. Jedenfalls bedürfte es des Nachweises, daſs die Theorie des Hrn. Jamin diesen Anforderungen genügt, ehe die ältere Annahme der drehbaren Molecularmagnete verlassen werden kann.

Freilich sagt Hr. Bouty in seiner fleiſsigen Dissertation (*Thèses de docteur* No. 360. *Paris, Mallet-Bachelier*), ich

hätte bei der Durchführung dieser Theorie die Phänomene der Magnetisirung in ihrem Zusammenhang zwar erklärt, indefs doch nur durch eine Vergleichung mit denen der Elasticität. Ich glaube aber doch die Theorie nicht nur auf Analogien, die ich selbstverständlich (wie bei der Theorie des Lichtes die Erscheinungen der Akustik) mit herbeigezogen habe, sondern auf ganz bestimmten Thatsachen, nämlich auf der Wechselwirkung zwischen den mechanischen und magnetischen Kräften aufgebaut zu haben. Dafs man die magnetischen Molecularmagnete in ihren Drehungen unmittelbar verfolgen kann, ist ebenso wenig zu erwarten, wie dafs man die Bewegungen des Lichtäthers selbst erkennen kann, wohl aber können wir dieselben aus jenen Beziehungen folgern. Wenn nun Hr. Bouty meiner Theorie vorwirft, dafs sie zwar nicht absolut falsch, aber unvollkommen sey, da sich eine Anzahl Phänomene daraus nicht ableiten lasse, z. B. die Uebereinanderlagerung eines bestimmten temporären über einen permanenten Magnetismus und namentlich auch das Verhalten eines nur einer *einmaligen* temporären Magnetisirung ausgesetzten Bündels von Stahllamellen, so scheint sich diese Schwierigkeit doch sehr einfach zu lösen.

Wird ein System von Stahllamellen in einer Spirale einer auf alle gleich wirkenden magnetisirenden Kraft ausgesetzt, so würden sie alle durch diese Kraft die gleichen temporären Momente, z. B. $+a$ erhalten. Da indefs die Lamellen auf einander entmagnetisirend einwirken, so vermindert sich dieser temporäre Magnetismus, namentlich bei den mittleren, beiderseits von gleich magnetisirten Lamellen umgebenen, auf einen kleineren Werth, der z. B. für die mittleren Lamelle $+b$ sey. Wird die magnetisirende Kraft aufgehoben, so würden sich z. B. in der letzteren Lamelle die Molecularmagnete so weit zur unmagnetischen Gleichgewichtslage zurückdrehen, dafs sie für sich nur noch den permanenten Magnetismus $+c$ behielte. Da aber auch die anderen Lamellen einen eben solchen, nur gröfseren permanenten Magnetismus behalten, so werden

durch ihre entmagnetisirende Wirkung die Molecularmagnete über die dem permanenten Magnetismus $+c$ entsprechende Lage hinaus rückwärts gedreht, die Lamelle erhält unter Einfluſs der entmagnetisirenden Kraft der äuſseren Lamellen einen noch kleineren temporären Magnetismus d, der event. auch negativ seyn kann. Die Lamelle ist also factisch nacheinander *zweien* temporären Magnetisirungen ausgesetzt, einmal durch die äuſsere Kraft, sodann durch die entmagnetisirende Wechselwirkung auf einander. Werden dann die Lamellen auseinander genommen, so hört die temporär magnetisirende Wechselwirkung auf, die Molecularmagnete der mittleren Lamelle sind nicht mehr in der dem temporären Magnetismus d entsprechenden Lage festgehalten, sondern springen durch die Molecularkräfte mehr oder weniger in die Lage zurück, die sie vorher hatten; d. h. die Lamelle nimmt einen Theil des durch die Wechselwirkung verlorenen Magnetismus wieder an; ihr permanentes Moment e ist nunmehr gröſser als d und kleiner als c. Aehnlich wie die mittlere, verhalten sich auch die übrigen Lamellen.

Ganz dieselben Phänomene zeigen sich, wenn man, wie bei den Versuchen des Hrn. Jamin, den Stahllamellen zuerst einzeln durch einen Strom J den temporären Magnetismus $+C$ ertheilt, der beim Oeffnen des Stromes den permanenten Magnetismus $+c$ hinterläſst, die Lamellen sodann zusammenlegt und wieder trennt. Haben sie bei der hierdurch erfolgenden theilweisen Entmagnetisirung, wie oben, das permanente Moment $e < c$ bewahrt, und läſst man den Strom $+J$ noch einmal auf sie wirken, so werden die Molecüle wieder ihren ersten Gleichgewichtslagen zugedreht, sie erreichen dieselben indeſs nicht ganz vollständig; die temporäre Magnetisirung $+C_1$ ist etwas kleiner als $+C$. Ebenso bleibt nach dem Oeffnen des Stromes ein etwas kleiner permanenter Magnetismus $c_1 < c$ zurück. Ein jetzt einwirkender Strom $-J$ kehrt die Lage der Molecularmagnete um, indeſs in Folge der elastischen Nachwirkung, durch welche die mechanischen

Nulllagen der Molecüle nach der Seite der zuerst wirkenden Kraft verschoben sind, wiederum nicht vollständig, wie es in einem vollkommen elastischen, den abwechselnden Kräften $\pm J$ ausgesetzten Körper geschehen würde; die temporäre Magnetisirung $-C_{II}$ ist kleiner als $+C_I$ und hinterläſst eine permanente Magnetisirung $-c_{II} < c_I$.

Dasselbe Verhältniſs tritt, nur in einem schwächeren Grade, bei wiederholten Hin- und Hermagnetisirungen ein, ganz wie ich es schon früher ausgeführt habe, und wie es vollständig dem Verhalten eines nicht allzuharten Stabes entspricht, der durch abwechselnde Kräfte $\pm J$ hin- und hertordirt oder gebogen wird. (Vgl. Galv. 2, Bd. II, Seite 351, 357, 374.)

Auch einige neuere Versuche, bei denen ein harter Stahlstab von 238 Mm. Länge und 12 Mm. Dicke in einer Drahtspirale von 243 Mm. Länge, 28 Mm. innerem und 70 Mm. äuſserem Durchmesser und von 335 Windungen von übersponnenem Kupferdraht abwechselnd der Einwirkung der magnetisirenden Ströme $\pm J$ ausgesetzt wurde, wobei er die temporären und permanenten Momente M und m erhielt, bestätigen dieses Verhalten. Die Beobachtungen wurden ganz in der früheren Weise ausgeführt. Die Stahlstäbe wurden unter sorgfältiger Vermeidung von Erschütterungen in die Spirale eingeschoben und aus derselben entfernt; ebenso wurde die sehr störende Einwirkung von Inductionsströmen möglichst beseitigt, indem die Stäbe jedesmal vor dem Oeffnen des Stromes aus der Spirale herausgezogen und nach dem Schlieſsen desselben in dieselbe hineingeschoben wurden. Es waren dadurch wenigstens die Bedingungen der Magnetisirung möglichst gleichmäſsig hergestellt.

Stab No. I.

J	+ 86	− 86	+ 86	− 86	+ 86	− 86	+ 86	− 86	+ 86	− 86	+ 86	− 86
M	+ 360	− 351	+ 345	− 345	+ 340	− 342,5	+ 338	− 340,8	+ 337	− 340,2	+ 336	− 339,9
m	+ 108,5	− 92,3	+ 96	− 89,5	+ 93	− 88	+ 92,7	− 87,9	+ 91,3	− 87,8	+ 90,7	− 87,7

Stab No. II.

J	+ 86	− 86	+ 85,5	− 85,5	+ 85	− 85	+ 85	− 85
M	+ 364,9	− 358	+ 348,2	− 351	+ 344,2	− 348,5	+ 342,5	− 347
m	+ 114	− 99,2	+ 102,5	− 96,7	+ 99,4	− 95,3	+ 98,9	− 94,5

Stab No. III.

J	+ 141	− 83,8	+ 83	− 83	+ 83	− 83	+ 83	− 83	+ 83
M	−	− 214,1	+ 261,8	− 210,5	+ 255,4	− 210	+ 252,7	− 209	+ 250,1
m	+ 145	− 49,5	+ 98,5	− 48,7	+ 93	− 48,7	+ 90,7	− 48,4	+ 89,2.

Nach 10-maliger Hin- und Hermagnetisirung betrug:

J	M	m	J	M	m
− 82	− 210,6	− 49,7	+ 82	+ 246,7	+ 85,5.

Wurde der Stab darauf 8 Mal in negativer Richtung durch den Strom — 82 magnetisirt, aus der Spirale entfernt und wieder magnetisirt, so war

J	*M*	*m*	*J*	*M*	*m*
— 82	— 212	— 56,3	+ 82	+ 246,3	+ 84,7

und wurde er nunmehr 8 Mal nach der positiven Richtung durch den Strom + 82 in gleicher Weise magnetisirt, so ergab sich darauf

J	*M*	*m*	*J*	*M*	*m*
+ 82	+ 246,7	+ 91,5	— 82	— 245,7	— 51,7

Wurde ein vierter Stab erst 20 Mal abwechselnd auf die Temperaturen + 15° und 100° C. gebracht, um den vorübergehenden Einfluſs der Temperaturänderungen auf seine Molecularconstitution zu beseitigen, und sodann 14 Mal durch den Strom ± 84 hin- und hermagnetisirt, so ergab sich zuletzt

J	*M*	*m*	*J*	*M*	*m*
+ 84	+ 334,2	+ 95	— 84	— 339	— 92,8.

Wurde der Stab darauf 10 Mal auf 100° und 15° C. gebracht, so blieb ihm der permanente Magnetismus —49,5. Bei neuer Magnetisirung durch die Ströme ± 84 war zuletzt sein Magnetismus:

J	*M*	*m*	*J*	*M*	*m*
+ 84	+ 335	+ 25,5	— 84	— 338	— 92,3.

Aehnlich verhalten sich andere Stäbe.

Bei allen diesen Versuchen können wir uns vorstellen, daſs einmal durch die Magnetisirungen die Molecularmagnete nach der einen oder anderen Richtung gedreht werden, und daſs zweitens nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft die Molecularmagnete einer durch die Molecularkräfte bedingten Nulllage zustreben, welche sie aber in Folge der elastischen Nachwirkung (der Reibung) nicht ganz erreichen, der sie sich aber mehr und mehr nähern, wenn die Magnete erschüttert oder wiederholten Temperaturwechseln ausgesetzt werden. Bei wiederholten Magneti-

sirungen nach derselben Richtung verschiebt sich diese Nulllage allmählig nach dieser Richtung und der Stab nimmt einen etwas stärkeren temporären, namentlich aber einen stärkeren permanenten Magnetismus an, der sich bei Wiederholung des Verfahrens einem Maximum nähert (vgl. auch die Versuche von Hermann und Scholz, Galv. 2, Bd. II, S. 324). Wird der Magnet in abwechselnden Richtungen magnetisirt, so verschiebt sich die Nulllage jedesmal in der Richtung der wirkenden magnetisirenden Kraft und zwar, da die Molecüle durch wiederholte Drehungen beweglicher werden, bei wiederholter Einwirkung der Kräfte mehr und mehr. Die entgegengesetzte magnetische Wirkung vermag dann die Molecüle nicht so weit nach der entgegengesetzten Seite zu drehen, wie vorher; sie behalten, indem sie einer Nulllage zustreben, die wiederum nicht so weit nach jener Seite abgelenkt ist, nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft ein geringeres Moment, als vorher. Bei wiederholten entgegengesetzten Magnetisirungen werden die abwechselnden Verschiebungen der Nulllage nach der einen und anderen Seite und die nach beiden Seiten zu erzielenden Magnetismen mehr und mehr constant. Sind die abwechselnd gerichteten magnetisirenden Kräfte gleich, so ist daher die temporäre und die permanente Magnetisirung nach beiden Seiten nahezu die gleiche.

Hat ein Stab durch oftmalige Hin- und Hermagnetisirung seinen constanten Zustand erlangt, so verändert sich derselbe nach wiederholten Temperaturänderungen innerhalb gewisser Gränzen, wenn dadurch die Härte resp. der Magnetismus der einzelnen Molecüle, wie bei hohen Temperaturen, nicht verändert wird, bei neuer Magnetisirung nicht mehr; die Nulllage der Molecüle, wie sie durch die vorherigen Magnetisirungen bedingt ist, und der sich dieselben im permanent magetisirten Stabe bei wiederholten Temperaturwechseln zuneigen, bleibt ungeändert, und die abwechselnden Drehungen resp. Magne-

tisirungen bei abwechselnd gerichteten Kräften bleiben nach beiden Seiten die früheren.

Auch diese Resultate sind in Uebereinstimmung mit denen, welche man bei wiederholten Gestaltsveränderungen eines Körpers in einer bestimmten Richtung oder abwechselnd in entgegengesetzten Richtungen erhält. Dies ergeben sowohl die älteren Versuche, als auch einige neuere Experimente über die Torsion von Drähten, welche den oben erwähnten Versuchen über die Magnetisirung von Stahlstäben ganz analog angestellt wurden.

Von einer Uebereinanderlagerung der temporären und permanenten Magnetismen kann bei allen diesen Erscheinungen ebenso wenig die Rede seyn, wie von einer Uebereinanderlagerung temporärer und permanenter Biegungen und Torsionen. Vielmehr begeben sich die Molecularmagnete oder Molecüle je nach der Einwirkung der äußeren magnetisirenden oder deformirenden und der inneren Molecularkräfte nach einander in verschiedene Gleichgewichtslagen, die den jeweiligen Magnetismus oder die jeweilige Torsion oder Biegung des den Kräften unterworfenen Körpers bestimmen.

Es scheint daher auch durchaus nicht nöthig, wenn auch Hr. Holz (diese Ann. Bd. CLI, S. 69) in einem unhomogenen magnetisirten Stahlstab beim Abätzen besonders stark permanent magnetische Kohleneisentheile gefunden hat, ohne Weiteres anzunehmen, daſs der temporäre Magnetismus in bestimmten, der permanente in anderen (harten) Molecülen getrennt seinen Sitz habe (vgl. Bouty l. c. S. 44). Der Magneteisenstein hat vollkommen gleichartige Molecüle; dennoch bleibt er nach einer temporären Magnetisirung stark permanent magnetisch, und man kann nicht annehmen, daſs in der Verbindung Eisenoxydoxydul, deren chemische Bestandtheile (Eisenoxyd und Eisenoxydul) für sich sehr schwach magnetisch sind, der eine etwa permanent, der andere temporär magnetisch werde. Ebenso nimmt reines, durch Wasserstoff aus Eisenoxyd reducirtes, also homogenes Eisen einen, wenn auch schwachen,

so doch deutlichen permanenten Magnetismus nach einer temporären Magnetisirung an (vgl. Börnstein, Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft d. Wissensch. 1874, 29. Juni). Die Phänomene der permanenten Magnetisirung leiten sich vollständig von der Wirkung der elastischen Nachwirkung nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft ab. Dafs die speciellen Erklärungen der magnetischen Erscheinungen unter Zuhülfenahme dieser Wirkung nicht in allen Fällen ganz einfach sind, ist bei der Verwickeltheit derselben, namentlich bei abwechselnden Magnetisirungen und abwechselnd gerichteten Torsionen der Magnete u. s. f. sehr natürlich, sie beruhen aber alle auf einer äufserst einfachen mechanischen Grundlage, die ohne zwingende Gründe nicht durch neue allgemeine Annahmen complicirt werden sollte. — Ist der zu magnetisirende Körper nicht homogen, so ist selbstverständlich in diesem speciellen Falle die verschiedene Magnetisirbarkeit seiner Theilchen, also ihr eigenthümliches Moment und ihre Drehbarkeit in Betracht zu ziehen.

Die so eben erwähnten Einwände lassen sich auch gegen die magnetischen Theorien des Hrn. Gaugain erheben, der zuerst ein verschieden tiefes Eindringen der Magnetisirung, dann verschiedene Sorten mehr oder weniger coercitiver Molecularmagnete annimmt, von denen die coercitiveren (nach früheren Annahmen, *Compt. rend. T. LXXTII, p.* 798, tiefer liegenden) nach der Magnetisirung eines geschlossenen Hufeisenmagnets durch den starken Strom $+J$ bei der Wirkung eines schwächeren Gegenstromes $-i < J$ ihre Lage, also das remanente [1]) Mo-

1) Ich erlaube mir darauf aufmerksam zu machen, wie wünschenswerth es ist, die einmal angenommenen Bezeichnungen *temporäres* (während der Wirkung des Stromes), *remanentes* (nach dem Oeffnen desselben bei Auflegen des Ankers) und *permanentes* (nach dem Oeffnen des Stromes im geöffneten Magnet zurückbleibendes) Moment festzuhalten. Die Veränderung dieser Bezeichnungen, wenn man, wie es öfter geschieht, die Wörter remanent und permanent mit einander vertauscht, oder wenn Jamin den temporären Magnetismus „totalen",

ment y bewahren, während die weniger coercitiven sich umkehren und das Moment $-x$ annehmen. Der Magnet soll also ein der Differenz der coexistirenden Magnetismen gleiches remanentes Moment $m' = y - x$ erhalten, während dasselbe bei nachheriger Wirkung des Stromes $+i$ resp. $m' = y + x$ werden soll (*Comptes rendus T. LXXIX, p.* 1299). Die theoretischen Ideen führen Hrn. Gaugain ferner zu dem — wohl nicht gerade neuen — Schlufs, dafs in einem Magnetstab die Magnetismen jeder Schicht nicht nur durch ihre Coercitivkraft, sondern auch durch die Wirkung der benachbarten Schichten erhalten werden (l. c. S. 607)[1].

Nach dem Obigen ist aber weder die Annahme verschieden stark magnetisirbarer Molecüle allgemein gerechtfertigt, noch ist die Drehung der Molecularmagnete bei abwechselnder Richtung der magnetisirenden Ströme von vorn-

die Differenz zwischen totalem und permanentem Magnetismus „temporären" Magnetismus nennt (*Compt. rend. T. LXXVII, p.* 1389, 1873), kann leicht Verwirrung verursachen.

1) Hr. Gaugain mifst die Momente der Magnete durch die Inductionsströme in einer umgebenden Spirale unter verschiedenen Bedingungen. Namentlich bestimmt er auch durch Messung des Inductionsstromes an den einzelnen Stellen des Magnetes die sogenannte „*Courbe de desaimantation*". Er hat dabei gefunden, dafs die Derivirte der durch dieselbe dargestellten Function (ihre Tangente) dem durch die Schwingungen einer Magnetnadel an den einzelnen Stellen beobachteten freien Magnetismus entspricht (*Compt. rend. T. LXXV, p.* 828 und an anderen Orten wiederholt). Dafs durch erstere, namentlich von van Rees im Jahre 1847 benutzte Methode das Moment an den einzelnen Stellen gemessen wird, ist bekannt (vgl. Galv. 2, Bd. II, § 285); letztere Beziehung, die auch van Rees hervorhebt (l. c. § 286), ist schon von Poisson im Jahre 1824 angegeben (l. c. § 340). Bei dieser Gelegenheit hat Hr. Gaugain (*Compt. rend. T. LXXX, p.* 297, 1875) „mit einiger Verwunderung constatirt", dafs die von einem Magnet in einem weiteren oder engeren Drahtringe inducirte elektromotorische Kraft vom Durchmesser des Ringes nahezu unabhängig ist. Bekanntlich ist dies eines der experimentellen Fundamentalgesetze der Magnetoinduction, welche im Jahre 1835 durch Lenz festgestellt worden (Galv. (2) Bd. II, § 706) und auch in dem allgemeinen Inductionsgesetz von F. E. Neumann (Galv. 2, Bd. II, § 752 und folgende) enthalten sind.

herein die gleiche im positiven und negativen Sinne, wenn auch bei geschlossenen Elektromagneten in Folge der Wechselwirkung der im geschlossenen Kreise aufeinander folgenden Molecularmagnete die hierbei auftretenden positiven und negativen Magnetisirungen von einander weniger verschieden sind, als in einem geraden, ungeschlossenen Stabe.

Wenn die bisher angeführten Phänomene aus der Theorie der drehbaren Molecularmagnete und der elastischen Nachwirkung unmittelbar abzuleiten sind, so gilt dasselbe von den Eigenthümlichkeiten der permanenten Magnetisirung der Stahlmagnete durch Streichen, wobei die Molecüle nach einander gerichtet werden, und die Hr. Gaugain mit vielem Fleiſse studirt hat (*Compt. rend. T.* LXXX, *p.* 761, 1003). Ich habe für die einfachsten Erscheinungen dieser Art schon die Erklärung angedeutet (Galv. 2, Bd. II, § 334). Auch complicirtere Erscheinungen, wie sie Hr. Gaugain beobachtet hat, lassen sich ohne Schwierigkeit ableiten. Wird z. B. ein Hufeisenmagnet mit einem über beide Schenkel von Pol zu Pol gelegten Eisenanker armirt, so wirkt derselbe auf den Magnetismus verstärkend, indem seine temporär gleich gerichteten Molecularmagnete auf die Molecularmagnete des Magnets richtend zurückwirken. Wird der Anker gegen den Bug des Magnetes geführt, so folgen die Nordpole der Molecularmagnete des einen Schenkels dem darüber befindlichen Südpol des Ankers und umgekehrt, und kehren dabei mehr oder weniger ihre Lagen um; der Magnet wird schwächer. — Wird der Anker nahe dem Bug über die Schenkel gelegt, so bilden die dem Bug zu gelegenen Molecularmagnete des Magnets mit den durch sie gerichteten, leicht drehbaren Molecularmagneten des Ankers, denen sie sich zuneigen, mehr oder weniger einen geschlossenen Kreis; sie wirken weniger richtend auf die Molecularmagnete der freien Enden der Schenkel; der Magnetismus derselben nimmt ab; ebenso verändert sich die Vertheilung des Magnetismus in ihnen. Wird nun

der Anker den Polen zugeführt, so treten mehr und mehr Molecüle der Schenkel in den geschlossenen Kreis ein und werden dadurch, entsprechend einer Zunahme des Momentes der Schenkel, gerichtet.

Der Magnetismus des Magnets kann hierdurch bei dem Fortführen des Ankers bis zu den Polen zunehmen. Derselbe ist hierbei stabiler, als wenn der gleiche Magnetismus direct in einem neutralen Stahlhufeisen durch einen hinreichend starken Strom erzeugt wäre, da im ersten Fall schon die Erschütterungswirkung durch das Fortschieben des Ankers eingetreten ist, welche im zweiten event. noch den Magnetismus schwächen kann (vgl. Galv. 2, Bd. II, § 81, 472 u. folg., 539). Dafs bei diesem Verfahren der permanente Magnetismus sehr starker Magnete sich nicht vermehrt, sondern sich sogar vermindern kann (*Compt. rend. T.* LXXVIII, *p.* 1689), dürfte davon herrühren, dafs die beim Auflegen des Ankers in der Nähe des Bugs aus ihren stark magnetischen Lagen bedeutend zurückgegangenen Molecularmagnete der Schenkel beim Vorwärtsschieben durch den Magnetismus des Ankers nicht mehr die früheren, durch die erste, starke magnetisirende Kraft gebotenen Lagen annehmen können, und wohl auch in Folge der molecularen Erschütterungen bei der Hin- und Herdrehung ihre magnetische Einstellung nicht mehr so fest bewahren. Aehnlich lassen sich die Verhältnisse beim Streichen der Magnetschenkel mit kürzeren Spiralen mit und ohne Auflegen des Ankers ableiten (vergl. Gaugain, *Compt. rend. T.* LXXVIII, *p.* 1536)[1].

---

1) Herr Gaugain (*Compt. rend. T. LXXX, p.* 297, 1875) hat unter ausdrücklicher Betonung des Unterschiedes zwischen seinen Experimenten und denen des Hrn. Dufour und den meinigen aus den Jahren 1856 und 1857 beobachtet, dafs die temporäre Magnetisirung eines vor einen Magnet gelegten Eisenstabes beim Erhitzen zunimmt und beim Erkalten nochmals ein wenig steigt. Ausführlicher habe ich indefs ganz denselben Einflufs der Temperaturänderungen auf den temporären Magnetismus auch schon im Jahre 1863 (Galv. 2, Bd. II, § 522) mitgetheilt, ebenso auf die Ursache auf-

Hr. Stoletow (Pogg. Ann. Bd. 144, S. 429; Galv. 2, Bd. II, S. 448) hat eine Reihe von Bestimmungen von magnetischen Momenten geschlossener Eisenringe durch Messung des Inductionsstromes in einer dieselben umgebenden Spirale beim Umkehren des magnetisirenden Stromes angestellt. Eine ähnliche Methode hat später Hr. Rowland benutzt (Galv. 2, Bd. II, Nachträge No. 95 und l. c.). Ich hatte in meinem Werk darauf aufmerksam gemacht, dafs die so gemessene Magnetisirungsfunction (k) im Allgemeinen grösser sey, als die bei der ersten Magnetisirung eines geschlossenen Kreises erhaltene Magnetisirungsfunction oder die Function k bei Magnetisirung eines offenen Systems. Wohl nur in Folge einer zu grofsen Kürze dieser Bemerkung hat Hr. Stoletow (Pogg. Ann. Bd. 151, S. 317) meinen Einwand nicht anerkannt. Obgleich Hr. Dr. Börnstein (Berichte der k. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 1874, 29. Juni, S. 106) schon einige Worte darauf erwidert hat, erlaube ich mir doch, selbst noch einmal den betreffenden Punkt zu berühren.

Wird ein geschlossener, an allen Stellen gleichen magnetisirenden Kräften unterworfener Eisenring temporär magnetisirt, so richten sich die Molecularmagnete überall in gleicher Weise und nehmen zusammen ein viel gröfseres temporäres Gesammtmoment m_t an, als in einem nicht geschlossenen System ($m_{t,1}$), in dem die Momente von der Mitte gegen die Enden hin abfallen. Wird der magneti-

merksam gemacht, weshalb, wie Herr Gaugain bestätigt hat, bei der Magnetisirungsmethode von Robinson, Aimé und Hamann die bei hohen Temperaturen magnetisirten Magnete nach dem Erkalten mehr permanenten Magnetismus bewahren, als bei gewöhnlicher Temperatur magnetisirte Magnete. — Wenn Hr. Rowland (*Phil. Mag.* 4, *Vol. XLVIII*, *p.* 321, 1874) die Beobachtung gemacht hat, dafs im Nickel und Kobalt bei Temperaturerhöhungen der Widerstand gegen die Magnetisirung bei schwacher Magnetisirung abnimmt, bei starker Magnetisirung dagegen zunimmt, so stimmt dies ganz vollständig mit meinen früheren Ausführungen über die Wirkung der Temperaturänderungen auf den Magnetismus überein (Galv. 2, Bd. II, § 539).

sirende Strom geöffnet, so bleibt im ersten Fall, auch wenn der Eisenring sehr weich ist, ein beträchtliches remanentes Moment m_r, im zweiten ein sehr geringes permanentes Moment m_p zurück. Die beim Oeffnen erhaltenen Inductionsströme messen also in beiden Fällen die von ganz verschiedenen Bedingungen abhängigen Werthe $m_t - m_r$ und $m_{tt} - m_p$. Werden aber die magnetisirenden Ströme umgekehrt, so nehmen, abgesehen von der Ungleichheit der Wirkung abwechselnd gerichteter Ströme, die Magnetstäbe annähernd die Momente $-m_t$ und $-m_{tt}$ an, die Inductionsströme messen also die Werthe $2m_t$ und $2m_{tt}$, welche wiederum von einander und von dem oben erwähnten Werthe $m_t - m_r$ verschieden sind.

Hr. Holz (Pogg. Ann. Bd. 154, S. 88) hat endlich beobachtet, dafs dichtere Magnetstäbe geringere permanente Magnetisirungen annehmen, als weniger dichte. Wenn er hiernach die Behauptung aufstellt, dafs die von mir beobachtete Verminderung des Magnetismus eines Eisenstabes bei der Torsion, die Vermehrung desselben bei der Detorsion nur von einer dabei erfolgenden Vermehrung resp. Verminderung der Dichtigkeit herrühre, so scheinen dabei die vielen übrigen Beziehungen zwischen Magnetismus und Torsion unberücksichtigt geblieben zu seyn, bei denen z. B. auch ein durch einen hindurchgeleiteten Strom transversal magnetisirter, also scheinbar unmagnetischer Stab oder ein theilweise entmagnetisirter Stab durch Tordiren von Neuem magnetisirt werden kann[1]).

Leipzig, 1. Juli 1875.

1) Herr Gore (*Proceed. Roy. Soc. Vol. XXII, p.* 57, 1874 Jan. 8) hat mit grofsem Fleifs das Verhalten von Eisendrähten untersucht, die der Einwirkung von herum- und hindurchgeleiteten Strömen ausgesetzt wurden, ohne meinen Versuch hierüber vom Jahre 1862 (Galv. 2, Bd. II, S. 565) zu kennen. Er hat indefs nachträglich die grofse Freundlichkeit gehabt, durch eine, seiner vollständigen Abhandlung (*Phil. Trans. Vol. CLXIV, pt. II, p.* 529) vorgedruckte Notiz die Priorität meiner Beobachtungen zu constatiren.

IV. *Ueber doppelbrechende Granaten;*
von Dr. Arthur Wichmann in Leipzig.

Schon seit längerer Zeit ist die Thatsache bekannt, dafs eine Anzahl, dem regulären System zugehöriger Mineralien hinsichtlich ihrer optischen Eigenschaften Abweichungen wahrnehmen lassen. Als solche sind bis jetzt bekannt der Boracit, Analcim, Alaun, Diamant und Senarmontit. Das den anisotropen Körpern analoge Verhalten derselben im polarisirten Licht hat man auf verschiedene Ursachen zurückzuführen gesucht, wie beim Alaun und Diamant auf Spannungsverhältnisse, beim Senarmontit auf eingewachsene Lamellen einer fremden Substanz, beim Boracit auf Umwandlung, und beim Analcim auf Lamellarpolarisation[1]).

Im Jahre 1867 beobachtete nun Des Cloizeaux, dafs auch der Grofsular sich nicht isotrop verhält und macht darüber folgende Mittheilung[2]).

Granat grossulaire. Les cristaux verdâtres de Wilsui montrent dans la lumière polarisée parallèle, une marqueterie composée d'une multitude de pièces, colorées de teintes très-variées, mais arrivant toutes à l'extinction dans le même azimut. Dans la lumière convergente, certaines plages laissent voir une large bande noire qui peut devenir une courbe rappelant vaguement l'hyperbole de l'un des systèmes d'anneaux d'une substance biréfringente à deux axes."

Leider macht dieser treffliche Forscher nicht den geringsten Versuch zur Deutung dieses merkwürdigen Phä-

1) Rosenbusch, Physiographie S. 72, Strafsburg 1873.

2) *Nouvelles recherches sur les propriétés optiques des cristeaux etc. Paris* 1867, *p.* 8.

nomens und desgleichen Rosenbusch[1]), der lediglich von dieser Notiz Mittheilung macht.

Merkwürdige optische Verhältnisse, die ich bei einigen der sogenannten derben Granaten vorfand, veranlaſsten mich in Bezug auf die angeführte Beobachtung von Des Cloizeaux, auch den Groſsular einer eingehenden Untersuchung zu unterziehen. Zu diesem Behufe wurde von einem Krystall, Rhombendodekaëder, ein Dünnschliff angefertigt, der zunächst im Nörremberg'schen Polarisationsapparat betrachtet ward. Von allen den von Des Cloizeaux geschilderten Erscheinungen war aber durchaus Nichts zu bemerken, der Groſsular verhielt sich absolut isotrop. Sodann wurde der Dünnschliff unter dem Mikroskop einer Betrachtung unterzogen. Hierbei stellte sich heraus, daſs in der fast farblos erscheinenden Substanz mannigfache lebhaft polarisirende Körper sich vorfinden, deren mineralogische Natur jedoch nicht ohne Weiteres festzustellen ist. Die Granatsubstanz selbst verhielt sich bei gekreuzten Nicols in der Weise, daſs an der Stelle, wo ein schalenförmiger Aufbau sich zu erkennen gab, Polarisationsfarben hervortraten und zwar zeigten die Lamellen abwechselnd ein helleres oder dunkleres Graublau. Wo die Zonen fehlten, wurde die Substanz vollkommen dunkel. — Wenngleich diese Thatsachen mit den Beobachtungen von Des Cloizeaux auch nicht übereinstimmen, so soll die Richtigkeit der letzteren doch in keiner Weise angezweifelt werden, da es mir gelang, wirklich doppelbrechende und demnach lebhaft polarisirende Granaten nachzuweisen und werde ich weiter unten auf die Bemerkungen von Des Cloizeaux zurückkommen. Es sey mir noch an diesem Orte gestattet zu bemerken, daſs die bei einer gekreuzten Stellung des Nicols beim Groſsular auftretenden Polarisationsfarben wohl ohne Schwierigkeit auf Lamellarpolarisation zurückzuführen sind.

Mikroskopische Untersuchungen von Dünnschliffen des derben Granats (Allochroit) ergaben, daſs in Bezug auf

1) a. a. O. S. 164.

Structur und Ausbildung sich mannigfache Verschiedenheiten zeigten. Die Granatsubstanz ist in folgender Weise ausgebildet.

A) Die Substanz zerfällt nicht in einzelne Individuen.

B) Die Substanz zerfällt in einzelne Individuen.

α) Die Substanz ist in Gestalt unregelmäſsig begränzter Körner ausgebildet.

β) Die Substanz ist in Gestalt wohlbegränzter Krystalle ausgebildet.

Diese Eintheilung ergiebt sich aus der Untersuchung ohne Weiteres von selbst. Die unter *B* angeführten Ausbildungsweisen kommen häufig gemeinsam vor.

Die derben Granaten von Wierum bei Drammen in Norwegen, aus dem Pfitschthal in Tyrol, von Bayreuth usw., welche dem unbewaffneten Auge schon vollkommen „dicht" erscheinen, zeigen mikroskopisch dasselbe Verhältniſs. Man gewahrt eine durchaus gleichmäſsige nicht individualisirte Substanz. Auch die graue und braune Färbung, welche ihnen eigen ist, erscheint nicht durch individualisirte interponirte Mineral-Elemente hervorgerufen, sondern dieselbe ist gleichmäſsig durch die ganze Masse vertheilt. In optischer Beziehung erweist sich die Granatsubstanz als vollkommen isotrop.

Eine eigenthümliche Ausnahme von den oben angeführten Vorkommnissen macht der sogenannte dichte Granat von Wurlitz bei Hof. Hier zerfällt die Substanz im polarisirten Licht in ein Aggregat unregelmäſsig begränzter Körner, die zum Theil verzwillingt zu seyn scheinen und eine mattblaugraue Färbung annehmen, während im zerstreuten Licht die Masse als nicht individualisirt erscheint, was bei den unter *B* α angeführten derben Granaten niemals der Fall ist. Es wird in diesem Falle wohl zunächst die Vermuthung nahe gelegt, daſs man es hier mit einem „derben Vesuvian" zu thun habe, und in der That führen

einige dieser Vorkommnisse in dem hiesigen Museum alte Etiquetten mit der Bezeichnung „derber Vesuvian“. Wer jedoch jemals den Vesuvian mit Inbegriff seiner Varietäten im Dünnschliff bei gekreuzten Nicols einer Betrachtung unterzogen hat, wird bemerkt haben, daſs der letztere bei gleicher Dicke der Schliffe ungleich stärker und lebhafter auf das polarisirte Licht reagirt. Aus diesem Grunde möchte es überhaupt zweifelhaft erscheinen, ob das Vorkommniſs von Wurlitz dem Granat resp. Vesuvian angehört, zumal eine chemische Analyse noch nicht ausgeführt zu seyn scheint.

So wenig Interesse die soeben besprochenen Granatvorkommnisse im groſsen Ganzen für sich in Anspruch nehmen, desto mehr Aufmerksamkeit verdienen die unter *B* angeführten.

Besonders sind Berggieſshübel und der Teufelstein bei Schwarzenberg Lokalitäten (beide in Sachsen gelegen), welche hauptsächlich Berücksichtigung verdienen. Dünnschliffe dieser Vorkommnisse weisen, unter dem Mikroskop betrachtet, mancherlei Verschiedenheiten auf. Das zu beobachtende Verhältniſs ist im Allgemeinen das, dass dort wo eine Zwischensubstanz (Kalkspath oder Quarz) vorhanden ist, der Granat sehr geneigt ist, in deutlichen Krystallen sich auszubilden (namentlich ist dies im Granat von Berggieſshübel der Fall), während wo diese fehlt sich unregelmäſsig begränzte Körner dicht an einander lagern. Es kommen jedoch auch Fälle vor, wo derartige Körner innerhalb des Quarzes oder Kalkspathes liegen.

Die Krystalle sind meist sehr regelmäſsig ausgebildet und zwar liefern ihre Durchschnitte in der Regel Sechsecke, doch kommen auch Quadrate vor. Hinsichtlich ihrer Structur zeigen sie stets einen deutlich schalenförmigen Aufbau, der oft in so schöner Weise auftritt, wie Fig. 9, Taf. V darstellt. Wie man auf den ersten Blick gewahrt, bestehen die Krystallschalen aus derselben Substanz wie der Kern selbst. Bei Anwendung des polarisirten Lichts ist eine prächtige Erscheinung ersichtlich.

Der innere Krystallkern wird nämlich vollkommen dunkel, während die angränzenden Lamellen die lebhaftesten Farben gewahren lassen. Die Erscheinung ist fast zu vergleichen mit der, welche die Plagioklase bei gekreuzten Nicols zu liefern im Stande sind. Als eine besondere Merkwürdigkeit dieses Phänomens ist noch die zu bezeichnen, dafs je zwei sich gegenüberliegende Lamellensysteme z. B. Fig. 9, Taf. V *a* und *a'* bei jeder Drehung des oberen Nicols gleiche Polarisationsfarben gewahren lassen.

Wie bereits erwähnt, ist der Eindruck stets der, dafs diese polarisirenden Krystallschalen ebenfalls aus Granatsubstanz bestehen und dafs dies wirklich der Fall ist, dafür liegen die ausgesprochensten Beweise vor. Es zeigen nämlich verschiedentlich auch die unregelmäfsig begränzten Körner einen Ansatz zu einer derartigen Structur, wie dies in Fig. 10, Taf. V ersichtlich ist. Bei gekreuzten Nicols wird das Granatkorn vollkommen dunkel, nur die auch schon im zerstreuten Licht hervortretenden Lamellen leuchten in abwechselnd blauen und gelben Farben hervor. Ferner ersieht man in Fig. 11, Taf. V, wie der Granat einen Versuch zum Auskrystallisiren gemacht hat, der Krystall hat sich aber nur rudimentär entwickelt. Wo der Kantenwinkel zum Vorschein kommt, ist auch die Schalenbildung vor sich gegangen. Bei gekreuzten Nicols treten auch hier Polarisationsfarben hervor. Aus diesen angeführten Thatsachen darf man wohl mit Recht schliefsen, dafs die Substanz der Krystallschalen mit derjenigen des Kernes identisch ist.

Eine genügende Erklärung für diese Erscheinung zu liefern war mir nicht möglich. Können wir auch das besprochene Phänomen beim Grofsular ohne Schwierigkeit durch die Lamellarpolarisation erklären, so mufs in diesem Falle doch gewifs noch ein Factor hinzutreten, schon allein um eine derartige Intensität der Erscheinung zu verursachen. Machte hier ferner lediglich die Lamellarpolarisation ihre Wirkung geltend, so müfste jede Krystallschale, die den innern Kern begränzt, *dieselbe* Polarisationsfarbe

zeigen, also z. B. die Lamellen 1, 2, 3, 4, 5 Fig. 9, Taf. V. Das ist also nicht der Fall. Eine solche Krystallschale zerfällt in eine Anzahl verschieden gefärbter Lamellen, von denen z. B. 1 und 4, 6 und 3, 2 und 5 gleiche Polarisationsfarben erkennen lassen.

Bei den bisher betrachteten „derben Granaten" hatte sich der Granatkern selbst stets als ein einfach brechender Körper erwiesen. Es treten jedoch auch Fälle ein, wo sich dieselben in optischer Beziehung als wirklich doppelbrechend zu erkennen geben. In einem Dünnschliff des „derben Granats" von Berggiefshübel wurden drei vollständig ausgebildete Krystalle gewahrt, während die übrige Masse aus unregelmäfsig begränzten Körnern sich darstellte. Die ersteren zeigten wiederum einen schalenförmigen Aufbau, aber nicht in so schöner Weise, wie die früher erwähnten, sondern nur wenige Krystallschalen waren zu bemerken. Desto stärker entwickelt war jedoch der Krystallkern. Bei der Betrachtung unter dem Mikroskop zwischen gekreuzten Nicols stellt sich nun die Erscheinung dar, dafs der Granatschnitt in 6 Felder, die durch verschiedene Polarisationsfarben begränzt sind, zerfällt. (Fig. 12, Taf. V.) Jedoch wiesen nicht alle Felder unter einander verschiedene Farben auf, sondern je zwei gegenüberliegende (*a* und *a'*, *b* und *b'* usw.) zeigten gleichmäfsige Färbung, die sich auch mit jeder Drehung eines Nicols gleichmäfsig veränderte. Dafs die Krystallschalen desgleichen auf das polarisirte Licht reagirten, bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung.

Fragt man nun nach der Ursache dieses so auffälligen Phänomens, so wird man zur Erklärung derselben auf möglichst analoge Fälle zurückzugreifen suchen. Unter allen regulären Mineralien, die Doppelbrechungserscheinungen gewahren lassen, ist es nur der Boracit, der hier event. in Betracht gezogen werden könnte.

Volger[1]) beschreibt bei dem letztgenannten Mineral eine von den Rhombendodekaëderflächen ausgehende Um-

1) Pogg. Ann. Bd. 92, 1854, S. 77.

wandlung, die gleichmäſsig gegen das Innere fortschreitet. Hierbei wird der Boracit in ein Aggregat farbloser, bündelartig sich vereinigender Fasern (Parasit) verwandelt. Wäre dem so bei besagtem Granat, so würde eine einfache Erklärung für die Entstehung der im polarisirten Licht erscheinenden und durch verschiedene Farben begränzten Sextanten gefunden. Hier verhält sichdie Sache jedoch gerade umgekehrt. Allerdings sind die zur Untersuchung hier vorliegenden Granaten umgewandelt, aber gerade das Umwandlungsproduct ist es, welches die Erscheinung beeinträchtigt. Nicht allein daſs einzelne Partien trübe werden, sondern der Granat ist bereits in einem Falle so weit der Zersetzung anheimgefallen, daſs sich bei gekreuzten Nicols nur ein Bild darstellt, wie es Fig. 13, Taf. V wiedergiebt. So vermag ich denn mit Bestimmtheit zu constatiren, daſs die Umwandlung mit der beregten Erscheinung in keinem ursächlichen Zusammenhange steht. Eine genügende Erklärung über diese Doppelbrechungserscheinungen wird wohl schwer zu liefern seyn, doch will ich nicht unterlassen, noch auf einen Punkt aufmerksam zu machen. Man gewahrt zuweilen (jedoch nicht in den hier besprochenen Vorkommnissen), daſs Granaten Einschlüsse führen, die vom Centrum ausgehend, in die Ecken verlaufen und so einen Krystalldurchschnitt in 6 Felder theilen. Es weist dies entschieden auf einen concentrisch-radialen Aufbau der Krystalle hin. Sollten vielleicht bei einer derartigen Krystallbildung gewisse Spannungsverhältnisse obgewaltet haben, die jetzt jene Erscheinungen hervorzurufen im Stande gewesen sind?

Schalenförmig aufgebaute Granaten sind mikroskopisch bereits früher schon von Zirkel[1]) und Rosenbusch[2]) wahrgenommen worden. Die Angaben dieser beiden Forscher, daſs Granaten, die als Gemengtheil von Gesteinen auftreten, nie irgendwelche doppelbrechende Eigenschaften wahrnehmen lassen, ist lediglich zu bestätigen. — Vor

1) Z. d. d. g. G. 1868, S. 150.

2) Physiographie S. 164.

kurzer Zeit erhielt ich noch durch die Güte des Hrn. Professor Zirkel Kenntnifs von einem Granatvorkommnifs, das den schalenförmigen Aufbau in so schöner Weise zeigte, wie das in Fig. 9, Taf. V abgebildete von Berggiefshübel. Dieses Vorkommnifs stammt von Cottonwood Cañon im Wahsatsch-Gebirge, N. A., und machen hier die so beschaffenen Granaten einen Hauptgemengtheil des noch aus Quarz und Epidot bestehenden Gesteines aus. Aber auch hier bestätigt sich die vorhin citirte Beobachtung, dafs das polarisirte Licht keine Farbenerscheinungen hervorzurufen im Stande ist.

Am Schlufs dieser Beobachtungen gestatte ich mir noch einige Bemerkungen über den Kolophonit, denn gerade dieses Mineral gab den Anstofs zu den vorhergegangenen Untersuchungen. Es war bereits Breithaupt[1]), der auf die zweifelhafte Granatnatur des Kolophonits hinwies und den gröfsten Theil des letztgenannten Minerals zu dem Vesuvian als Idocrasius retinophanus stellte und zugleich nachwies, dafs ein kleiner Theil des als Kolophonit bezeichneten Minerals Granat und Pyroxen sey. Ferner erklärt Rammelsberg[2]) dafs ein Theil der Kolophonite dem Vesuvian zuzuzählen sey. Trotz des Ausspruches zweier so trefflicher Forscher finden sich auf den heutigen Tag die Kolophonite in wohl allen Sammlungen dem Granat beigesellt; worüber übrigens s. Z. auch schon Breithaupt klagte.

Bekanntlich kommt der echte typische Kolophonit in körnigen Kalken bei Arendal in Norwegen vor und ist gerade nach seinen äufseren Eigenschaften dieses Vorkommnifs so benannt worden. Im Dünnschliff zeigt sich der Kolophonit unter dem Mikroskop frei von Einschlüssen und ist gelblich grün, oft bräunlich gefärbt. Die zwischen den einzelnen Körnern befindliche Masse stellt sich als Kalkspath dar. Stimmt nun schon die Farbe des Kolophonits nicht mit der des Granats überein, so zeigt sich

1) Handbuch der Mineralogie 1847, Bd. III, S. 653.

2) Handbuch der Mineralchemie 2. Aufl. S. 694.

der erstere bei gekreuzten Nicols als ein entschieden doppelbrechender Körper, indem lebhafte Polarisationsfarben zu Tage treten. Die ganze Art und Weise dieser Erscheinung steht nicht in dem geringsten Zusammenhang mit der bei den derben Granaten und beim Grofsular beobachteten. Aus diesem Grunde wird man denn auch ohne Fehler den Kolophonit künftig dem Vesuvian unterordnen können.

Das Gesagte gilt jedoch nur für den echten typischen Kolophonit, dagegen konnten die Vorkommnisse von Escurial, Breitenbrunn i. S., u. s. w. und einige auch von Arendal ihre Granatnatur nicht verleugnen. Aber diese führen den Namen Kolophonit eigentlich mit Unrecht, denn sie besitzen nicht das eigenthümliche kolophoniumartige Aussehen und sind meist von entschieden rother Farbe. Es möchte deshalb wohl angemessener erscheinen, die letztgenannten Vorkommnisse, als „derben" resp. „körnigen Granate" und den Kolophonit ganz analog dem Egeran als Varietät des Vesuvians zu bezeichnen.

V. *Ueber eine aus 3240 Elementen bestehende Chlorsilberbatterie; von HH. Warren de la Rue und H. W. Müller.*

(*Compt. rend. T. LXXXI, p.* 686.)

Im Jahre 1868 hatten wir die Ehre, der Akademie eine constante Chlorsilber-Batterie vorzulegen, die in den *Compt. rend.* jenes Jahres (*T.* LXVII, *p.* 794) beschrieben[1]): Seit der Zeit hat diese Batterie, modificirt von uns und Hrn. Gaiffe eine ausgedehnte Anwendung in der The-

1) Siehe die kurze Notiz in dies. Ann. (1868) Bd. 135, S. 496, wo auch auf die von Dr. Pincus erfundene Chlorsilberbatterie hingewiesen ist.

rapie gefunden. Andere wichtige Bestimmungen haben uns mehre Jahre lang verhindert unsere Untersuchungen fortzusetzen; allein neuerlich haben wir sie mit einer beträchtlichen Zahl von Elementen wieder aufgenommen. Einige der von uns erlangten Resultate scheinen ein hinreichendes Interesse darzubieten, um die heutige Mittheilung zu rechtfertigen.

Die in dem *Comp. rend.* beschriebene Batterie mufste abgeändert werden, um aus mehren Gründen die Anwendung einer bedeutenden Anzahl von Elementen zu gestatten. Für eine mehre Monate lange Reihe von Versuchen wurde es nöthig, die Verdampfung des Wassers durch Verschlufs der Röhren zu verhindern; und überdiefs ist bei offenen Röhren die Isolation niemals genügend, besonders wenn man die Zahl der Elemente über einige Hunderte erhöht.

Die Batterie, die wir neuerdings anwandten, besteht einerseits aus 1080 Elementen, jedes gebildet von einer 15,23 Ctm. langen Glasröhre, und andererseits aus 2160 Elementen, gebildet von nur 12,75 Ctm. langen Glasröhren. Diese 3240 Röhren haben einen Durchmesser von 1,9 Ctm. und sind verschlossen durch einen Stöpsel von vulkanisirtem Kautschuk, der gegen den Rand hin durchbohrt ist, um einen 0,48 Ctm. dicken Stab von amalgamirtem Zink durchzulassen, der für die ersten 1080 Elemente 10,43 Ctm. und für die übrigen 2160 Elemente 7,93 Ctm. lang ist. Am Boden jeder Röhre befinden sich 14,59 Grm. gepulvertes Chlorsilber, welches man mittelst eines langhalsigen Silbertrichters einfüllt und mit einem Holzstab zusammenstampft, nachdem man zuvor einen abgeplatteten Silberdraht bis zum Boden hinabgeführt hat; dieser Draht ist 0,16 Ctm. dick und je nach den Röhren 20,32 Ctm. und 17,5 Ctm. lang. Oberhalb des Chlorsilbers, bis zu dem Punkt, wo sie aus dem Kautschukstöpsel hervortreten, sind diese Silberdrähte bekleidet mit mehreren Windungen eines dünnen Guttaperchablattes, um sie zu isoliren und vor der Wirkung des Schwefels im Kautschuk zu schützen.

Der Silberdraht einer jeden Röhre ist mit dem Zinkstab der benachbarten verbunden durch eins der folgenden Mittel, von denen das letztere den Vorzug verdient. Bei den ersten 1080 Elementen ist der Contact bewerkstelligt durch eine kurze Röhre von vulkanisirtem Kautschuk, welche auf dem Zinkstab sitzt und von dem Silberdraht durchsetzt wird; bei den letzten 2160 steckt der Silberdraht in einem Loch des Zinkstabes und wird darin durch einen konischen Pflock von Messing festgeklemmt.

Je 20 dieser Röhren stehen in einer Eprouvetten-Hürde mit vier kurzen Ebonitfüſsen, und so bilden die 1080 Elemente 6 Reihen in einem Kasten von 78,74 Ctm. Länge und eben der Breite und Höhe. Oben ist dieser Kasten mit Ebonit bedeckt, zur Erleichterung der Manipulationen mit dem Apparat, der somit wie auf einem Tische steht. Zur vollständigen Isolation ruhen die Füſse dieses Kastens auf 2 Ctm. dicken Ebonitplatten.

Wir haben gefunden, daſs die elektromotorische Kraft dieser Batterie sich zu der der Daniell'schen wie 1,03 zu 1 verhält. Der Widerstand der ersten Elemente ist beinahe um 50 auf 100 höher als der der 2160 letzteren. Der mittlere innere Widerstand der 3240 Elemente zu einer Reihe geordnet, ist, nach dem Verfahren von Mance bestimmt, 38,5 Ohms für jedes Element. Die ersten 1080 wurden geladen mit einer Lösung von 25 Grm. Kochsalz in einem Liter Wasser, die 2160 anderen mit einer von 23 Grm. Salmiak in einem Liter Wasser. Das letztere Salz bietet einen geringeren Widerstand dar, und ist auch deshalb vorzuziehen, weil es keinen Niederschlag von Zinksalz veranlaſst, was mit Kochsalz der Fall ist.

Die Batterie entwickelt 214 Cubikcentimeter Knallgas pro Minute, sobald der Strom eine Mischung von 1 Vol. Schwefelsäure und 8 Vol. Wasser in einem Voltameter mit einem Widerstand von 11 Ohms durchstreicht.

Die Schlagweite der Batterie zwischen kupfernen Elektroden, einer Spitze und einer ebenen Fläche, beträgt in Luft bei 1080 Elementen, geladen mit Kochsalz 0,096 bis

0,1 Millimeter, fügt man 1081 Elemente, geladen mit Salmiak hinzu, steigt sie auf 0,629 Millimeter und wenn man noch 1080 Elemente, geladen mit Salmiak, hinzusetzt, auf 1,468 bis 1,778 Millimeter. Diese Zahlen geben im Durchschnitt

I.	1080 Elemente	0,098 Mm.
II.	2160 „	0,629 „
III.	3240 „	1,623 „

Die Resultate II. und III. stehen fast im Verhältniſs 4 : 9 oder im directen quadratischen Verhältniſs der hintereinander gereihten Elemente. Da die Messungen etwas schwierig sind, wenn man die Schlagweite für bloſs 1000 Elemente bestimmen will, so lieſsen wir ein genaueres Instrument als das bis dahin angewandte verfertigen, um die Versuche zu wiederholen; indeſs können die obigen Zahlen als sehr nahe richtig betrachtet werden. Um die Schlagweite zu bestimmen, stellt man die Elektroden in einen etwas gröſseren Abstand als der Strom durchspringen kann und nähert sie dann allmählig. Bei jeder Annäherung verbindet man die Kupferelektroden mit der Batterie durch einen Morse'schen Doppelschlüssel. Sowie der Funke übergesprungen ist, liest man den Index des Mikrometers ab; dann wird der Meſsapparat abgelöst und mit einer Batterie von bloſs 10 Elementen verbunden, die ihrerseits mit einem Galvanometer verknüpft ist. Nun nähert man abermals die Elektroden bis die Bewegung der Nadel anzeigt, daſs Contact zwischen ihnen stattfindet, worauf man abermals das Mikrometer abliest. Der Unterschied der gefundenen Zahlen giebt die gesuchte Schlagweite.

In zwei Monaten werden wir eine neue Batterie von 2160 Elementen haben, mit Chlorsilber in Form von Stäben, die um Silberdrähte gegossen sind, wie bei unserer 1868 beschriebenen Batterie. Die Röhren, welche die Elemente enthalten, haben 2,54 Ctm. im Durchmesser und 14 Ctm. in der Länge. Sie sind durch Pfropfen von Paraffin verschlossen, welche die Silberdrähte nicht angreifen

und besser isoliren als die von vulkanisirtem Kautschuk. Da geblasene Röhren von ungleichem Durchmesser sind, so ist es gut die Pfropfen von vierlei Gröfsen zu haben, weil sie nicht elastisch sind, wie die von Kautschuk. Die Chlorsilberstäbe sind eingeschlossen in unten und oben offene Röhren von vegetabilischem Pergament, um den Contact derselben mit den Zinkstäben zu verhüten. Es ist nicht nöthig, die Silberdrähte mit Guttapercha zu bekleiden, weil die Pergamentröhren jeden Contact mit dem Zink verhindern. Der innere Widerstand der so construirten Batterie beträgt nur 2 bis 3 Ohms pro Element, je nach dem Abstand der Chlorsilberstäbe von den Zinkstäben. Sie entwickelt 3 bis 4,5 Cubikcentimeter Knallgas pro Minute in einem Voltameter, dessen Widerstand 11 Ohms beträgt. Die Wirkung beider Batterieformen ist merkwürdig constant; die erstere von 1080 functionirt seit November 1874 und giebt jetzt (October 1875) sehr nahe dieselbe Gasmenge in dem Voltameter. Die Menge des angewandten Chlorsilbers ist gleichwerthig 1600 Cubikctm. Knallgas. Die Batterie kann also lange Zeit zu Versuchen mit Geifsler'schen Röhren gebraucht werden.

VI. *Versuche mit der vorhin beschriebenen Chlorsilberbatterie an Geifsler'schen Röhren; von Hrn. W. de la Rue und H. W. Müller.*

(*Compt. rend. T. LXXXI, p.* 746.)

Der Strom der in unserer früheren Mittheilung beschriebenen Batterie von 3240 Elementen geht durch die meisten der zu Spectralanalysen dienenden Haarröhrchen und giebt dabei ein aufserordentlich glänzendes Licht, selbst in Röhren mit verschlossenen Kugelröhren von 6 Decimeter Länge; allein dies ist die Gränze der Kraft von 3240 Ele-

menten. In Röhren von 2,54 Ctm. Durchmesser durchläuft der Strom einen Abstand von 81 Ctm. zwischen den Polen mit Leichtigkeit. Die Batterie giebt eine viel gröſsere Elektricitätsmenge als es bedarf, weſshalb Vorsichtsmaaſsregeln nöthig sind, das Schmelzen der Pole zu verhüten. Wenn wir die 2160 Stangen-Elemente vereinigt haben werden mit den 3240, die schon in Thätigkeit sind, wird wahrscheinlich die Schlagweite auf 4,5 bis 5,0 Mm. steigen; wir hoffen, daſs die Spannung dieser 5400 Elemente hinreichend seyn werde, alle Geiſsler'schen Röhren zu durchdringen.

Für die Versuche mit den Geiſsler'schen Röhren schalteten wir regulirbare Widerstände in den Strom ein, was für die uns beschäftigenden Studien nöthig ist. Die Apparate bestanden aus umgekehrten Heberröhren von 12,5 bis 2,5 Mm. Durchmesser, die entweder destillirtes Wasser oder ein Gemisch von Glycerin und destillirtem Wasser zu gleichem Volum enthielten. Ein Platindraht ging in jeden Fuſs der Heberröhre und diese Drähte konnten einander genähert werden, um den verlangten Widerstand zu erreichen. Die Röhren sind auſserhalb graduirt, um die in den Strom eingeschalteten Widerstände schätzen zu können. Sie stiegen in einigen Fällen bis auf einige Millionen Ohms.

Zuweilen gebrauchten wir einen Widerstandsapparat, bestehend aus einer Stange Selens, die in einer Glasröhre enthalten war und von der ein Theil im Sinne der Länge fortgenommen werden konnte, um den Contact mit einem Leiter zu bewerkstelligen, den man bald vor, bald zurückschob, um von der Selenstange mehr oder weniger in den Strom zu bringen. Endlich hatten wir einen Apparat mit gezahntem Rade, durch welchen wir den Strom bis zu 1800 Mal in der Secunde unterbrechen konnten, was uns erlaubte, den continuirlichen Strom mit dem intermittirenden in derselben Röhre augenblicklich zu vergleichen.

Jede Röhre wurde einzeln untersucht und vorläufigen Versuchen unterworfen, die den Zweck hatten, die elek-

trische Entladung so zu reguliren, daſs man die verschiedenen beabsichtigten Erscheinungen nach Belieben hervorbringen konnte.

In mehreren, vielleicht in allen Fällen konnte man durch allmählige Einschaltung eines zweckmäſsigen Widerstandes die Schichtung so permanent machen, daſs sie sich photographiren lieſs und somit ein dauerhaftes Bild von der Erscheinung gab (die Verfasser legten der Akademie vier solcher Photographien vor).

Beim Hindurchleiten des Stroms der Batterie durch Röhren geschieht es sehr oft, daſs die Entladung durch so rasche Pulsationen steigt, daſs man die Schichtungen nicht mehr wahrnehmen kann, obwohl sie in einem bewegten Spiegel durch Reflexion erkennbar sind. Aeuſserst interessant ist es, den Einfluſs der allmähligen Einschaltung eines Widerstandes zu beobachten. In einem gewissen Augenblick wird die Bewegung der Schichtungen regelmäſsiger, bald in dem einen, bald in dem anderen Sinne, je nachdem man den Abstand zwischen den Polen des Widerstandsapparates vergröſsert oder verringert. Im Allgemeinen kann man durch einen hinreichenden Widerstand zu unbeweglichen Schichtungen gelangen; indeſs werden sie durch Vermehrung des Widerstandes verworren und abermals in Bewegung gesetzt; fährt man aber mit der Vergröſserung des Widerstandes fort, so gelangt man dahin, sie wiederum unbeweglich zu machen.

Klar ist, daſs man, um sich Rechenschaft zu geben von den Ursachen der Bildung und Abänderung der Schichtungen, den inneren Widerstand der Röhren und der Batterie, so wie den eingeschalteten äuſseren kennen muſs. Um diese Data zu erlangen, construirten wir einen speciellen Widerstandsapparat, dessen Windungen so gut isolirt waren, um bei den von uns angewandten Batterien von hoher Spannung Widerstände messen zu können. Dieser Apparat hat Widerstände, die von Million zu Million Ohms graduirt sind; mit demselben war es leicht, die Widerstände der Röhren und des flüssigen Wider-

standsapparates zu messen, und mehrere Millionen Ohms in den Strom einzuschalten.

Bei einer anderen Gelegenheit werden wir gewisse, sehr sonderbare und lehrreiche Inductionsresultate, die wir mit diesen Strömen von hoher Spannung erhielten, mittheilen. Wir begnügen uns zu sagen, daſs wir bei einem unserer Versuche, einen Inductionsstrom in einem secundären Draht erhalten haben, während in dem primären Draht der Strom anscheinend ohne Unterbrechung ging; primärer und secundärer Draht waren von Kupfer und hatten gleichen Durchmesser (1,6 Mm.) und Länge (*largeur*), sie waren mit Guttaperchaschichten von 0,8 Mm. Dicke bekleidet und neben einander auf zwei Spillen gewickelt, von denen jede zwei 320 Meter lange Drähte trug. Wir müssen indeſs hinzufügen, daſs, als wir am Abend der Abreise des einen von uns, diese Versuche wiederholten, wir nicht dasselbe Resultat erhielten, obwohl es nicht möglich war, uns über die Wirklichkeit der erhaltenen Resultate zu täuschen, da der secundäre Strom viel glänzendere Entladungen in den Geiſsler'schen Röhren hervorgebracht hatte als der primäre und eine doppelt so groſse Schlagweite als letzterer. Diese Versuche müssen demnach wiederholt und vervollständigt werden.

VII. *Ueber ein neues Polariskop; von Prof. W. G. Adams.*

(*Philos. Mag.* 1875, Juli S. 13. — Gelesen in der zu London neu gegründeten *Physical Society.*)

Beim Ersinnen dieses Instruments hatte man hauptsächlich im Auge:

1) Ein ausgedehntes Gesichtsfeld zu erhalten,
2) Die Ringe und die Winkel zwischen den optischen Axen zweiaxiger Krystalle zu messen.

3) Den Krystall in eine Flüssigkeit tauchen zu können, wenn die Axen zu weit auseinander weichen, um in Luft gesehen zu werden.

Diese Vortheile wurden erlangt durch Abänderung der Lagen und Brennweiten der gewöhnlich in den Polariskopen angewandten Linsen, so daſs die Ringe am besten gesehen werden, wenn ein Raum von 1,25 Zoll zwischen den beiden Linsen, einer auf jeder Seite des Krystalles, ist. In diesen Raum wird ein centrales Stück gebracht, bestehend aus einer runden Büchse mit tief plan-convexen Linsen, befestigt die eine am Boden und die andere an der Decke der Büchse, und zwar in solcher Lage, daſs ihre krummen Flächen ein gemeinschaftliches Krümmungscentrum haben, mit ihren flachen Flächen gegen einander gekehrt und den Krystall zwischen sich einschlieſsend. Die Büchse ist drehbar um eine durch das gemeinschaftliche Krümmungscentrum gehende Axe.

Form und Lage des Spiegels und der Linsen des Polariskops.

A Fig. 12, Taf. II ist ein Hohlspiegel von etwa 1,5 Zoll im Durchmesser, wie er gewöhnlich zum Beleuchten bei Mikroskopen angewandt und gefaſst wird. Eine biconcave Linse, einen Zoll im Durchmesser, ist so angebracht, daſs ihr Brennpunkt mit dem Hauptbrennpunkt des Spiegels zusammenfällt. Die von dem Spiegel herkommenden Strahlen werden also nach dem Durchgange durch die Linse parallel seyn. Um die Aberration soviel wie möglich zu vermindern, muſs der Krümmungsradius der Vorderseite der Linse etwa das Sechsfache des Radius der Hinterseite seyn. Die parallelen Strahlen fallen dann auf einen Turmalin oder anderen Polarisator *C*, dessen Durchmesser nahe dem der Linse gleich seyn muſs. Sie fallen dann auf eine biconvexe gekreuzte (*crossed*) Linse *D*, deren Vorderseite die gröſsere Krümmung besitzt, um die Aberration möglichst zu verringern. Diese Linse hat einen Zoll Durchmesser und 1,25 Brennweite.

In 0,25 Zoll Abstand von dieser Linse befindet sich

eine planconvexe Linse *E* von 0,8 Zoll Durchmesser und 1 Zoll Brennweite.

Die drei Linsen *B*, *D*, *E* können *eine* Fassung haben. Bei der obigen Anordnung werden Strahlen, die vor dem Einfall auf den Spiegel parallel sind, in einem Brennpunkt vereinigt, der anderthalb Zoll von der letzten Linse *E* entfernt ist. Die Strahlen fallen nun auf ein centrales Stück *MN*, bestehend aus zwei planconvexen Linsen, welche beinahe halbkugelig sind und den Krystall zwischen sich fassen; die erste dieser Linsen *M* ist 5 Mm. dick und der Radius ihrer Kugelfläche ist 6,4 Mm. oder 0,25 Zoll. Die andere Linse *N* ist 7 Mm. dick und der Radius ihrer Kugelfläche beträgt 9,6 Mm. oder 0,375 Zoll. Diese Linsen müssen so gestellt seyn, dafs die beiden Krümmungscentra genau in denselben Punkt *O* fallen. Der Abstand zwischen ihnen beträgt 4 Mm., welches nahezu die Dicke der meisten Krystallplatten ist. Wenn, statt *M* und *N*, Linsen von derselben Krümmung, aber der Dicke respective von 4,5 und 6,5 Mm. gebraucht werden, so werden sie eine Breite von 5 Mm. zwischen sich haben, falls sie in der besten Lage sind. Das centrale Stück mufs so gestellt werden, dafs *O*, das Krümmungscentrum der beiden krummen Flächen der Linsen, zusammenfällt mit dem Brennpunkt, gegen welchen die Strahlen convergiren, nachdem sie aus dem ersten Linsensystem herauskommen. Die Strahlen werden dann durch dieses centrale Stück ohne Aenderung ihrer Richtung hindurchgehen, da der Krystall das Licht fast in demselben Grade wie das Glas bricht, und das Licht wird hindurchgehen, wie wenn es durch den Mittelpunkt einer Glaskugel ginge.

Nach dem Durchgang durch dieses centrale Stück divergiren die Strahlen von dem gemeinschaftlichen Krümmungscentrum und fallen auf eine planconvexe Linse *F*, einen Zoll im Durchmesser und etwa $\frac{5}{8}$ Zoll vom gemeinschaftlichen Krümmungscentrum entfernt. Die Brennweite mufs 1,25 Zoll seyn. Einen halben Zoll von dieser Linse entfernt befindet sich eine andere *G*, von 1,5 Durchmesser und

1,75 Zoll Brennweite, um die Strahlen wiederum parallel zu machen. Dann ist in drei Zoll Abstand eine Linse *H* angebracht, deren Brennweite etwas geringer als 3 Zoll ist, und deren Durchmesser 1,5 Zoll beträgt. Oberhalb derselben befindet sich der Nicol *KL* mit irgend einem anderen Apparat, z. B. dem schönen des Hrn. Spottiswoode zum Nachweise der Wirkung des Quarzes und anderer Krystalle auf polarisirtes Licht. In dem Hauptbrennpunkt der letzten Linse *H* mufs ein Fadenkreuz ausgespannt, und zu einer genauen Messung über dem Nicol eine einfache Linse oder ein Augenglas angebracht seyn. Die punktirten Linien in der Figur bezeichnen den Weg der Strahlen in dem Instrument.

Der Zweck der Auffangung des vom Spiegel kommenden Lichts mit einer biconcaven Linse, ist: Die Aberration und den daraus entspringenden Verlust an Licht zu verhüten; allein dies bedingt den Gebrauch einer grofsen Turmalinplatte. In den bisherigen Polariskopen wird diese Schwierigkeit dadurch umgangen, dafs man zwei convexe Linsen anwendet, welche die Strahlen zwingen, die Axe sehr nahe beim polarisirenden Turmalin zu kreuzen, und sie dann mittelst einer zweiten convexen Linse parallel macht. Das centrale Stück kann jedem Polariskop hinzugefügt werden, vorausgesetzt dafs hinreichender Raum zwischen den beiden Linsensystemen da sey, um den Krystall und die beiden Linsen *MN* hinein zu lassen und eine Bewegung um die durch das gemeinschaftliche Krümmungscentrum der Flächen dieser beiden Linsen gehenden Axe zu gestatten. Die beiden Theile *BCDE* und *FGH* müssen so angeordnet seyn, dafs, wenn der Krystall allein an seinem Orte *O* ist, die Ringe am besten gesehen werden; dann mufs der Krystall in die Büchse, zwischen den beiden Linsen *M* und *N*, unten und oben, gebracht werden. Diese Büchse wird getragen von zwei Drähten *P* und *Q*, welche eine durch *O* gehende Axe bilden, und sie mufs grofs genug seyn, um den den Krystall fassenden Kork aufzunehmen. Die Axe sitzt in einer Messing-

röhre, welche *ein* Stück mit einer anderen Messingröhre bildet, welche auf dem Stück *BCDE* sitzt. Eine halbkreisförmige, graduirte Messingscheibe ist auf der grofsen Messingröhre befestigt, um die Axe *P* als Centrum, und auf dieser Axe befindet sich ein Zeiger zum Ablesen des Winkels, um welchen die Axe gedreht worden ist. Wenn man die Büchse um ihre Axe dreht, entsteht keine Veränderung in den Strahlen, welche durch das Centrum *O* der krummen Flächen der Linsen gehen; ist aber ein Krystall eingelegt, so können beim Drehen der Axe die durchgehenden Strahlen in jeder beliebigen Richtung fortgesandt werden, so dafs sich jede der optischen Axen eines zweiaxigen Krystalls in das Gesichtsfeld bringen läfst. Dadurch kann der Winkel zwischen den optischen Axen gemessen werden. Der centrale Theil *MN* hat die Gestalt einer Büchse, um eine Flüssigkeit einzufüllen und die Messungen in den Fällen ausführen zu können, in welchen die optischen Axen zu stark divergiren, um in Luft gesehen zu werden.

Die mit diesem centralen Theil zu erlangenden Vortheile sind:

1) Die Ausdehnung des Gesichtsfeldes. In Luft ist der dem Gesichtsfeld entsprechende Winkel, ohne das centrale Stück, 74°, mit demselben etwa 128°; das centrale Stück giebt denselben Winkel in Glas, der ohne dasselbe in Luft gegeben wird. Das Gesichtsfeld vermag beide optischen Axen des brasilianischen Topases zu umfassen.

2) Wenn die die optischen Axen enthaltende Ebene rechtwinklig ist auf der Axe *PQ*, so kann jede der optischen Axen eines zweiaxigen Krystalls oder jeder Ring in das Centrum des Gesichtsfeldes, den Ort des Fadenkreuzes, gebracht, und der Winkel zwischen ihnen genau gemessen werden. Statt eine Linse für das Ocularstück anzuwenden, kann man das Centrum des Gesichtsfeldes dadurch fixiren, dafs man auf halbem Wege zwischen den Linsen *D* und *E* ein Fadenkreuz anbringt. Durch das System der Linsen *E*, *M*, *N*, *F* und *G* wird dieses Faden-

kreuz in einen Brennpunkt gebracht, der rechts von *G* etwa einen Zehntel Zoll entfernt ist, und in diesem Brennpunkt mufs ein anderes Fadenkreuz angebracht werden, so dafs die beiden Kreuze durch ihre Coincidenz das Centrum des Gesichtsfeldes bestimmen; das Fadenkreuz mufs sich im Brennpunkt der Linse *H* befinden, damit es durch den Nicol hin gesehen werden könne.

VIII. *Neue Methode zur schnellen Bestimmung des Brechungsindexes von Flüssigkeiten; von HH. Terquem und Trannin.*

(Mitgetheilt aus dem *Journ. de Physique théorique et oppliquée, T. IV* (1875.)

Wollaston hat eine auf die totale Reflexion gegründete Methode angegeben, um von Flüssigkeiten, die man nur in kleiner Menge besitzt, den Brechungsindex schnell zu bestimmen.

Wenn man eine Flüssigkeit mit einem Glasprisma in Berührung setzt, so erleiden bekanntlich die Lichtstrahlen, welche das Prisma durchdringen, an der Gränzfläche beider Mittel eine partielle Reflexion, die sich bei einem gewissen Winkel in eine totale verwandelt, sobald der Brechungsindex des Prisma gröfser ist, als der der Flüssigkeit, die man untersucht. Dieser Winkel, dessen Sinus gleich ist dem Verhältnifs der Indexe beider Substanzen, wird *Gränzwinkel* genannt. Wenn der Index des Prisma zuvor bestimmt worden ist, genügt es, den Winkel zu messen, bei welchem die totale Reflexion anfängt, um die zur Berechnung des Indexes nöthigen Elemente zu haben.

Der Apparat von Wollaston besteht wesentlich aus einem rechtwinkligen, gleichschenkligen Flintglasprisma, welches mit einer Fläche des rechten Winkels auf einem horizontalen Lineale ruht; das eine Ende dieses Lineals

trägt eine lothrechte Säule, an welcher ein Fernrohr verschiebbar ist, welches sich an einem getheilten Kreis drehen läfst. An der horizontalen Seite des Prisma läfst man einen Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit haften und visirt dann mittelst des Fernrohrs durch das Prisma auf den daran hängenden Tropfen. Zufolge der Lage, welche das Fernrohr einnimmt, läfst der flüssige Tropfen einen Theil Lichtstrahlen hindurch, die von Gegenständen unter dem Prisma herkommen, oder, wenn die totale Reflexion schon stattfand, sendet er wie ein Spiegel die von Wolken herkommenden Strahlen zurück. Man notirt alsdann den Winkel, bei welchem das letztere Phänomen eintrat und mittelst einer Formel, in welche zugleich der Brechungsindex des Prismas und der Winkel des Fernrohrs gegen die Verticale eingehen, leitet man daraus den Brechungsindex der Substanz ab.

Wollaston modificirte später diese Vorrichtung, indem er das Fernrohr ersetzte durch ein Augenglas (*oeilleton*), welches von einem articulirten System getragen ward. Theilstriche auf einem der Stiele gaben dann ohne Rechnung den Werth des gesuchten Indexes. Diese Abänderung vereinfachte den Versuch, aber sie nahm den Resultaten die geringe Genauigkeit, welche die erste Vorrichtung gestattete.

Eine der Hauptschwierigkeiten, die man bei der Construction dieses Apparates zu überwinden hatte, bestand darin, dem Prisma genau einen Winkel von 90° zu geben. Malus wufste sich dieser Bedingung zu entziehen, indem er eine Formel gab, welche die Anwendung eines Prismas von beliebigem Winkel gestattete.

Diese wenig genauen Methoden erfordern specielle Apparate, es gehen in die Berechnungen mehrere Constanten ein, wie z. B. der Winkel des Prismas und sein Brechungsindex, welcher nothwendig höher seyn mufs als der der Substanzen, die man studirt. Diese letzte Bedingung ist aber schwer zu erfüllen, vor Allem, wenn man mit stark brechenden Flüssigkeiten operirt. Da überdies das

Lichtbündel, welches vom Fernrohr oder vom Auge aufgefangen wird, nicht aus streng parallelen Strahlen besteht, so kann die totale Reflexion nicht in demselben Augenblick für die ganze betrachtete Fläche stattfinden und daraus entspringt eine gewisse Unsicherheit in der Bestimmung des Gränzwinkels.

Das Princip unserer neuen Methode beruht darauf, daſs wenn eine Luftlamelle *tl'* (Fig. 13, Taf. II), die zwischen zwei Glasplatten *LL'* und *L''L'''* befindlich ist, in eine Flüssigkeit gebracht wird, die parallelen Lichtstrahlen *CA*, welche schief auf diese Lamelle fallen, total reflectirt werden bei dem Gränzwinkel der Flüssigkeit in Bezug auf Luft. Es genügt also diesen Winkel zu messen, um alle zur Berechnung des Indexes nöthigen Data zu haben.

Unser Apparat besteht aus Stücken, die in allen physikalischen Cabineten vorhanden sind: Einem Glaskasten mit parallelen Wänden und einem Babinet'schen Goniometer oder einem getheilten Kreis, wie man ihn zum Studium der Polarisation anwendet. Je nachdem man sich des Goniometers oder des getheilten Kreises bedient, gehen daraus zwei Einrichtungen hervor, die wir beschreiben wollen.

Bei der ersten Einrichtung besteht der Apparat wesentlich aus einem Glaskästchen *ABCD* (Fig. 14, Taf. II) mit parallelen Wänden, welches die Flüssigkeit enthält. Dieses steht auf einem vollkommen festen Dreifuſs *T* in geringer Höhe über der Platform, auf welche man beim gewöhnlichen Gebrauch des Goniometers das Prisma stellt und welches man bei diesem Versuch am besten fortnimmt. In die Flüssigkeit taucht vertical eine Platte *PP'*, gebildet aus zwei rechtplanen Glaslamellen, die an den Rändern zusammengeklebt sind, mit Gummi, wenn man alkoholische Flüssigkeiten, Schwefelkohlenstoff, ätherische Oele usw. untersucht, mit Canadabalsam, wenn es sich um wässrige Lösungen handelt. Die dünne Luftschicht zwischen den beiden Glaslamellen bildet die reflectirende Fläche, an welcher bei dem Gränzwinkel die totale Re-

flexion der durch das Kästchen gehenden Strahlen stattfinden mufs.

Die Doppellamelle ist in der Mitte ihres oberen Randes befestigt an dem Ende *R* eines verticalen Kupferstabes, der am anderen Ende einen Knopf *M* trägt. Dieser Stab gleitet mit sanfter Reibung in einer Hülse *UU'*, getragen von einer kupfernen Kugel *S*, die sich zwischen den am Ende des horizontalen Stabes *H* befindlichen Backen *IE*, *I'E* nach allen Seiten drehen läfst.

Dieser ist verschiebbar in der Durchbohrung *O* einer verticalen Säule *NN'* und wird darin durch eine Schraube festgeklemmt. Diese Einrichtung erlaubt die Doppellamelle in dem Kästchen zu drehen, sey es durch Verschiebung des Stabes in der Hülse *UU'*, sey es mittelst der beweglichen Alhidade; bei diesen verschiedenen Bewegungen mufs die Senkrechtheit der Lamellen unverändert bleiben.

Um den Apparat zu reguliren, nimmt man zuvörderst den Kasten und die Doppellamelle fort, stellt darauf das bewegliche Fernrohr des Goniometers auf einen entfernten Gegenstand ein, und bringt es nun gegenüber dem Collimator, welchen man seinerseits so regulirt, dafs das Bild des Schlitzes genau in die Brennebene des ersten, auf Unendlich eingestellten Fernrohres falle. Auf diese Weise sind die Lichtbündel, welche auf den Kasten und die Doppellamelle fallen, streng parallel, sobald der Schlitz sehr schmal ist. Man stellt alsdann den Kasten zwischen die beiden Fernrohre, dergestalt dafs die Lichtstrahlen normal durch den Kasten gehen, und bringt nun die Doppellamelle in eine Ebene winkelrecht gegen den Limbus des Goniometers. Die bewegliche Alhidade wird befestigt durch die Druckschraube ihrer Bewegung, dicht am Fernrohr. Dann dreht man in seiner Hülse den Stab, welcher die Doppellamelle trägt, bis das Bild des Schlitzes, gesehen im Fernrohr, in Folge der totalen Reflexion an der Luftlamelle vollständig verschwindet. Nachdem man die Lage der Alhidade bestimmt hat, verschiebt man sie solcher-

gestalt, um die Doppellamelle in umgekehrtem Sinne gegen die einfallenden Strahlen zu neigen und abermals die totale Reflexion für eine zweite Lage der Lamelle zu erhalten. Die Hälfte des Winkels, um welchen man die Alhidade gedreht hat, giebt den Gränzwinkel der Flüssigkeit in Bezug auf Luft, sobald die Doppellamelle genau winkelrecht ist gegen den Limbus und durch zwei recht parallele Platten gebildet ist, sehr leicht zu verwirklichende Bedingungen.

Bei der zweiten Vorrichtung wird der Kasten auf ein unbewegliches Gestell gesetzt, zwischen zwei Fernröhren (***deux viseurs par exemple***). Das eine dieser Fernröhre trägt ein Diaphragma mit Schlitz an der Stelle des Oculars. Diese Fernröhre sind so geregelt, daſs die Lichtbündel, welche aus dem Collimator kommen, um darauf, nachdem sie durch den Kasten gegangen, in das andere Fernrohr einzutreten, parallel seyen. Man befestigt auf dem Kasten einen getheilten Kreis, durch dessen Hülse der senkrechte Stab der doppelten Platte mit dranger Reibung hindurchgeht. Die Alhidade dieses Kreises bewegt (*commande*) direct die Hülse und erlaubt dadurch die Doppelplatte um Winkel, gemessen an der Theilung des Kreises, zu drehen, Der Rest der Operation geschieht wie bei der ersten Vorrichtung.

Um genaue Messungen zu erhalten, sind gewisse Vorsichtsmaaſsregeln nothwendig. Zunächst müssen die Lichtbündel, die von den verschiedenen Punkten des Schlitzes ausgehen, genau parallel seyn. Diese Bedingung ist unerläſslich, denn wenn sie nicht erfüllt wäre, würden die Resultate systematisch immer zu klein seyn. Denn fällt ein Bündel convergirender Strahlen *AEND* (Fig. 15, Taf. II) auf die Doppelplatte *LL*, die für die Parallelstrahlen *CM* unter dem Gränzwinkel *LOM* eingestellt ist, so ist leicht ersichtlich, daſs alle auf Seite *NC* der Linse liegende Strahlen einen den Gränzwinkel übertreffenden Winkel bilden und total reflectirt werden. Dagegen machen die Strahlen, welche von der Seite *AC* der Linse kommen,

mit der Lamelle einen Winkel, kleiner als der Gränzwinkel; sie durchdringen also die Luftlamelle mit einer gewissen Intensität, und um sie vollständig verschwindend zu machen, mufs man die Lamelle so weit drehen, dafs der am meisten geneigte Strahl auch mit derselben einen Winkel mache, der dem Gränzwinkel gleich ist.

Das Bild des Schlitzes verschwindet nicht mehr instantan, die Intensität des Bildes nimmt allmählig ab, und wenn vollständige Dunkelheit erreicht ist, wird der Winkel, den die Lamelle macht, gröfser seyn, als der Gränzwinkel. Nun aber ist der Refractionsindex dem umgekehrten Sinus des Gränzwinkels gleich; sein Werth wird also zu gering seyn, und ebenso verhielt es sich, wenn man den Fall von divergirenden Strahlen betrachtete.

Auch mufs man sich der Senkrechtheit der Doppellamelle versichern; dahin gelangt man leicht, wenn man so verfährt, wie gewöhnlich beim Einstellen eines Prismas am Goniometer für die Messung des Refractionsindexes. Es ist auch gut die Wände des Kastens senkrecht zu stellen und sich zu versichern, dafs sie gegen einander parallel seyen.

Wenn man den Schlitz mit monochromatischem Licht z. B. mit einer Natriumflamme, beleuchtet, so verschwindet das Bild fast instantan und die Ungewifsheit erreicht nicht 15 Secunden. Mit Tageslicht geht das Bild zunächst durch Gelb und Orange, erreicht endlich das Roth und verschwindet plötzlich, nachdem es sich mit reinem Roth, dem äufsersten Roth des Spectrums, bekleidet hat. Verschiedene sehr genaue Messungen haben uns die Annahme erlaubt, dafs das Verschwinden dieser letzteren Strahlen auf beinahe 15 Sacunden geschehen kann und dafs diese Strahlen fast genau mit dem Striche *A* zusammenfallen. Wasserstoffröhren, erleuchtet durch die Entladungen einer Holtz'schen Maschine, zeigen zwei recht markirte Farbenveränderungen, die herrühren von successiven, totalen Reflexionen der den Strichen H_γ und H_β entsprechenden Strahlen; das Verschwinden der Striche H_γ und H_β kann

auf nahe 80 Secunden bewerkstelligt werden; und das vom Strich H_α auf nahe 15 Secunden.

Hier einige Messungen, welche die Genauigkeit der Methode beurtheilen lassen; das dabei angewandte Goniometer war ein vortreffliches von Brunner, das 15 Secunden angab. Daneben gestellt sind die von Fraunhofer und von HH. Dale und Gladstone gefundenen Zahlen.

	Strich.	t	Winkel 2α.	Entsprechende Indices.	Indices nach Fraunhofer u. nach Dale und Gladstone.
Wasser	C	18°	97° 29′ 30″	1,3317	1,33171 F
Wasser	D	18	97 9 50	1,3336	1,33358 F
Benzin	A	19,5	84 41 20	1,4846	1,4860 D u. G
Glycerin	A	18	85 55 20	1,4672	1,4664 do.
Methylalkohol . .	A	18	91 10	1,4000	1,3990 do.
Schwefelkohlenstoff	A	20	76 55	1,6078	1,6076 do.

Die Unterschiede zwischen diesen Bestimmungen scheinen von der mehr oder weniger grofsen Reinheit der untersuchten Flüssigkeiten herzurühren.

Diese Methode fördert schneller als die mit einem flüssigen Prisma. Die Reinigung des Kästchens ist sehr leicht, man hat sich nicht um den Winkel des Prismas und die genaue Senkrechtheit seiner Kanten zu kümmern, kann auch leichter die Temperatur der Flüssigkeit bestimmen.

Für eine rasche Messung des Brechungsindexes einer Flüssigkeit, wenn man nicht mit dem Prisma ein sehr genaues Instrument anwendet, scheint unsere Methode genauere und raschere Resultate zu geben. Dagegen giebt die Prismenmethode eine gröfsere Genauigkeit, wenn man grofse Kreise, die 15 Secunden angeben, gebraucht. Dies rührt davon her, dafs die Unsicherheit geringer ist, wenn es sich um die Bestimmung der Coïncidenz eines Strichs

mit einem Fadenkreuz handelt, als um dasselbe rasche Verschwinden einer Lichtlinie.

Hat man eine grofse Anzahl von Flüssigkeiten zu untersuchen und begnügt man sich mit einer Annäherung bis zur vierten Decimale, so glauben wir, dafs unsere Methode wegen ihrer Schnelligkeit und Bequemlichkeit den Vorzug verdient.

IX. *Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität in suspendirten Drähten; von W. Siemens.*

(Aus den Monatsberichten der Akademie, December 1875.)

Das andauernde Frostwetter des letzten Winters und das freundliche Entgegenkommen der Verwaltung der Niederschlesisch-Märkischen Eisenbahn und namentlich ihres Telegraphen-Inspectors Hrn. Wehrhahn, machten es mir möglich, einen schon im Jahre 1845 von mir gemachten Vorschlag zur directen Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität [1]) in Ausführung zu bringen. Leider verhinderte das während der Versuche eintretende Thauwetter die vollständige Durchführung derselben, doch erscheinen die erhaltenen Resultate schon wichtig genug, um ihre Mittheilung vor völligem Abschlusse dieser Arbeit zu rechtfertigen.

Die von mir hierbei zur Anwendung gebrachte Methode weicht in einigen wesentlichen Punkten von meinem früheren Vorschlage ab. Nach diesem bedurfte es zur Ausführung der Messung zweier von einander und vom Erdboden isolirter, gleichmäfsig rotirender Stahlcylinder und zweier Doppelleitungen, von denen die eine die bei-

1) Diese Annalen Band 66, Seite 435.

den Cylinder, die andere zwei isolirte Spitzen leitend verband, welche den Peripherien der Cylinder nahe gegenüber standen. Entlud man eine Leydener Flasche zwischen einer Spitze und dem ihr zugehörigen Drahtende, so mufste der Entladungsstrom den ganzen Leitungskreis durchlaufen und auf dem Mantel jedes der beiden Stahlcylinder eine Funkenmarke zurücklassen. Die Differenz der Abstände dieser während der Rotation der Cylinder erzeugten Marken von denen in gleicher Weise bei ruhenden Cylindern hervorgebrachten, war dann das Maafs der Zeit, welche die Elektricität zum Durchlaufen des halben Kreislaufes gebrauchte.

Der Ausführung dieses Planes standen erhebliche Schwierigkeiten entgegen. Diese bestanden einmal in der Schwierigkeit, vier gleich lange, von demselben Orte ausgehende, hinlänglich gut isolirte Leitungen zu beschaffen, hauptsächlich aber in der mechanischen Aufgabe, zwei von einander und vom Erdboden völlig isolirte Stahlcylinder so leicht herzustellen und so vollkommen zu centriren, dafs ihnen die nöthige Umdrehungsgeschwindigkeit von 100 bis 150 Umdrehungen in der Secunde gegeben werden konnte. Ich wandte daher eine veränderte Methode an, bei welcher nur *ein*, nicht isolirter, Stahlcylinder und nur *eine* Doppelleitung erforderlich war.

Sie beruht auf der Anwendung zweier Leydener Flaschen oder Ladungstafeln, von denen die innere Belegung der einen direct durch einen kurzen Draht, die der anderen durch die lange Kreisleitung mit der dem rotirenden, zur Erde abgeleiteten, Cylinder nahe gegenüberstehenden Spitze verbunden ist. Die äufseren, isolirten Belegungen der Flaschen sind metallisch verbunden. Werden sie zur Erde abgeleitet, so wird in demselben Momente die Elektricität der inneren Belegung beider Flaschen frei und entladet sich durch die Spitze und den rotirenden Cylinder zur Erde. Ist die Rotation hinlänglich geschwind und die Leitung lang genug, so entstehen auf dem Cylinder zwei räumlich getrennte Marken, deren Abstand das

Maafs der Zeit ist, welche die Elektricität zum Durchlaufen der Drahtleitung von der Flasche zur Spitze gebrauchte.

Ich modificirte diese Anordnung auch in der Weise, dafs ich anstatt einer Spitze deren zwei dem Cylindermantel gegenüberstellte und die eine Spitze direct mit der einen, die andere durch die Leitung mit der anderen Flasche verband. Die Spitzen wurden möglichst nahe nebeneinander gestellt, so dafs die gleichzeitig von beiden bei ruhendem Cylinder hervorgebrachten Marken dicht beisammen und möglichst in einer mit der Axe parallelen Ebene lagen. Es wurde dann zuerst eine Entladung der Flaschen bei ruhendem Cylinder und darauf erst die zur Messung dienende Entladung bei rotirendem Cylinder gemacht. Der Apparat selbst war derselbe, den ich zur Messung der Geschwindigkeit der Geschosse im Geschütz- oder Gewehrlaufe benutzte nnd an anderen Orten beschrieben habe. Der Stahlcylinder ist möglichst leicht aus einem massiven Stahlcylinder ausgedreht. Er hat einen Durchmesser von 40 Mm. und eine Seitenhöhe von 10 Mm. Seine Stahlaxe ist mit einem Gewinde versehen, in welches die Zähne eines Steigrades eingreifen. Dies wird durch ein kräftiges Laufwerk mit Gewichtsbetrieb gleichmäfsig gedreht. Die Geschwindigkeit der Drehung des Cylinders läfst sich durch einen ebenfalls anderweitig beschriebenen Regulator während der Rotation beliebig innerhalb weiter Gränzen abändern. Das mit 100 Zähnen versehene Steigrad trägt eine kleine Nase, durch welche nach jeder Umdrehung ein leichter Hammer gehoben wird, der an eine kleine Glocke schlägt. Wenn der Regulator so eingestellt ist, dafs die Glockenschläge mit den Pendelschlägen eines Secundenpendels genau zusammen fallen, so rotirt der Cylinder genau 100 Mal in der Secunde. Der Cylinderwand gegenüber ist eine kleine Lupe mit Fadenkreuz befestigt, welche zur Ablesung des Winkelabstandes der Funkenmarken dient.

Im Zustande der Ruhe kann durch Bewegung eines Hebels eine Schraube ohne Ende mit geschnittenem Kopfe

mit dem Cylinder in Eingriff gebracht werden, durch welche dieser so lange langsam gedreht werden kann, bis der Faden der Lupe durch die Mitte der Funkenmarke geht. Es können auf diese Weise Milliontel Secunden noch genau abgelesen und 10 Millionstel geschätzt werden.

Die dem Cylindermantel gegenüberstehende leitende Spitze besteht aus einem dünnen Glasrohre, in welches ein möglichst feiner Platindraht eingeschmolzen ist. Nachdem dies Glasrohr in ein Metallrohr mit Schraubengewinde eingefuttert und das dem Cylindermantel gegenüberstehende Ende desselben sorgfältig halbkugelförmig abgeschliffen ist, wird es so nahe wie möglich an den rotirenden Cylinder herangeschraubt.

Durch die Glashülle, welche den Platindraht bis zu seinem äufsersten Ende umgiebt, soll verhindert werden, dafs Funken eine seitliche Richtung einschlagen. Sehr schwache Funken hinterlassen auf einer polirten Stahlfläche einen einzelnen hellglänzenden Punkt, stärkere ein Bündel von Funken, auf dessen Mitte das Fadenkreuz eingestellt werden mufs. Um das Auffinden der Funkenmarken zu erleichtern, wird der Cylinder vor dem Gebrauche in bekannter Weise berufst. Es ist dann jede, auch die schwächste und mit blofsem Auge kaum sichtbare Funkenmarke mit einem deutlichen ringförmigen Hofe umgeben, der es ermöglicht sie leicht in das Gesichtsfeld des Mikroskopes zu bringen. Anstatt der Leydener Flaschen benutzte ich in der Regel Ladungstafeln aus mit Staniol belegten Glimmerblättern. Dieselben wurden sorgfältig in eine Harzmasse eingeschmolzen, so dafs sie im Stande waren, die angenommene Ladung längere Zeit ohne merkliche Schwächung festzuhalten. Sie waren mit einem Umschalter versehen, welcher gestattete, sie getrennt von der Spitze (oder den beiden Spitzen, wenn deren zwei benutzt wurden) gleichzeitig durch eine Holtz'sche Maschine zu laden und dann im letzten Momente vor dem Versuche die bis dahin mit der Erde verbundenen Belegungen mit der oder den respectiven Spitzen zu verbinden, während

die leitend verbundenen anderen Belegungen in einem mit Guttapercha isolirten Drahte endeten. Die Entladung wurde dann dadurch bewirkt, dafs ein mit der Erde leitend verbundenes Messer mittelst eines kräftigen Hammerschlages durch den isolirten Draht getrieben und dadurch eine kurze aber möglichst widerstandslose Ableitung der verbundenen Belegungen zur Erde herbeigeführt wurde. Auf diese Weise gelang es, die anfänglich sehr störenden, durch langsame Entladung der Ladungstafeln hervorgerufenen, falschen Entladungsmarken auf dem Cylinder völlig zu beseitigen.

Mit dem so verbreiteten Apparate wurden nun fürs Erste im Zimmer eine Reihe von Versuchen angestellt. Es wurde constatirt, dafs die Entladung einer Flasche in einem Entladungskreise von geringem Widerstand so schnell verläuft, dafs das Markenbündel auf dem rotirenden Cylinder nicht wesentlich verschieden von dem auf ruhendem Cylinder erzeugten ist. Vereinzelte Funkenmarken, die sich fast immer ohne Regelmäfsigkeit auf der Cylinderfläche finden, sind offenbar dem sogenannten *residuum* der Ladungstafeln zuzuschreiben. Die Erscheinung ändert sich, wenn die Entladung durch sehr grofse Widerstände stattfindet. In diesem Falle bildet sich auf dem Cylinder eine continuirliche Reihe von Funkenmarken, niemals aber ein homogener Strich, welcher einem eine mefsbare Zeit andauernden elektrischen Strome entsprechen würde. Es ist aber hieraus nicht zu schliefsen, dafs die Gesammt-Entladung auch in diesem Falle aus einer Reihe von Partialentladungen von unmefsbar kurzer Dauer bestehe. Denkt man sich im Gegentheil, die Entladung bestände aus einem continuirlichen Strome von abnehmender Stärke, der Funken wäre mithin als andauernder Davy'scher Lichtbogen aufzufassen, so läfst sich dennoch dies Auftreten einer Reihe von räumlich getrennten Funkenmarken erklären.

Durch den rotirenden Cylindermantel werden nämlich die nächsten Luftschichten mit fortgerissen und zwar um

so vollständiger, je näher die Luftschicht der rotirenden Cylinderfläche ist. Nimmt man nun an, der Beginn der Entladung hätte die mit dem Cylinder rotirende Luftschicht zwischen der Spitze und dem Cylinder durchbrochen, also einen glühenden, gut leitenden Canal zwischen Spitze und Cyliinder hergestellt, so wird dieser Canal durch die Rotation mit fortgeführt. Findet nun ein continuirlicher Nachschub von Elektricität von der Spitze aus statt, so wird der Canal von dieser aus continuirlich verlängert, da er trotz gröſserer Länge der Elektricität geringeren Widerstand darbietet, wie die undurchbrochene kalte Luft, die sish zwischen Spitze und Cylinderwand eingeschoben hat. Hat diese Entladungsstraſse jedoch eine gewisse Länge erreicht, so wird ihr Widerstand gröſser wie der der kalten Luft zwischen Spitze nnd Cylinder, es findet ein neuer Durchbruch und damit die Bildung einer neuen Funkenmarke und Entladungsstraſse statt.

Die Entladung einer Flasche durch ein mit Wasser gefülltes Kautschukrohr oder durch eine nasse Schnur gab eine, wie es schien, vielfach um den ganzen Cylinder herumgehende Serie von feinen Funkenmarken, es war aber kein Zeitverlust für den Beginn der Entladungen zu constatiren. Da es mir aus manchen Gründen, namentlich auch in Folge der von Fizeau und Gounelle erhaltenen Resultate, als wahrscheinlich erschien, daſs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität der specifischen Leitungsfähigkeit der Materie proportional seyn müsse, so wiederholte ich diesen Versuch mit einem 100 Fuſs langen, 20 Mm. im Lichten starken Kautschukrohre, welches mit Zinkvitriollösung gefüllt war. Zu meiner groſsen Ueberraschung war aber auch hier keine Zeitdifferenz zwischen der directen Entladungsmarke und der Marke der ersten Partialentladung durch das 100 Fuſs lange Flüssigkeitsrohr aufzufinden. Da eine Differenz von 5 Millionentheil Secunde noch sicher zu erkenneu gewesen wäre, so ist hierdurch constatirt, daſs die Fortpflanzungsgeschwindig-

keit der Elektricität in Flüssigkeiten *über* 800 geogr. Meilen per Secunde betragen mufs.

Da nun die Leitungsfähigkeit des Kupfers mindestens 200 Millionenmal gröfser ist wie die der Zinkvitriollösung, so müfste die Geschwindigkeit der Elektricität im Kupfer mindestens 160000 Millionen Meilen betragen, wenn die specifische Leitungsfähigkeit mit Geschwindigkeit der Elektricität gleichbedeutend wäre.

Dafs elektrolytische Leiter die Elektricität schneller wie Metalle von gleicher Leitungsfähigkeit leiten sollten, wird kaum angenommen werden können; es war das Gegentheil wahrscheinlicher, da angenommen werden mufs, dafs bei der elektrolytischen Leitung Molecularbewegungen stattfinden.

Bei den mit längeren Telegraphenleitungen auszuführenden Versuchen sollte nun die Frage entschieden werden, ob der Elektricität wie dem Lichte ein bestimmte mefsbare Fortpflanzungsgeschwindigkeit zuzuschreiben sey, oder ob die von verschiedenen Beobachtern gemessenen Verzögerungswerthe ganz oder doch zum grofsen Theile der Verzögerung der Stromerscheinung am entfernten Leitungsende durch Flaschenladung des Drahtes zuzuschreiben seyen. Zu dem Ende sollten die Versuche kurz nach einander mit möglichst verschiedenen Drahtlängen angestellt und jedesmal die Flaschencapacität dieser Drahtlängen gemessen werden.

Die ersten Versuche fanden am 23. Februar dieses Jahres in Köpnik statt, wohin Hr. Dr. Frölich, der die nachfolgenden Messungen sowohl hier wie später in Sagan mit gewohnter Geschicklichkeit und Sorgfalt ausgeführt hat, schon vorher mit den Apparaten gegangen war.

Zunächst wurde durch eine Reihe von Versuchen constatirt, dafs die Isolation der Leitung bei dem obwaltenden milden Frostwetter ausreichte, um den Entladungsfunken durch die ganze nach dem 12,68 Kilom. entfernten Erkner und zurück führende Telegraphenleitung (aus 5 Mm.

dickem Eisendrahte) hindurch zum rotirenden Cylinder zu leiten.

Die Versuche wurden mit zwei Spitzen gemacht, d. h. also, es wurde die eine (kleinere) Flasche direct durch die eine Spitze, die zweite beträchtlich gröfsere Flasche durch die Leitung und die andere Spitze entladen. Es wurden sieben Entladungen gemacht. Die am folgenden Tage gemachten Ablesungen ergaben

122,8
111,7
125,3
142,7
117,6
121,8
134,3

im Mittel 125,2 Milliontel Secunden.

Da die hin- und zurückgehende Leitung $2 \times 12{,}68 = 25{,}36$ Kilometer betrug, so ergiebt dies eine Geschwindigkeit von 202600 Km. oder 27300 geogr. Meilen in der Secunde. Es stellte sich hierbei heraus, dafs der durch die eine Spitze gehende directe Entladungsfunke der kleinen Flasche stets einen kleinen Büschel von Funkenmarken bildete, umgeben von einem gröfseren concentrischen Hofe, innerhalb dessen der Rufs fortgeschleudert war, während durch die zweite Spitze eine Serie von kleineren Funkenmarken gebildet wurde, die von keinem oder doch nur einem sehr schwachen Hofe umgeben waren.

Häufig war in der Linie der letzten Spitze, genau gegenüber der Lokal-Entladungsmarke, ebenfalls ein schwacher Punkt sichtbar. Derselbe war entweder Folge einer Rück- oder Seitenentladung vom Cylinder auf die benachbarte Spitze, oder wahrscheinlicher eine Influenzwirkung zwischen den zunächst dem Cylinder liegenden Theilen der an denselben Stangen befestigten hin- und rückkehrenden Leitung. Im Allgemeinen war die Local-Entladung weit stärker wie nothwendig, was den Nachtheil mit sich führte, dafs der erste Linienentladungspunkt häufig noch

in den Hof der Local-Entladung fiel und dadurch schwer zu erkennen war.

Durch eintretendes Thauwetter, bei welchem die Isolation der Telegraphenlinien für Fortleitung von Reibungselektricität nicht genügend ist, wurden die weiteren beabsichtigten Versuche für längere Zeit verhindert. Als später wieder Frostwetter eintrat, wurden uns von Hrn. Wehrhahn die von der Station Sagan ausgehenden Doppellinien nach Malmitz und einem zwischen Sagan und Malmitz liegenden Streckenblock zur Verfügung gestellt. Es gelang Hrn. Dr. Frölich, der sich mit den Apparaten nach Sagan begab, zwei werthvolle Beobachtungsreihen zu machen. Sie wurden zum Theil mit zwei, zum Theil mit einer Spitze gemacht. Es trat bei diesen Versuchen der Doppelpunkt stets auf und Hr. Dr. Frölich überzeugte sich durch eine Reihe von Controlversuchen, daſs dieser Doppel- oder vielmehr Anfangspunkt eine locale Ursache hatte und nicht von Elektricität herrühren konnte, welche die ganze Leitung durchlaufen hatte. Die Linien-Entladungen bilden hier einen ziemlich langen Schweif von 6 bis 8 Punkten, deren Abstand von einander anfangs etwa 30, am Ende 15 bis 20 Milliontel Secunden betrug und dem häufig ein kurzer Strich ohne deutliche Punkte folgte. Es harmonirt dies recht gut mit der obigen Erklärung des Auftretens von Entladungspunkten bei continuirlicher Entladung. Je stärker der Entladungsstrom ist, desto länger erhält sich der Entladungskanal auf der Peripherie des rotirenden Cylinders, desto weiter müssen also auch die Punkte auseinander liegen. Ist die Entladung nahe vollendet, so sind Stromstärke und Wärmeentwickelung so schwach, daſs sich gar kein Entladungskanal mehr erhalten kann, die Punktreihe mithin in einen schwachen Strich übergeht.

Es wurde zuerst die Doppellinie von Sagan bis zum 11,686 Km. entfernten Malmitz benutzt. Die Ablesung von 22 Entladungen ergab:

100,4	88,7	108,7	104,2
102,7	103,6	101,1	104,2
91,2	95,6	108,3	107,3
100,8	97,5	102,0	110,3
100,6	100,5	104,2	
91,4	104,7	102,5	

im Mittel 101,4 Milliontel Secunden. Da der durchlaufene Weg 2 . 11,686 Km. = 23,372 Km. lang war, so war die Geschwindigkeit 230500 Km. = 31060 geogr. Meilen.

Die demnächst eingeschaltete 3,676 Km. lange Doppellinie Sagan-Streckenblock ergab 12 Entladungen:

39,4	23,0
41,9	25,9
27,8	30,5
27,0	22,1
35,6	28,9
28,4	34,8

im Mittel 30,4 Milliontel Secunden. Es ergiebt dies eine Geschwindigkeit von 241800 Km. = 32590 geogr. Meilen.

Eine demnächst angestellte Serie von 13 Entladungen mit *einer* Spitze, welcher Dr. Frölich weniger Zutrauen schenkt, da die Regulirung des Laufwerks weniger sorgfältig ausgeführt war, gab:

87,8	78,2	80,8
76,4	96,3	96,3
84,5	93,1	93,5
93,2	85,5	101,2
		117,9

im Mittel 91,1 Milliontel Secunden, mithin eine Geschwindigkeit von 256600 Km. oder 34580 geogr. Meilen.

Wenn diese Messungen auch noch nicht den Grad von Uebereinstimmung ergeben, der von der Methode zu erwarten ist und der auch bei einer Wiederholung der Versuche unter günstigen Umständen erzielt werden wird, so ergeben sie doch zur Evidenz, daſs die Fortbewegung der

Elektricität in Leitern mit einer bestimmten, von der Länge der Leiter nicht abhängigen, Geschwindigkeit geschieht, die in Eisendrähten zwischen 30 und 35000 Meilen per Secunde liegt. Ich neigte mich vor diesen Versuchen, in Folge der mit dem Kautschukrohre erhaltenen Resultate, der Ansicht zu, daſs die wirkliche Geschwindigkeit der Elektricität unmeſsbar groſs sey und daſs die durch Wheatstone (Pogg. Ann. Bd. 34, S. 464), Fizeau und Andere gefundenen Verzögerungen gänzlich auf Flaschenwirkung der oberirdischen Leitungen begründet wären.

Wenn dem so wäre, so müſste die fast 3mal so lange Leitung Sagan-Malmitz eine etwa 9mal gröſsere Verzögerung ergeben haben, wie die Leitung Sagan-Streckenblock, während die Geschwindigkeit nach den unter gleichen Bedingungen angestellten Versuchen mit Doppelspitzen sich wie 31 : 32,6 verhielt. Doch auch abgesehen von diesen, dem quadratischen Verzögerungsgesetze widersprechenden Zahlen ist die Verzögerung überhaupt viel zu groſs, um durch Ladungsverzögerung erklärt werden zu können. Die Flaschencapacität der beiden Leitungen wurde von Hrn. Dr. Frölich mit der continuirlichen Wippe nach der früher von mir zur Ermittelung der Ladungsgesetze benutzten Methode[1]) gemessen. Die Messung ergab:

Für Sagan-Malmitz		m. f.
Galvanometer	im Ladungskreise	0,181
	im Entladungskreise	0,120
	im Mittel	0,1505
Für Sagan-Streckenblock:		
Galvanometer	im Ladungskreise	0,066
	im Entladungskreise	0,061
	im Mittel	0,0635

was im Mittel eine Flaschencapacität der oberirdischen Leitung von 5 Mm. Drahtstärke von 0,053 m. f. pro Meile ergiebt.

Als Einheit der Capacität ist das in der Kabeltechnik eingeführte, aus der Weber'schen absoluten Einheit der

1) Pogg. Ann. Bd. 102, S. 66.

Elektricitätsmenge abgeleitete sogenannte *Microfarad* (m. f.) angenommen.

Zur directen Vergleichung der gemessenen Verzögerungswerthe mit denjenigen, welche sich als Folge der Ladung der Drähte herausstellen müssen, können die Verzögerungsmessungen dienen, welche Hr. Dr. Obach mit Hülfe eines künstlichen Kabels, d. h. einer Serie von 32 Condensern à ca. 20 m. f., die durch Widerstände von je 550 E. untereinander verbunden waren, in meinem Laboratorio angestellt hat.

Die Messungen geschahen mit meinem ungemein empfindlichen elektrodynamischen (eisenfreien) Relais und einem chemischen Schreibtelegraphen mit Doppelnadel.

1. 32 Abtheilungen des Kabelschrankes wurden eingeschaltet. Sie repräsentirten einen Widerstand von 17600 Q.-E. = W und eine Capacität von 639,6 m. f. = C. Es ergab sich eine Verzögerung von 0,72 Sec. also pro Million des Productes Widerstand × Capacität (W. C.) von 0,0640 Sec.
2. 24 Abtheilungen eingeschaltet
   W = 13200 Q. E.
   C = 483,9 m. f.
   ergaben Verzögerung 0,45 Sec.
   pro Million W C. 0,0715
3. 16 Abtheilungen
   W = 8800
   C = 319,6
   ergaben Verzögerung 0,22
   pro Million W C. 0,078 Sec.

Es giebt dies im Mittel eine Verzögerung für 1 Million W C. von 0,0712 Sec.

Die Leitung Sagan-Malmitz und zurück hat nach der von Hrn. Dr. Frölich ausgeführten Messung

eine Capacität C = 0,151 m. f.
Widerstand W = 189,0 Q. E.
mithin W C. = 28,5;

hiernach könnte durch die Flaschenladung, unter Annahme

des quadratischen Gesetzes, nur eine Verzögerung von 2,0 Milliontel Secunden herbeigeführt seyn, während sie für die Linie Sagan-Streckenblock nur 0,3 Milliontel Secunden betragen könnte.

Zieht man nun auch in Betracht, dafs diese Verzögerungszeiten wesentlich gröfser ausfallen mufsten, wie bei den Kabelmessungen, weil längere Zeit verging, bis das elektr. Potential der funkengebenden Spitze so grofs war, dafs der Funke zum Cylinder überspringen konnte, so ist es doch evident, dafs z. B. die auf der Strecke Sagan-Streckenblock *gemessene* Verzögerung von 30,4 Milliontel Secunden anderen Ursprungs seyn mufs, als die auf 0,3 Milliontel Secunden *berechnete* Flaschenverzögerung.

Ich hoffe im Laufe dieses Winters Gelegenheit zu finden, nicht nur die obigen Versuche unter besseren Verhältnissen und mit verbesserten Vorrichtungen wiederholen, sondern sie auch auf eine Kupferleitung ausdehnen zu können, um durch directe Messungen die Frage zu entscheiden, ob die Geschwindigkeit der Elektricität von der Natur des metallischen Leiters abhänge oder nicht. Nach den mit dem mit Zinkvitriollösung gefülltem Kautschukrohre angestellten Versuchen erscheint mir letzteres wahrscheinlich. Kirchhoff hat unter Zugrundelegung des Weber'schen Fundamentalgesetzes für die Bewegung der Elektricität die Zahl 41000 Meilen für die Geschwindigkeit der Elektricität in Leitern durch Rechnung gefunden und ist dabei zu dem Resultat gekommen, dafs diese Geschwindigkeit gleich grofs in allen Leitern seyn müsse. Unsere Messungen schliefsen sich dem Kirchhoff'schen Werthe wenigstens weit näher an, wie dem von Wheatstone aus dem Zurückbleiben des mittleren Funkens geschätzten von 61900 geogr. Meilen.

Fizeau und Gounelle haben mit Hülfe ihrer Differentialmefsmethode für galvanische Ströme in Telegraphenleitungen für Kupfer 177792 Km., für Eisen 101710 Km. gefunden, für Eisen also nur eine etwa halb so grofse Geschwindigkeit wie unsere Messungen ergeben haben.

Noch weit geringere Geschwindigkeitswerthe haben Walker, Mitchell und Gould auf amerikanischen Telegraphenlinien mit elektromagnetischen Registrirapparaten gefunden, letzterer sogar nur 12851 englische Meilen. Auf diese Messungen ist jedoch kein grofses Gewicht zu legen, da die Trägheit der elektromagnetischen Instrumente zu grofs und ungleich für die Messung so kleiner Zeittheile ist. Von weit gröfserem Gewichte erscheinen die Messungen von Fizeau und Gounelle. Dieselben haben den verzögernden Einflufs der Ladung, auf den ich erst nach Anstellung ihrer Versuche aufmerksam machte, keine Rücksicht nehmen können und es fehlen in der Beschreibung ihrer Versuche auch die nöthigen Data, um die Ladungs-Verzögerung nachträglich berechnen zu können. Wenn aber auch die Ladungsverzögerung der verhältnifsmäfsig grofsen Länge ihrer Leitung wegen (ca. 300 Km.) über 1000mal gröfser wie bei meinen Versuchen seyn müfste, so reicht sie doch zur Erklärung der Differenz noch nicht aus. Ich glaube daher, dafs auch die von Fizeau gefundene Verschiedenheit der Geschwindigkeit der Elektricität in Eisen und Kupfer noch nicht als constatirt anzusehen ist.

X. *Die Bedeutung von Drahtnetzen in der Elektricitätslehre; von W. Holtz.*

I. Eine neue Form eines beliebten Fundamentalversuchs.

Ein Drahtnetz ist eine leitende und zugleich eine durchsichtige Fläche, wie es deren kaum eine zweite giebt. Darum scheint es mir besonders geeignet zur Anstellung solcher Versuche, welche beweisen sollen, dafs die Elektricität sich nur auf der Oberfläche leitender Körper an-

sammle, oder dafs im Innern geschlossener leitender Flächen keine elektrostatische Wirkung bestehe.

Sehen wir von dem bekannten Faraday'schen Versuche, welcher für Schulen wenig geeignet ist, ab, so pflegt jener Satz experimentell immer nur indirect bewiesen zu werden. Man elektrisirt z. B. eine Kugel, schliefst diese in eine zweite ein, welche aus zwei Hälften besteht, von denen jede mit einem isolirenden Griffe versehen ist, trennt die Kugeln wieder und zeigt nun am Elektroskop, dafs die Elektricität von der ersten auf die zweite übergegangen ist. Ganz unelektrisch wird jedoch die erste nur selten gefunden werden, da bei der Trennung leicht wieder eine rückgängige Bewegung statt hat. Oder man elektrisirt eine gröfsere, biegsame Metallfläche, welche sich mittelst einer isolirenden Vorrichtung aufrollen läfst, und zeigt mit Hülfe des Elektroskops, dafs die Dichtigkeit der Ladung in dem Maafse zunimmt, als sich die Oberfläche verkürzt, woraus geschlossen wird, dafs der innere aufgerollte Theil ebenso schnell seine Ladung verloren hat. Statt des Elektroskops pflegt man sich auch wohl zweier mit der Fläche communicirender Hollundermarkkügelchen zu bedienen. Oder endlich, man legt ein Probescheibchen das eine Mal an die äufsere, das andere Mal an die innere Seite einer zum gröfsten Theil geschlossenen, vorher elektrisirten Fläche, und zeigt wieder mit Hülfe eines Elektroskops, dafs es nur im ersten Falle eine Ladung angenommen hat. Absolut unelektrisch wird es jedoch auch im zweiten Falle schwerlich seyn, weil die Fläche nicht ganz geschlossen war, und weil auch beim Herausheben leicht eine kleine Ausgleichung statt haben dürfte.

Viel instructiver, meine ich, und mehr in die Augen fallend läfst sich der fragliche Satz unter Benutzung eines Drahtnetzes in Form einer Glocke beweisen. Solche Glocke, wie sie im Handel für wenige Groschen käuflich ist, wird an Stelle des an ihrem Gipfel befindlichen Ringes mit einem isolirenden Griffe versehen; oder, wo dies zu umständlich, knotet man in den Ring einen seidenen

Faden, oder man bedient sich zum Aufheben einer hindurchgesteckten Stange aus Siegellack. Zuvor ist eine gröſsere metallische Hohlscheibe — am einfachsten der Deckel eines Elektrophors mit seinem Griff nach unten, oder auch ohne diesen Griff — auf einem isolirenden Stativ befestigt, welches womöglich so hoch ist, daſs der Scheibenrand direct den Conductor einer Elektrisirmaschine oder die ausgezogene linke Entladungsstange einer Influenzmaschine berührt. Im Nothfalle kann man die Scheibe auch auf einige Siegellackstücke legen und zur Verbindung ein entsprechendes Drahtende benutzen. Auf die Scheibe stellt man ein kleines Elektrometer, bestehend aus einem einfachen Holzstativ und zwei von diesem herabhängenden Hollundermarkkügelchen. Wird nun über eine solche Vorrichtung die Drahtglocke gesetzt, während die Maschine in Thätigkeit und der andere Pol abgeleitet ist, so werden die Kügelchen ohne fernere Manipulationen, welche in No. 2 dieser Mittheilung ihre Erwähnung finden, nicht die geringste Bewegung machen, auch nicht, wenn man die Ladung der Scheibe ruckweise d. h. durch Funkenziehen verschwinden läſst; sie werden aber sofort auf's Heftigste divergiren, sobald die Glocke ganz oder nur theilweise abgehoben wird.

Tritt keine Einwirkung auf einen unelektrischen Körper ein, so darf auch keine solche auf einen elektrischen Körper statt haben, soweit nicht etwa dieser seine Elektricität selbst allmählig an die nahe metallische Umgebung verliert. Das zeigt sich, wenn man das kleine Stativ auf eine vorher elektrisirte Hartgummischeibe oder besser in ein vorher elektrisirtes Glas- oder Porzellanschälchen stellt, und, bevor die Maschine ihre Thätigkeit beginnt, über das Ganze die Drahtglocke deckt. Die frühere Divergenz bleibt alsdann einige Zeit constant, und nimmt nur sehr allmählig ab.

Stellt man an Stelle des Elektrometers eine Wachskerze auf die Scheibe, so macht sich der Einfluſs der Glocke in ähnlicher Weise geltend. Die Flamme brennt

ruhig, so lange jene sie schützt, während sie heftig flackert, wenn jene abgehoben wird.

Vertauscht man die Drahtglocke mit einer Glasglocke, welche man innen oder aufsen feucht gemacht hat, so ist kein wesentlicher Unterschied zu spüren, zumal, wenn man die Maschine im Anfang nur langsam wirken läfst; ist die Glasglocke jedoch trocken und von gut isolirender Masse oder lackirt, so währt es lange Zeit, bis sich an ihrer Oberfläche soviel Elektricität angesammelt hat, dafs die Kügelchen nicht mehr divergiren. Man kann aber der Ansammlung an der inneren Fläche dadurch zu Hülfe kommen, dafs man die äufsere an verschiedenen Punkten ableitend berührt.

Vielleicht wäre es von Interesse auch Drahtnetze anderer Façon zu prüfen — die Kugelform liefse sich leicht durch Combination zweier Glocken gewinnen —, oder Netze aus Gaze oder aus anderen halbleitenden Stoffen, weil die Anordnung der Elektricität auf Halbleitern überhaupt noch wenig untersucht ist, oder Netze von verschiedener Maschengröfse, weil sich hier gewissermafsen eine neue Klasse leitender Flächen aufthut, wo sich die Leitungsfähigkeit an die Richtung einzelner Linien knüpft, und wo die elektrostatische Wirkung allein durch die Entfernung dieser Linien bedingt ist. Die Maschengröfse von 2 Mm., wie ich solche bisher nur benutzte, wirkt in letzterer Hinsicht wie eine volle Fläche, aber es ist einzusehen, dafs bei allmähliger Vergröfserung ein Punkt eintritt, wo sich eine andere Wirkung documentirt.

Vielleicht gelingt es auch mit Hülfe von Drahtnetzen am besten, die elektrostatische Wirkung, welche häufig für die Beobachtung der elektrodynamischen sehr störend ist, durch geeignete Umhüllungen der in Betracht kommenden Stücke zu eliminiren.

2. Trennung der Elektricitätsbewegung von der Bewegung materieller Theile.

Ein Drahtnetz ist eine leitende und zugleich eine durchlässige Fläche, und dies gestattet unter gewissen Bedingungen die Elektricitätsbewegung von der Bewegung materieller Theile zu sondern. Ein Drahtnetz ist ein Filtrum, ein Sieb, welches die Elektricität selbst zurückhält, während es luftförmigen, flüssigen oder staubförmigen Stoffen, welche von jener bewegt werden, einen theilweisen Durchgang erlaubt.

Dieser filtrirende Einfluſs zeigt sich bei der in No. 1 besprochenen Anordnung, sobald man der elektrisirten Glocke eine abgeleitete Spitze nähert. Denn von spitzen Gegenständen geht ja vorzugsweise neben der elektrischen auch eine starke Bewegung materieller Theile aus. Die Hollundermarkkügelchen bleiben alsdann nicht mehr ruhig, sie werden vielmehr nach der entgegengesetzten Richtung getrieben, desgleichen eine Flamme, welche man sogar mit leichter Mühe zum Verlöschen bringen kann. Daſs dies keine elektrische Wirkung sey, folgt einmal schon daraus, daſs sich die Kügelchen wohl bewegen, aber nicht divergiren, ferner daraus, daſs Kügelchen sowohl als Flamme niemals angezogen, sondern immer nur fortgestoſsen werden. Endlich läſst sich dasselbe durch folgenden Versuch beweisen. Stellt man unter die Glocke ein Schälchen mit Terpentinöl gefüllt, in welchem ein Hollundermarkkügelchen schwimmt, so bewegt sich dasselbe bei Annäherung der Spitze gleichfalls in entgegengesetzter Richtung fort. Ganz ebenso, und ebenso schnell bewegt es sich aber, wenn man den flüssigen Isolator mit Wasser vertauscht, und doch müſste die Wirkung, wäre sie eine elektrische, je nach der leitenden Beschaffenheit des umgebenden Mediums eine ganz verschiedene seyn.

Sind Bewegungserscheinungen unter Drahtnetzen somit als keine directen elektrischen Wirkungen zu betrachten, so läſst sich aus diesen rückwärts ein Schluſs auf die

Natur ähnlicher unter gewöhnlichen Verhältnissen beobachteten Bewegungserscheinungen ziehen. So sieht man z. B., wenn man der Oberfläche einer isolirenden Flüssigkeit eine elektrisirte, oder wenn man der elektrisirten Flüssigkeit eine abgeleitete Spitze nähert, gröſsere oder geringere Vertiefungen entstehen. Solche Vertiefungen bilden sich auch mit kleineren Kugeln, viel weniger mit groſsen; und dies läſst vermuthen, daſs sie mit der Entstehung des Glimmlichtes oder des Büschels zusammenhängen. Aber unmöglich ist es, ohne Weiteres zu entscheiden, ob ihre Bildung durch directe elektrische Einwirkung oder durch die Bewegung der elektrisirten Luft erfolgt. Denn denkbar ist es sehr wohl, daſs die durch Ausströmung elektrisirte Oberfläche sich gleichfalls von der Spitze, weil mit ihr gleichnamig elektrisch, in Form einer Vertiefung zu entfernen strebt. Allein ebensolche Bildung, nur begreiflicher Weise weniger ausgedehnt, erfolgt unter Drahtnetzen, wenn man diesen eine Spitze nähert, und da sie hier nur unter dem Einfluſs der Luftbewegung erfolgen kann, so läſst sich vermuthen, daſs diese auch dort die Hauptursache sey. Ich sage die Hauptursache, weil ich zunächst nur eine bestimmte Klasse von Vertiefungen im Auge habe, diejenigen nämlich, welche bei lautloser elektrischer Ausgleichung erfolgen. Ich werde an einer anderen Stelle zeigen, daſs sich auf der Oberfläche isolirender Flüssigkeiten sehr verschiedene Eindrücke, mehr oder weniger den Lichtenberg'schen Figuren ähnlich, erzeugen lassen und daſs sich der Charakter solcher Zeichnungen weniger nach der Art der Elektricität, als nach der leitenden Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Form der Entladung richtet. An dieser Stelle sollte nur ein Beispiel für die Bedeutung der Drahtnetze mit Rücksicht auf ihre anfangs bezeichneten Eigenschaften gegeben werden.

Der Werth solcher Beobachtungen für verschiedene andere Bewegungserscheinungen läſst sich nach den bisherigen Versuchen noch nicht übersehen. Ich versuchte,

ob in pulverförmigen, unter dem Drahtnetz befindlichen Körpern, durch eine aufserhalb desselben stattfindende Entladung eine Bewegung veranlafst würde, fand aber diese Vermuthung bisher nicht bestätigt, vielleicht, weil die Maschenweite zu klein, oder die Form des Experimentes auch sonst keine günstige war. Für die Theorie der, wie ich meine, noch immer nicht genügend erklärten Staubfiguren, wäre es wohl wünschenswerth, ein besseres Resultat zu gewinnen.

Den Einflufs der Luftbewegung auf die elektrischen Lichterscheinungen hoffe ich am besten durch Anwendung von Drahtnetzelektroden constatiren zu können. Solche Elektroden lassen sich, theilweise wenigstens, aus den im Handel käuflichen Formen solcher Gewebe durch Zusammenstellung oder Abänderung derselben gewinnen. Ueber den Erfolg ihrer Anwendung gedenke ich später zu berichten.

Hier möchte ich zum Schlufs noch einer hübschen Erscheinung gedenken, welche zwar ihrer Bedeutung nach nicht in den Kreis dieser Betrachtung gehört, aber doch der Durchlässigkeit des Drahtnetzes ihre Entstehung verdankt, auch Demjenigen, welcher die obigen Versuche wiederholen sollte, schwerlich entgehen dürfte. Ist die unter dem Netze brennende Flamme nämlich sehr grofs oder hoch oder seitlich gestellt, so dafs sie mit ihrem gröfseren Theile die leitende Fläche durchdringt, so brennt auch dieser Theil viel ruhiger, als eine unter gewöhnlichen Verhältnissen elektrisirte Flamme brennen würde; und es treten in Folge dessen besser, wie an solcher, die polaren Formverschiedenheiten hervor. Ist die Flamme positiv elektrisch, so bildet sie eine lange, scharfe und schlanke Spitze, welche man durch Annäherung einer gröfseren Fläche noch verlängern und aus ihrer ursprünglichen Richtung, welche theilweise durch die Form der Glocke bestimmt wird, ablenken kann. Eine solche Flamme wirkt auch, wie eine vollkommene Spitze, da man aus oder neben derselben keine Funken erhalten kann. Anders dagegen bei

negativer Elektrisirung. Die Flamme bildet nun einen niedrigen, ganz stumpfen, fast halbkugelförmig verrundeten Kegel, und solche Flamme hat kaum die Wirkung einer Spitze, da man aus und neben derselben noch lange Funken erhält. Der Versuch gelingt am besten mit einer Spiritusflamme, welche ohne Elektrisirung mit ihrer halben Länge etwa die Drahtfläche überragt. Aber nicht immer bildet die Flamme einen Kegel, sey es einen stumpfen, sey es einen schlanken, sondern zuweilen theilt sie sich in eine Reihe kleiner, schwach divergirenden Spitzen. Auch bleibt sie nicht immer so ruhig, als vorhin bemerkt, sondern nimmt zuweilen eine von einem leisen singenden Geräusche begleitete periodisch zitternde Bewegung an.

Ueberraschend ist beim Gebrauche von Drahtnetzen, sey es mit, sey es ohne Flamme, die starke sich auf groſse Entfernung erstreckende Zerstreuung der Elektricität.

XI. *Ueber Aetzfiguren an Steinsalzwürfeln und über die von F. Exner angewandte Methode zur Erzeugung von Lösungsfiguren;* *von L. Sohncke.*

Ueber diejenigen Figuren, welche unter der Einwirkung einer auflösenden Flüssigkeit auf der Oberfläche von Steinsalzwürfeln entstehen, liegen zwei abweichende Angaben vor: Die eine von Leydolt, von welchem bekanntlich diese Methode zur Erforschung der Krystallstructur herrührt, die andere von F. Exner. Ersterer ist, wie aus seiner grundlegenden Arbeit: „Ueber eine neue Methode, die Structur und Zusammensetzung der Krystalle zu erforschen" u. s. f. [1]) hervorgeht, auf seine Methode gerade durch die Beobachtung jener Figuren geführt worden,

1) Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1855, Bd. 15, S. 59—81.

welche das Steinsalz nach längerem Liegen in feuchter Luft auf den Würfelflächen zeigt. Leydolt beschreibt sie als vierflächige Vertiefungen, gebildet von den Flächen desselben Pyramidenwürfels ($a : 2a : \infty a$), in welchen sich nach Mohs (vergl. seine „Mineralogie") ein Steinsalzwürfel nach und nach verwandelt, wenn er in sehr feuchter Luft liegt. Exner[1]) dagegen erhielt, als er einen feinen Wasserstrahl kurze Zeit senkrecht gegen eine Steinsalzwürfelfläche wirken liefs, quadratische Figuren, deren Seiten parallel den Würfelkanten lagen, deren Ecken aber nie scharf erhalten werden konnten, sondern stets etwas abgerundet erschienen. — Bei Wiederholung der Exner'schen Versuche fand ich sein Resultat völlig bestätigt: Da wo der Strahl auftritt, entsteht nicht eine pyramidale, sondern nur eine unbestimmt rundliche Vertiefung, deren Rand von einem Quadrat mit stark abgerundeten Ecken gebildet wird. Die wenig scharfe Ausbildung der Figuren schien mir eine Folge der zu heftigen Lösungswirkung zu seyn: daher änderte ich das Verfahren dahin ab, dafs ich mit einer minder heftig wirkenden Substanz spritzte, nämlich mit einer fast concentrirten Lösung von Steinsalz in Wasser. In der That änderte sich die Erscheinung. Doch entstand nicht, wie ich erwartet hatte, *eine* gröfsere Figur von scharf quadratischem Umrifs, sondern eine flache rundliche Vertiefung, die mit vereinzelten kleinen vierflächig pyramidalen Vertiefungen von paralleler Stellung bedeckt war. Am Boden der Vertiefungen findet sich bisweilen statt der Pyramidenspitzen ein kleines Quadrat, parallel jenem, welches den Rand der Vertiefung bildet. Der quadratische Rand ist bisweilen etwas verzerrt. Dieselben Aetzfiguren bilden sich zahlreicher und deutlicher, wenn man den Steinsalzwürfel einfach in die Lösung hineinhängt, in der er dann mehrere Stunden bleiben mufs. Bei tagelangem Verweilen in der Flüssigkeit schärfen sich die Kanten zu, und der Würfel verwandelt

1) Ueber Lösungsfiguren an Krystallflächen. In den Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. 69, Abth. II, 1874. Auch in Pogg. Ann. Bd. 153.

sich in einen freilich sehr rundlichen und kaum genauer bestimmbaren Pyramidenwürfel.

Auf Grund der mitgetheilten Erfahrungen wird man wohl nicht fehl greifen, wenn man die Verschiedenheit der Leydolt'schen und der Exner'schen Beobachtungen einfach darauf zurückführt, dafs bei dem Exner'schen Verfahren die Ausbildung scharfer und regelmäfsiger Figuren durch die viel zu heftig erfolgende Auflösung des Salzes verhindert wird. Es ist ja auch bei der Erzeugung von Aetzfiguren auf dem bisher üblichen Wege eine bekannte Bedingung für das Zustandekommen möglichst regelmäfsiger und deutlicher Figuren, dafs man als Lösungsmittel nur eine langsam wirkende, schwach ätzende Flüssigkeit zu wählen hat.

Dafs das Exner'sche Verfahren zur Hervorrufung der Lösungs- oder Aetzfiguren keine wesentlichen Vorzüge vor den bisher üblichen besitzt, bestätigte sich mir auch bei der Wiederholung seiner Versuche am *Alaun*. Wie schon Leydolt a. a. O. angiebt, entstehen auf den Octaëderflächen des Alaun unter Einwirkung von Wasser, dreiseitig pyramidale Vertiefungen; der Umrifs einer jeden ist ein gleichseitiges Dreieck von umgekehrter Lage als die (ebenfalls gleichseitig dreieckige) Octaëderfläche. Am Boden der Vertiefung findet sich auch wohl ein kleines, dem oberen Rande paralleles gleichseitiges Dreieck. — Anders ist die Figur, welche durch einen feinen, senkrecht gegen eine Alaunoctaëderfläche gerichteten, Wasserstrahl auf ihr gebildet wird. Der Rand der hier entstehenden Vertiefung gleicht einem gleichseitigen Dreieck mit abgestumpften Ecken (einem „halbregelmäfsigen" Sechseck, wie ich eine solche Figur zu nennen an einem anderen Orte vorgeschlagen habe). Aber auch hier sind sämmtliche sechs Ecken nicht scharf ausgebildet, sondern stark gerundet; und es scheint mir, dafs man dies Sechseck als ein, wegen zu heftiger Lösungswirkung nicht zu ordentlicher Ausbildung gelangtes, gleichseitiges Dreieck anzusehen habe, wie es ja bei langsamem Aetzen wirklich ent-

steht, entsprechend wie beim Steinsalz die Quadrate mit rundlichen Ecken nur mangelhaft ausgebildete Quadrate sind. Die Höhlung selbst hat eine durchaus rundliche Oberfläche; die Pyramidenkanten der gewöhnlichen Aetzfiguren sind eben auch durch den tumultuarischen Lösungsvorgang nicht zur deutlichen Ausbildung gekommen.

Nach allem Vorstehenden scheint es mir nicht, dafs man durch Verfolgung des von F. Exner eingeschlagenen Weges wesentliche Erweiterungen unserer Kenntnifs von der Structur oder sonstigen Eigenschaften der Krystalle zu erwarten hat.

Ich kehre zu den Aetzfiguren am Steinsalz zurück. Dieselben sollen nach Leydolt's Angabe durch die Flächen des von Mohs beim Steinsalz beobachteten Pyramidenwürfels ($a : 2a : \infty a$) gebildet werden; indessen scheint aus Leydolt's Worten hervorzugehen, dafs er dies Resultat nicht durch Messungen festgestellt, sondern für selbstverständlich gehalten hat. Ich habe nun eine gröfsere Reihe von Messungen angestellt, um das krystallographische Zeichen der die Aetzfiguren bildenden Flächen zu ermitteln. Die Messungen sind sehr unsicher; denn abgesehen davon, dafs die mit blofsem Auge kaum wahrnehmbaren Vertiefungen am Goniometer mikroskopisch eingestellt werden müssen, sind sie auch zu klein, zu rundlich und zu rauh, als dafs sie, selbst von einem hellleuchtenden Object, ein Bild zu liefern vermöchten. Daher war ich auf das schon von G. Rose, bei der Messung der durch theilweises Verbrennen hervorgerufenen Aetzfiguren am Diamant, angewandte Verfahren beschränkt, wonach man die kleine Fläche so einstellt, dafs sie von einer nahen Flamme den hellsten Reflex giebt. Um dem von der Flamme her einfallenden Lichte möglichst eine bestimmte Richtung zu geben, liefs ich nur ein sehr schmales Strahlenbündel auf den Krystall fallen, welches durch zwei kleine hintereinander angebrachte Löcher zweier Schirme gegangen war. Solche Messungen führte ich an Steinsalzätzfiguren ver-

schiedenen Ursprungs aus, nämlich 1) an solchen, die ich an einem Steinsalzwürfel schon fertig vorfand, vielleicht durch langes Liegen in feuchter Luft entstanden (?), 2) an Figuren, entstanden unter der Wirkung eines Strahls von fast concentrirter Salzlösung, 3) und 4) an Figuren, die durch 6-, resp. 15-stündiges Hängen von Steinsalz in jener Lösung entstanden waren.

Verschiedene Einstellungen derselben Pyramidenfläche auf die gröfste Intensität des Lichtreflexes weichen bedeutend von einander ab; nämlich bei den besseren der untersuchten Pyramidenflächen betrug die gröfste Differenz unter den wiederholten Ablesungen 1 bis $1\frac{1}{2}^{\circ}$, bei den schlechter spiegelnden aber sogar etwas über 3°. Daher wurden bei den besseren Flächen die Einstellungen etwa sechsmal, bei den schlechtern doppelt so viele, gemacht; oder der betreffende Winkel wurde aufserdem noch mit drei- bis sechsmaliger Repetition gemessen. So ist jede der folgenden Zahlen das Mittel sehr vieler Messungen. In der Regel maafs ich den Normalenwinkel w zweier benachbarter Pyramidenflächen, nur in einem Fall denjenigen von zwei gegenüberliegenden Flächen; doch gebe ich statt des letzteren den aus ihm berechneten Normalenwinkel w zweier Nachbarflächen an; es ist die erste Zahl der folgenden Tabelle.

1) Aetzfiguren unbekannten Ursprungs.		2) Aetzfiguren durch Anspritzen mit Salzlösung.	
Pyramide.	Winkel w.	Pyramide.	Winkel w.
No. 1. Erstes Flächenpaar	7° 34′	1	7° 18′
No. 1. Zweites Flächenpaar	7° 46′	2	7° 22′
No. 2.	8° 40′	3	8° 15′

3) Aetzfiguren durch 6-stündiges Hängen in Salzlösung.		4) Aetzfiguren durch 15-stündiges Hängen in Salzlösung.	
Pyramide.	**Winkel *w*.**	**Pyramide.**	**Winkel *w*.**
No. 1. Erstes Flächenpaar	7° 25′	1	8° 49′
No. 1. Zweites Flächenpaar	8° 50′	2	3° 1′
No. 2.	8° 32′	3	10° 37′
No. 3.	8° 54′	4	12° 38′
No. 4.	9° 12′	5	14° 14′
No. 5.	11° 1′ [unsicher]		

Um die Bedeutung dieser Zahlen hervortreten zu lassen, stelle ich die Werthe des Coëfficienten n in dem Flächenzeichen des Pyramidenwürfels $(a : na : \infty a)$ zusammen, welche verschiedenen Werthen des Winkels w entsprechen.

w	7°	8°	8° $4\frac{1}{6}$′	8° $57\frac{1}{2}$′	9°	14°
n	11,55	10,09	10	9	8,96	5,72

Die beobachteten Aetzfiguren werden also von Flächen gebildet, angehörig Pyramidenwürfeln, die zwar sämmtlich ziemlich flach, aber doch von sehr verschiedener Neigung zu seyn scheinen, enthalten zwischen den Extremen $(a : 5{,}7\,a : \infty a)$ und $(a : 11{,}5\,a : \infty a)$.

Am häufigsten sind Flächen von solcher Lage, dafs sie den Pyramidenwürfeln

$$(a : 9\,a : \infty a) \text{ und } (a : 10\,a : \infty a)$$

anzugehören scheinen; *jedenfalls aber kommt der von Leydolt angenommene Pyramidenwürfel* $(a : 2a : \infty a)$ *bei den von mir untersuchten Aetzfiguren gar nicht vor.* *Nach den*

vorstehenden Messungen ist es wahrscheinlich, dafs die Aetzfiguren am Steinsalz gar nicht auf einen bestimmten Pyramidenwürfel bezogen werden können.

XII. *Bemerkungen zu Dr. L. Hermann's: Ueber schiefen Durchgang von Strahlenbündel durch Linsen etc.*[1]*;*
von Dr. Hugo Krüfs in Hamburg.

Im letzten Bande des Jahres 1874 dieser Annalen machte Hr. Professor Dr. Ludimar Hermann in Zürich eine Mittheilung über eine von ihm unter obigem Titel verfafste Abhandlung, in welcher er analytische Formeln entwickelte zur Auffindung des durch ein System von brechenden Flächen entworfenen Bildes eines Punktes, welcher zwar mit der Axe dieses Systemes in einer Ebene, aber nicht in der Axe selbst liegt. Von Strahlen, welche von diesem Punkte ausgehen und das System unter einem Winkel gegen die Axe treffen, sagt er, sie hätten eine „schiefe Incidenz" und ihren Durchgang durch das System nennt er einen „schiefen Durchgang".

Ohne auf die Ausführungen der besagten Abhandlung näher eingehen zu wollen, mufs ich einige kurze Bemerkungen knüpfen an eine Notiz, welche Hr. Hermann in der Einleitung zu seiner Arbeit (S. 6) macht. Er sagt nämlich, dafs „abgesehen von seinen in den folgenden Paragraphen enthaltenen allgemeinen Principien, eine specielle und directe Behandlung der auf die Theorie der Brechung schief auffallender Strahlenbündel bezüglichen

1) Dr. Ludimar Hermann: Ueber schiefen Durchgang von Strahlenbündeln durch Linsen und über eine darauf bezügliche Eigenschaft der Krystalllinse. 4. Zürich, Orell Füfsli u. Co. 1874.

Fälle nicht zu existiren scheint.“ (Nach Abschlufs seiner Arbeit fand Hr. Hermann eine Behandlung dieses Falles in einer Dissertation von G. Krech[1])). Nun ist aber im Laufe der letzten 20 Jahre von mehreren Gelehrten gerade der von Hrn. Hermann angezogene Fall theilweise in sehr erschöpfender Weise behandelt worden, von diesen Arbeiten scheint Hermann bei Abfassung seiner Abhandlung nicht unterrichtet gewesen zu seyn, weshalb ich hier eine kurze geschichtliche Uebersicht der Entstehung derselben geben will.

Nachdem das 18. Jahrhundert auf dem Gebiete der Dioptrik die sehr werthvollen Arbeiten Euler's hervorgebracht hatte, erweiterte sich in der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts die mathematische Theorie der optischen Instrumente durch das Betreten eines ganz neuen Weges, welchen Möbius[2]) zuerst anbahnte. Ihm folgten Gaufs[3]) und Bessel[4]) mit der Feststellung der Theorie der Cardinalpunkte eines Systems centrirter brechender Flächen. Man war nun im Stande, solche Lichtstrahlen, welche mit der optischen Axe eines Systemes in einer Ebene liegen und deshalb auch alle Brechungen in dieser Ebene erleiden, durch dasselbe zu verfolgen; es war aber noch unmöglich, das Bild eines beliebigen Punktes im Raum festzulegen und nach allen Richtungen hin zu untersuchen. Diesem Uebelstande wurde in vorzüglicher Weise abgeholfen durch Professor Dr. Seidel in München, welcher seine Arbeiten an die Euler'schen Entwickelungen anknüpfte. Seidel[5]) setzte an Stelle der

1) G. Krech: *De luminis fascibus infinite tenuibus.* 4. *Berolini,* 1863.

2) A. F. Möbius: Kurze Darstellung der Haupteigenschaften eines Systems von Linsengläsern. Crelle's Journal f. Mathematik Bd. V, S. 113, 1830.

3) C. F. Gaufs: Dioptrische Untersuchungen. Abh. d. kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen Bd. I, 1838—41.

4) F. W. Bessel: Ueber die Grundformeln der Dioptrik, Schumacher's Astr. Nachr. 1841, No. 415.

5) L. Seidel: Zur Theorie der Fernrohrobjective. Astr. Nachr. 1852 bis 1853, No. 835. Zur Dioptrik. Astr. Nachr. 1853—54, No. 271.

Kettenbrüche von Möbius und Bessel eine weit bequemer zu berechnende Summe, indem er anstatt der Längen in der Axe die Entfernungen von der Axe einführte, in denen die einzelnen Flächen von den Strahlen geschnitten werden, sowie die Winkel, welche letztere mit der Axe bilden. Er entwickelte sodann Formeln[1]), welche den Fehler im Bilde eines Punktes aufser der Axenebene darstellt. Der Ausdruck, welchen er dafür findet, setzt sich aus fünf Summen zusammen und das Verschwinden einer jeden Summe zeigt an, dafs der Fehler in gewisser Beziehung gehoben ist, wenn bereits dafür gesorgt wurde, dafs auch die vorhergehenden Summen verschwinden. Schon diese Arbeiten gehen weiter, als Hrn. Hermann's Abhandlung, indem sie nicht der Einschränkung unterworfen sind, dafs der Objectpunkt in der Axenebene liegen mufs. Mit ihrer Hülfe kann man das Bild eines jeden Punktes finden; man kann bei gegen die Axe geneigt einfallenden Strahlbündeln die Brennweiten (oder bei endlichem Abstande des Objectes Vereinigungsweiten) in zwei auf einander senkrechten Richtungen und damit die Differenz dieser Brennweiten d. i. die Brennstrecke ermitteln. Dieses erreicht Hr. Hermann vermittelst seiner neuen Formeln nur in Folge der angegebenen Einschränkung, also in nicht so allgemeiner Form wie Seidel.

Es ist aber die Anwendung derartiger analytischer Entwickelungen, welche ja nur Näherungswerthe geben können, in der rechnenden Dioptrik nur in sehr wenig

1) L. Seidel: Ueber die Entwickelung der Glieder dritter Ordnung, welche den Weg eines aufserhalb der Ebene der Axe gelegenen Lichtstrahls durch ein System brechender Medien bestimmen. Astr. Nachr. 1856, No. 1027—1029. Diesen Arbeiten von Seidel schliefsen sich die gleichzeitig begonnenen beiden Abhandlungen an:

G. A. Keller: Zur Dioptrik. Entwickelung der Glieder fünfter Ordnung. Gekrönte Preisschrift. München 1865.

H. L. Bauer: Zur Theorie dioptrischer Instrumente. München, 1866. Beide mufsten sich bei der Entwickelung der Glieder fünfter Ordnung auf Strahlen, welche in einer Ebene mit der Axe liegen, beschränken, um die Uebersichtlichkeit der Formeln zu wahren.

Fällen zulässig; die Oeffnungen der optischen Apparate sind nicht verschwindend klein, sondern im Gegentheil von erheblicher Gröfse, dürfen also gewifs nicht vernachlässigt werden. Deshalb mufs sich der Praktiker nach strengen trigonometrischen Formeln umsehen, welche bei der Verfolgung der Strahlen durch ein System eine solche Genauigkeit gestatten, wie die angewandten Logarithmen sie zulassen. Bei den steigenden Anforderungen an das Gesichtsfeld der optischen Instrumente müssen aber auch die aufser der Axenebene liegenden Strahlen in Betracht gezogen werden. Während dieses früher zwar als möglich zugegeben werden mufste, schienen sich doch grofse rechnerische Schwierigkeiten darzubieten, denen aber Seidel durch seine allgemeinen trigonometrischen Formeln Abhülfe verschaffte[1]). Seidel's chliefst sich den Entwickelungen Gaufs' möglichst an und bezieht die Stücke, durch welche die Lage der Strahlen bestimmt wird, auf Ebenen, welche er senkrecht zur optischen Axe durch die Krümmungsmittelpunkte der brechenden Flächen legt. Durch diese Wahl erhalten die Formeln eine grofse Einfachheit und Uebersichtlichkeit. — Wenn nun schon die analytischen Formeln Seidels mehr leisteten, als die von Hermann aufgestellten Formeln, so mufs dieses noch weit mehr von den trigonometrischen Entwickelungen Seidel's gesagt werden, denn diese gestatten die Verfolgung eines jeden Strahls durch ein System centrirter sphärischer Flächen mit jeder gewünschten Genauigkeit, ihre Anwendung bietet keinerlei Schwierigkeit dar und Seidel giebt aufserdem für den Rechner sehr nützliche Controlformeln, durch welche dieser die Richtigkeit seiner Rechnung prüfen kann.

In neuerer Zeit wurde dasselbe Problem von Zinken (genannt Sommer)[2]) behandelt, jedoch in etwas anderer

1) L. Seidel: Trigonometrische Formeln für den allgemeinsten Fall der Brechung des Lichtes an centrirten sphärischen Flächen. Carl's Repertorium f. physik. Technik, 1866, Bd. III, S. 167.

2) H. Zinken: Untersuchungen über die Dioptrik der Linsensysteme. Braunschweig 1870.

Weise wie von Seidel. Zinken legt nämlich durch die Krümmungsmittelpunkte der brechenden Flächen eine Ebene senkrecht zur Axe, eine zweite senkrecht zum einfallenden und eine dritte senkrecht zum gebrochenen Strahl und bestimmt die Beziehungen derselben zu einander, sowie ihre Durchschnitte mit den Strahlen auf trigonometrischem Wege; doch werden seine Formeln umständlicher als die Seidel'schen und deshalb in der praktischen Rechnung unbequemer. — Auch Hansen[1]) giebt für diesen Fall Formeln, welche denen Seidel's ganz ähnlich sind; nur sind sie weniger übersichtlich zusammengestellt; auch läſst Hansen diejenigen Formeln fort, welche zur Controle der Rechnung von Seidel beigefügt wurden.

Aus Obigem wird wohl zur Genüge hervorgehen, daſs Hr. Hermann nicht der erste war, welcher sich mit der Entwickelung von Formeln für den sogenannten „schiefen Durchgang" von Strahlen durch Linsensysteme beschäftigte. Solches darzulegen und dadurch (wenn auch etwas spät) die Priorität Seidel's zu wahren, ist der alleinige Zweck meiner Bemerkungen.

Hamburg, Herbst 1875.

XIII. *Notiz über Vocallaute und über eine natürliche Stimmgabel; von Dr. A. Krönig.*

Es ist eine Eigenthümlichkeit der Flüsterstimme, daſs man mit derselben, abgesehen von einigen wenigen unwesentlichen Ausnahmen, alle Sprachlaute ein- und ausathmend gleich vernehmlich und deutlich sprechen kann, was

1) P. A. Hansen: Untersuchung des Weges eines Lichtstrahls durch eine beliebige Anzahl von brechenden sphärischen Oberflächen. Abhandlungen d. math.-phys. Classe d. kgl. sächs. Gesellschaft. d. Wiss. Bd. X, 2, Leipzig 1871.

bei Anwendung der lauten Stimme durchaus nicht der Fall ist. Während in der genannten Beziehung sich die Flüsterstimme der lauten überlegen zeigt, erweist sich in einer anderen Richtung die erstere als beschränkt gegen die letztere. Mit dieser nämlich kann man jeden beliebigen Vocal mit jeder beliebigen Tonhöhe hervorbringen, über welche die Stimme überhaupt disponirt. Man singe das tiefste *u*, was man hervorzubringen vermag; man wird auf denselben tiefen Ton auch *i* singen können. Umgekehrt singe man das höchste *i*, welches man hervorzubringen vermag; man wird auf denselben hohen Ton auch *u* singen können. Dasselbe ist nun bei der Flüsterstimme durchaus nicht der Fall. Man singe flüsternd das höchste *u* und das tiefste *i*, welche man eben flüsternd zu singen im Stande ist, und man wird mit der gröfsten Deutlichkeit wahrnehmen, dafs jenes höchste *u* viel tiefer ist, als das tiefste *i*.

Die genannte Beschränktheit der Flüsterstimme kann man benutzen, um das gewöhnliche *a* der Stimmgabeln ohne Apparat ziemlich genau aufzufinden. Man singe zu diesem Zweck den Vocal *o* mit Flüsterstimme, und zwar so hoch, wie es irgend möglich ist, wenn das *o* ganz rein bleiben und noch keine Spur von *ö* durchklingen lassen soll. Dieses höchste flüsternd hervorgebrachte *o* ist fast ganz genau das gesuchte *a*. Um nun noch von der Flüsterstimme zur lauten überzugehen, kann man zuerst das geflüsterte *o* pfeifend wiedergeben, wozu nur eine äufserst geringe Veränderung der Mundstellung erforderlich ist. Den gepfiffenen Ton überträgt man dann leicht in die laute Singstimme.

Das tiefste reine *o*, welches man flüsternd singen kann, ist ungefähr das *d*, zu welchem das *a* der Stimmgabeln die Quinte bildet. Das tiefste reine *u*, was man flüsternd singen kann, ist ungefähr das unterhalb des eben genannten *d* liegende *c*. Das höchste reine *u*, was sich flüsternd singen läfst, liegt einen halben Ton tiefer, wie das höchste reine *o*. Versucht man, ein noch höheres *u* flüsternd zu

singen, so bemerkt man, daſs es anfängt in *ü* überzugehen.

Die Meinung, als ob bei einer bestimmten Höhe der Flüsterstimme nur ein einziger bestimmter Vocal sich hervorbringen lieſse, würde irrig seyn. Man kann zum Beispiel auf dasjenige *cis*, welches die Decime des gewöhnlichen mittleren *a* bildet, ziemlich bequem die vier Vocale *ä*, *e*, *ö* und *ü* flüsternd singen.

Das gröſste Tonhöhenintervall der Flüsterstimme umfassen die Consonanten *sch* und *ch*. Versucht man, *sch* möglichst tief und möglichst hoch zu lautiren, so zeigen sich die beiden gefundenen Tonhöhen um mehr als zwei Octaven von einander entfernt. Das höchste geflüsterte reine *i* ist noch etwas höher als das höchste *sch*. Man kann im Allgemeinen jede mit lauter Stimme zu singende Melodie auch mit Flüsterstimme auf den Laut *sch* singen. Dagegen ist es im Allgemeinen nicht möglich, ein Lied, einen Text mit richtiger Tonhöhe und mit richtigen Vocalen flüsternd zu singen. Bei einem derartigen Versuche werden mit seltenen Ausnahmen entweder die Vocale oder die Melodie falsch werden.

Daſs die Vocallaute der Flüsterstimme nicht als Obertöne des lauten Stimmritzentones betrachtet werden können, ist ganz selbstverständlich, da bei der Entstehung der ersteren der letztere gar nicht existirt. Uebrigens scheinen doch die Vocallaute der Flüster- und der lauten Stimme demselben Grunde ihren Ursprung zu verdanken. Wenigstens ist zur Hervorbringung desselben Vocals mit Flüster- und mit lauter Stimme dieselbe Mundstellung erforderlich. Je nach der verschiedenen Höhe des lautgesungenen Vocals ändert sich nur die Stellung des Kehlkopfes. Es ist hiernach nicht unwahrscheinlich, daſs zum Studium der Vocallaute die Flüsterstimme geeigneter ist, als die laute, bei welcher der Stimmritzenton vielleicht nur ein störendes Element bildet.

Wer die vorstehend mitgetheilten Angaben seiner eigenen Prüfung unterwerfen will, wird dieselben wahrscheinlich

Anfangs nicht alle richtig finden. Dies kann seinen Grund indessen auch darin haben, dafs es erst nach einiger Uebung gelingt, die Höhe der Flüsterstimme richtig abzuschätzen und die Töne der flüsternden mit denen der lauten Stimme oder irgend eines musikalischen Instruments zu vergleichen.

XIV. *Notizen zur Geschichte des Principes der Erhaltung der Kraft;* *von Dr. G. Berthold in Ronsdorf.*

(Aus d. Monatsbericht. d. Akad. 1875, Oct., vom Hrn. Verf. übersandt.)

„Es ist ganz natürlich", sagt Thomas Buckle[1]), „dafs die physikalische Lehre von der *Unzerstörbarkeit* und ihre Anwendung sowohl auf die *Kraft* als die *Materie* wesentlich eine Schöpfung des jetzigen Jahrhunderts ist, trotz einiger Anspielungen, die frühere Denker darauf gemacht, denn sie tappten Alle auf's Unbestimmte und ohne einen allgemeinen Zweck umher. Kein *früheres Jahrhundert* war kühn genug, eine so herrliche Ansicht als ein *Ganzes* zu fassen; auch hatte früher kein Gelehrter Naturkenntnifs genug, um einen solchen Gedanken zu vertheidigen, wenn er ihn auch gehegt haben möchte." Buckle gab in diesen Worten nur einer Ansicht Ausdruck, welche noch jetzt fast allgemein verbreitet ist, der aber entschieden widersprochen werden mufs[2]). Wenn auch die rich-

1) Geschichte der Civilisation in England. Deutsch von Arnold Ruge. Leipzig 1865. 8. 2. Ausg. 2. Bd., S. 477.

2) Es ist das Verdienst Hrn. E. du Bois-Reymond's, zuerst wieder darauf aufmerksam gemacht zu haben, dafs das Princip der Erhaltung der Kraft einem Descartes, Leibniz, Voltaire, Haller bereits vollkommen bekannt war. E. du Bois-Reymond, in den Berichten der Berliner Akademie, 1868 S. 43, 1870 S. 837; — Voltaire in seiner Beziehung zur Naturwissenschaft, Rede usw. Berlin 1868, 8. p. 17; — Leibnizische Gedanken in der neueren Naturwissenschaft, Rede etc. Berlin 1874, 8. S. 48 f.

tige Formulirung des Gesetzes erst unserem Jehrhundert vorbehalten blieb, so findet sich der allgemeine Gedanke bereits bei Epikur deutlich ausgesprochen, und die Welt der Atome Epikur's, welche in ewiger Fallbewegung sind, und welche die Bewegung an sich haben, wird eben sowohl von diesem Princip beherrscht, wie die Weltmaschine eines Descartes und eines Leibniz. Epikur läſst freilich die Quantität der Bewegung im Universum constant bleiben, erläutert aber das Princip in einer Weise, welche an Leibniz erinnert. Die Constanz der Materie und die Constanz der Kraft wird nämlich von Epikur damit begründet[1]), daſs es keinen Ort auſserhalb des Universums gebe, wohin ein Theilchen der Materie zu entfliehen und von wo eine neue Kraft in das Universum einzudringen vermöge, ein Satz, welchem Leibniz folgende Fassung giebt[2]): „Die Körper des Universums können mit anderen Körpern, welche in dem Universum nicht enthalten sind, nicht communiciren. Das Universum ist also ein System von Körpern, welche mit anderen nicht communiciren, und daher erhält sich in ihm immer dieselbe Kraft“. Der groſse Gedanke, welcher dem Systeme

1) *T. Lucreti Cari: De rerum natura libri sex. Recogn. J. Bernaysius. Lipsiae* 1871. 8. *lib. II; v.* 294—307, *p.* 38 *s.*

Nec stipata magis fuit umquam materiai
copia nec porro maioribus intervallis:
nam neque adaugescit quicquam neque deperit inde,
quapropter quo nunc in motu principiorum
corpora sunt, in eodem ante acta aetate fuere
et post haec semper simili ratione ferentur,
et quae consuerint gigni gignentur eadem
conditione et erunt et crescent vique valebunt,
quamtum cuique datum est per foedera naturai,
nec rerum summam commutare ulla potest vis:
nam neque quo possit genus ullum materiai
effugere ex omni quicquam est usquam, neque in omne
unde coorta queat nova vis inrumpere et omnem
naturam rerum mutare et vertere motus.

2) *Dynamica etc. pars II prop. VIII.* Leibnizens mathematische Schriften. Herausg. von Gerhardt. Halle 1860. 8. 2. Abth. 2. Bd. p. 434.

Epikur's zu Grunde lag, blieb unbeachtet[1]), bis Gassendi bei dem Versuche das System Epikur's zu erneuern, auch dieses Princip wieder an's Licht zog. „Ich bemerke", sagt Gassendi[2]), „daſs da die eingeborene Kraft der Atome weder verloren geht, wenn die concreten Körper zu ruhen anfangen, sondern nur gehemmt wird, noch erzeugt wird, wenn die Körper anfangen sich zu bewegen, sondern nur ihre Freiheit wieder erlangt, man sagen kann, gleich viel Trieb (*impetus*) bleibe beständig in den Körpern, wieviel von Anfang an dagewesen ist". Die allgemeine Aufmerksamkeit wurde indessen auf dies Princip erst gelenkt, als Descartes ebenfalls den Satz aufstellte[3]), daſs die Quantität der Bewegung im Universum constant bleibe, indem er so, wie Voltaire sagt[4]) „nur eine alte Chimäre Epikur's erneuerte". Wir übergehen als bekannt den Streit über das wahre Kräftemaaſs, welcher sich zwischen Descartes und Leibniz erhob[5]), die Folgen dieses Streites, die Formulirung und Begründung des Principes der Erhaltung der Kraft durch Leibniz, die

1) Um weiteren Miſsbrauch zu verhüten möge es hier gestattet seyn, zwei Citate zu corrigiren, welche Hr. H. Klein (Die Principien der Mechanik etc. Leipzig 1872. 8. p. 42 f.) beibringt. Das erste Citat aus Cicero's *Tuscul. disput. I,* 23 („*solum igitur, quod se ipsum movet, quia numquam deseritur a se, numquam ne moveri quidem desinit*") bezieht sich nur auf die Seele, und ist ein Gedanke, der wie Cicero selbst beifügt, aus Plato's Phädrus entlehnt ist. Das zweite Citat aus Placidus Heinrich (Die Phosphorescenz der Körper etc. Nürnberg 1812. 4. 2. Abth. S. 252) bzieht sich lediglich auf die Constanz der Materie.

2) *Animadversiones in* X. *libr. Diogenis Laërtii. Lugduni* 1675. *Fol. Ed. III, vol. I, p.* 241.

3) *Principia philosophiae. Amstelodami apud D. Elsevirium* 1677. 4. *P. II,* § 36, *p.* 37; § 42, *p.* 41; *P. III,* § 46, *p.* 65.

4) Article *Mouvement; Diction. philos. Oeuvres complètes de Mr. Voltaire, Aux Deux-Ponts.* 1792. 8. *t.* 61, *p.* 69.

5) Vergleiche: Montucla, *histoire de mathématique etc. nouv. éd. Paris* 1802. 4. *t. III, p.* 641. s. — Whewell, Geschichte der inductiven Wissenschaften. Deutsch von Littrow. Stuttgart 1840. 8. 2. Th., S. 92 ff. — Schaller, Geschichte der Naturphilosophie etc. Leipzig 1841. 8. 1. Th. p. 490 ff.

allgemeine Verbreitung des Principes durch Leibniz[1]) und Chr. Wolff[2]); wir setzen als bekannt die Anwendung voraus, welche Daniel Bernoulli in der Mechanik von dem Gesetz der lebendigen Kräfte machte, ein Gesetz, welches er auf Galilei's Pendelversuche und auf Huyghens's Theorie vom Schwingungs-Mittelpunkt zurückführt[3]).

Höchst eigenthümlich ist die Stellung, welche Spinoza zu dem Principe einnimmt. Aehnlich wie Kant, welcher in seiner Jugend eine Abhandlung über die wahre Schätzung der lebendigen Kräfte verfaſste, und später das Princip nicht erwähnt, trotzdem er die Materie, welche er constant setzt, aus Attractions- und Repulsionskräften hervorgehen läſst, hat auch Spinoza in seinen früheren Schriften dem Principe Rechnung getragen, um dasselbe später vollständig zu ignoriren[4]). In seiner Bearbeitung der Principien des Descartes (Spinoza bemerkt freilich ausdrücklich, daſs nicht alles in der Schrift enthaltene seinen eigenen Ansichten entspreche), findet sich das Princip ganz in der Weise von Descartes aufgestellt: „Dieselbe Menge von Bewegung und Ruhe, welche Gott dem Stoffe einmal eingedrückt hat, erhält Gott auch durch seinen Beistand“[5]). Eine etwas ausführlichere Erörterung wird dem Principe zu Theil in der erst in unseren Tagen wieder aufgefunde-

1) Leibnizens mathematische Schriften. Herausg. von Gerhardt. Halle 1860. 8. 2. Bd. S. 117ff., S. 123ff., S. 215ff., S. 236ff., S. 243ff., S. 440ff. — *G. G. Leibnitii opera philosophica omnia etc. Ed. J. E. E. Erdmann. Berolini* 1840. 4. *p.* 108, 113, 132, 138, 155, 191, 430, 438, 520, 604, 702, 716, 728, 747, 757, 775.

2) *Cosmologia generalis etc. Ed. nova. Francoforti et Lipsiae* 1736. 4. *Scetio II, cap. IV,* § 480*ss., p.* 372*ss.*

3) *Hydrodynamica etc. Argentorati* 1738. 4. *Sect. I,* § 19, *p.* 11*ss.*

4) Vergl. E. du Bois-Reymond in den Berichten der Berliner Akademie, 1872, S. 696. — Ueber eine Akademie der deutschen Sprache. Ueber Geschichte der Wissenschaft. Zwei Festreden etc. Berlin 1874, S. 48, 49.

5) R. Descartes' Principien der Philosophie etc. begründet durch B. von Spinoza. Uebers. von Kirchmann. Berlin 1871, 8. S. 67.

nen Abhandlung: *Von Gott, dem Menschen und dessen Glück*[1]). Im ersten Theil im 9. Kapitel, welches die Aufschrift trägt: *Von der geschaffenen Natur*, heifst es also: „Was nun die allgemeine geschaffene Natur anbetrifft oder die Modi oder Geschöpfe, die unmittelbar von Gott abhangen oder geschaffen sind, so kennen wir von diesen nicht mehr als zwei, nämlich die Bewegung[2]) im Stoff und den Verstand im denkenden Dinge. Von ihnen sagen wir, dafs sie von aller Ewigkeit gewesen sind und in alle Ewigkeit unverändert bleiben werden. Wahrlich ein Werk so grofs, wie es der Gröfse des Werkmeisters geziemte.

Was nun insbesondere die Bewegung anbetrifft, da diese eigentlich mehr in die Abhandlung von der Naturwissenschaft als hierher gehört, wie dafs sie von aller Ewigkeit her dagewesen ist und in Ewigkeit unverändert bleiben wird, dafs sie in ihrer Art unendlich ist, und dafs sie durch sich selbst nicht bestehen oder begriffen werden kann, sondern allein mittelst der Ausdehnung — von dem Allem, sage ich, werden wir hier nicht handeln, sondern darüber nur dies sagen: dafs sie ein Sohn, Geschöpf oder Product, unmittelbar von Gott geschaffen, ist.

Den Verstand in dem denkenden Dinge betreffend, so ist dieser, ebenso wie die erstere, auch ein Sohn, Geschöpf, oder unmittelbares Product Gottes, auch von aller Ewigkeit her von ihm geschaffen und in alle Ewigkeit unverändert bleibend[3]). Dessen Attribut ist aber nur eins,

1) B. de Spinoza's kurzgefafste Abhandlung von Gott, dem Menschen und dessen Glück. Uebers. von C. Schaarschmidt. Berlin 1874. 8. 2. Aufl., S. 38 f.

2) In dem Manuscript findet sich hierbei folgende Anmerkung: „Was hier von der Bewegung im Stoff gesagt wird, ist nicht im eigentlichen Sinne gesagt, denn der Autor erwartet, davon noch die Ursache zu finden, wie er sie *a posteriori* einigermaafsen schon gefunden hat; doch mag es hier auch so stehen, weil Nichts darauf gegründet oder davon abhängig ist."

3) Der Gedanke, das Princip der Erhaltung der Kraft auch auf das Bewufstsein zu übertragen, findet sich auch bei Maupertuis in der

nämlich Alles klar und deutlich zu allen Zeiten zu begreifen, woraus eine unendliche oder aller vollkommenste Zufriedenheit unveränderlich entspringt, welche, was sie thut, zu thun nicht unterlassen kann“.

In Spinoza's Ethik und in dessen Briefen finden wir dagegen keine Andeutung [1]) des hier so klar ausgesprochenen Principes. Das System Spinoza's wurde, in soweit es keine Rechenschaft von der Bewegung giebt, einer eingehenden Kritik von John Toland unterworfen. In zwei höchst beachtenswerthen Abhandlungen, welche den *Letters to Serena* angehängt sind, und welche zuerst die Einheit von Materie und Kraft betonen und als die Quellen betrachtet werden können, aus welchen der Monismus der Gegenwart seine hauptsächlichste Nahrung geschöpft hat [2]), wird das Princip, dafs die Actionsmenge im Universum stets constant sey, deutlich ausgesprochen, wenn auch Toland, trotz persönlicher Bekanntschaft mit Leibniz, an der Fassung von Descartes festhält. „Wie wir in der Materie“, sagt Toland [3]), die Quantität der einzelnen

merkwürdigen Abhandlung, welche er unter dem Pseudonym eines Erlanger Doctor's Baumann 1751 unter dem Titel: *Dissertatio inauguralis metaphysica de universali naturae systemate* veröffentlicht hatte, und die als *Système de la nature* in seinen gesammelten Schriften wieder abgedruckt ist. Hier heifst es: *„La perception étant une propriété essentielle des éléments, il ne paroît pas qu'elle puisse périr, diminuer, ni s'accroître. Elle peut bien recevoir différentes combinaisons des éléments; mais elle doit toujours, dans l'Univers, former une même somme, quoique nous ne puissions ni la suivre ni la reconnoître.“ Oeuvres de Mr. de Maupertuis. Nouv. éd. A. Lyon* 1756. 8. *t. II, p.* 155. *Système de la nature* § 53.

1) Hr. F. Cohn findet freilich, dafs Spinoza der Entdecker des Principes der Erhaltung der Kraft sey. „Die Einheit und Ewigkeit der Substanz mit ihren beiden Attributen Stoff und Kraft und ihren unzählbaren Modificationen, welche die Körper des Weltalls bilden, war zuerst als philosophisches Axiom von dem grofsen Denker Spinoza ausgesprochen worden.“ Die Entwickelung der Naturwissenschaft in den letzten 25 Jahren. Breslau 1872. 8. 2. Aufl. S. 15 ff.

2) Vergleiche meine demnächst erscheinende Abhandlung: John Toland *und der Monismus der Gegenwart.* Heidelberg, C. Winter.

3) *Letters to Serena etc. London* 1704. 8. *p.* 159.

Körper und die Ausdehnung des Ganzen unterscheiden, von der diese Quantitäten nur die verschiedenen Determinationen oder Modi sind, welche durch ihre verschiedenen Ursachen entstehen und vergehen, so möchte ich, um besser verstanden zu werden, diese Bewegung des Ganzen Action genannt wissen, und alle Localbewegungen, mögen sie nun gerade oder kreisförmig, schnell oder langsam, einfach oder zusammengesetzt seyn, nur Bewegungen genannt wissen, da sie nur die verschiedenen wechselnden Determinationen der Action sind, welche stets im Ganzen und in jedem Theile dieselbe ist, und ohne welche sie keine Modificationen erhalten könnte". „So wie diese besonderen oder begränzten Quantitäten", heifst es an einer anderen Stelle[1]), „welche wir diese oder jene Körper nennen, nur die verschiedenen Modificationen der allgemeinen Ausdehnung der Materie sind, in welcher sie alle enthalten sind, und welche sie weder vermehren noch verringern: so sind, als eine adaequate Parallele, alle besonderen oder Localbewegungen der Materie nur die verschiedenen Determinationen ihrer allgemeinen Action, welche sie hierhin oder dorthin, durch diese oder jene Ursachen, auf diese oder jene Weise dirigiren, ohne sie irgendwie zu vermehren oder zu vermindern".

Die Versuche einiger englischen Autoren, das Princip der Erhaltung der Kraft auf Newton zurück zu führen, müssen als verfehlt bezeichnet werden. In beschränktem Maafse macht er allerdings davon Gebrauch, wie weit er aber davon entfernt war, das Princip auf das Universum zu übertragen, davon giebt der bekannte Ausspruch von Leibniz[2]) Zeugnifs, dafs die „göttliche Maschine" Newton's nach Newton's eigener Annahme so unvollkommen sey, „dafs sie von Zeit zu Zeit gereinigt und ausgebessert werden müsse". Dagegen finden wir bei Newton's grofsem Rivalen, Robert Hooke, das Princip

1) L. c. S. 176; vergleiche auch S. 193 ff.

2) *G. G. Leibniti opera philosophica omnita etc. Ed. J. E. Erdmann. Berotini* 1840. 4. *p.* 747.

in eigenthümlicher Fassung. Als das Ganze der Realitäten, welche unsere Sinne afficiren, sagt Hooke[1]), betrachte er Materie und Bewegung. Unter Bewegung verstehe er nichts Anderes als eine Alteration, oder die Kraft der Alteration in den kleinsten Theilchen eines Ganzen im Verhältnifs zu einander, eine Kraft, welche in irgend bestimmbarer Menge zu- oder abnehmen könne, „aber das natürliche Gleichgewicht des Universums ist reciprok der Masse oder der Ausdehnung, oder der Quantität der anderen Kraft, der Materie". „Ich halte diese beiden für zwei einzelne Mächte (*powers*), welche zusammenwirken, die meisten der wahrnehmbaren und unwahrnehmbaren Wirkungen der Welt hervorzubringen". Auf die Frage, was Materie und Bewegung sey, antwortet Hooke: „sie sind, was sie sind, Mächte, geschaffen von dem Allmächtigen, zu seyn, was sie sind und zu wirken, wie sie thun, welche *unveränderlich im Ganzen* sind, weder durch Vermehrung noch durch Verminderung". Obschon nun aber Robert Hooke sehr bestimmt die Wärme als eine Bewegung definirt, so war weder ihm noch Leibniz oder Daniel Bernoulli beschieden, das Verhältnifs zwischen Wärme und mechanischer Arbeit zu entdecken, wenngleich auch die letzteren nicht weit von dem Ziele entfernt waren, namentlich, worauf Hr. P. du Bois-Reymond aufmerksam gemacht hat[2]), Daniel Bernoulli. Ihm und Leibniz war der Verlust an lebendiger Kraft nicht unbekannt, welcher bei dem Stofs unelastischer Körper scheinbar stattfindet. Leibniz vergleicht[3]) die weichen Körper gelegentlich mit einem Sack voll elastischer Kugeln, welche bei einem mäfsigen Stofs nicht wieder die frühere Form annehmen, weil die Theile nicht genug mit einander verbunden sind. „Hiervon kommt es, dafs bei dem Stofse solcher Körper ein Theil der Kraft durch die

1) *The posthumous works of Robert Hooke etc. Published by Richard Waller etc. London* 1705. *Folio p.* 171 f.

2) Poggendorff's Annalen usw. 1859, Bd. 107, S. 490.

3) Mathematische Schriften etc. 2. Bd., S. 230 f.

kleinen Theile absorbirt wird, welche die Masse zusammensetzen, ohne daſs diese Kraft dem Ganzen zurückgegeben wird. — — — Indessen ist dieser Abzug der Totalkraft durchaus kein Verstoſs gegen das Gesetz der Erhaltung der Kraft in der Welt. Denn was durch die kleinen Theile absorbirt wird, ist keineswegs für das Universum verloren, obgleich es für die Totalkraft der stoſsenden Körper verloren ist". „Und nicht minder bezeichnend ist das Bild, mit welchem Leibniz den Uebergang von Massenbewegung in Molecularbewegung mit dem Wechseln eines groſsen Geldstückes in Scheidemünze vergleicht[1]). Daniel Bernoulli läſst den Theil an lebendiger Kraft, welcher bei dem Stoſse unelastischer Körper scheinbar verloren geht, an eine „*materia subtilis*" übergehen und derselben inhärent bleiben[2]).

Erst bei Diderot finden wir eine Ahnung von der Einheit der Naturkräfte. Die merkwürdige Stelle in den *Pensées sur l'interprétation de la natnre* lautet so[3]): „*De même qu'en mathématique, en examinant toutes les propriétés d'une courbe, on trouve que ce n'est que la même propriété présentée sous des faces différentes, dans la nature on reconnoîtra, lorsque la physique expérimentale sera plus avancée, que tous les phénomènes, ou de la pesanteur, ou de l'élasticité, ou de l'attraction, ou du magnétisme, ou de l'electricité, ne sont que des faces différentes de la même affection.*" Daſs Diderot die Wärme nicht mit aufführt, erklärt sich hinlänglich aus der damals herrschenden Lehre von der Materialität der Wärme. Durch Rumford geschah der groſse Schritt, thatsächlich nachzuweisen, daſs die Erzeugung der Wärme durch Reibung in einem bestimmten Aequivalent-Verhältniſs zu der aufgewandten mechanischen Arbeit stehe, und Rumford steht nicht an, als nothwendige Folge seiner Wärmetheorie den Satz aus-

1) *Opera philosophica etc. p.* 775,

2) *Hydrodynamica etc. Argentorati* 1738. 4. *Sect. I,* § 20, *p.* 13.

3) *Pensées sur l'interprétation de la nature, à Londres* 1754. 8. § 45, *p.* 61.

zusprechen, „dafs die Summe der lebendigen Kräfte im Universum immer dieselbe bleiben müsse“[1]). An Rumford schliefst sich unmittelbar Humphry Davy, welcher das Princip der Erhaltung der Kraft in folgenden Worten ausspricht[2]): *„No more sublime idea can be formed of the motions of matter, than to conceive that the different species are continually changing into each other. The gravitative, the mechanical, and the repulsive motion* (mit *repulsive motion* bezeichnet Davy die Wärme) *appear to be continually mutually producing each other, and from these changes all the phaenomena of the mutation of matter probably arise*“. Diese Worte wurden noch im letzten Jahre des vergangenen Jahrhunderts geschrieben, und somit mag unsere Behauptung als geschichtlich wohlbegründet erscheinen, dafs unser Jahrhundert weder den Anspruch erheben darf, das Princip der Erhaltung der Kraft erfunden, noch selbst ihm eine wesentlich neue Begründung gegeben zu haben. Hierdurch wird aber nicht im geringsten das Verdienst jener Männer geschmälert, welche das Princip von neuem entdeckt haben, ein Princip, welches seitdem von dem weittragendsten Einflusse nicht blofs auf die gesammten Naturwissenschaften, sondern auch auf unsere ganze Weltanschauung geworden ist.

1) *Mémoires sur la chaleur. A Paris. An* XIII. 8. *p.* 137. Vergleiche Rumford und die mechanische Wärmetheorie etc. von G. Berthold, Heidelberg 1875. 8. S. 83. — Die Amerikaner bemühen sich, Rumford die Entdeckung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft zu vindiciren, so namentlich Youmans und Ellis, letzterer in dem *Memoir of Sir Benjamin Thompson, Count Rumford etc.* Philadelphia s. a. 8. *p.* 475 ff.

2) *The collected works of Sir Humphry Davy etc. London* 1839. 8. *vol. II, p.* 29. Es ist sehr bezeichnend, dafs obiger Satz, welcher sich in dem Originalentwurf der Erstlingsarbeit von H. Davy (*An essay on heat, light and the combinations of light*, 1799) findet, von ihm selbst beim Druck gestrichen wurde wegen der *„vagueness of generalization“*, wie der Herausgeber der gesammelten Werke, John Davy, sagt (l. c.).

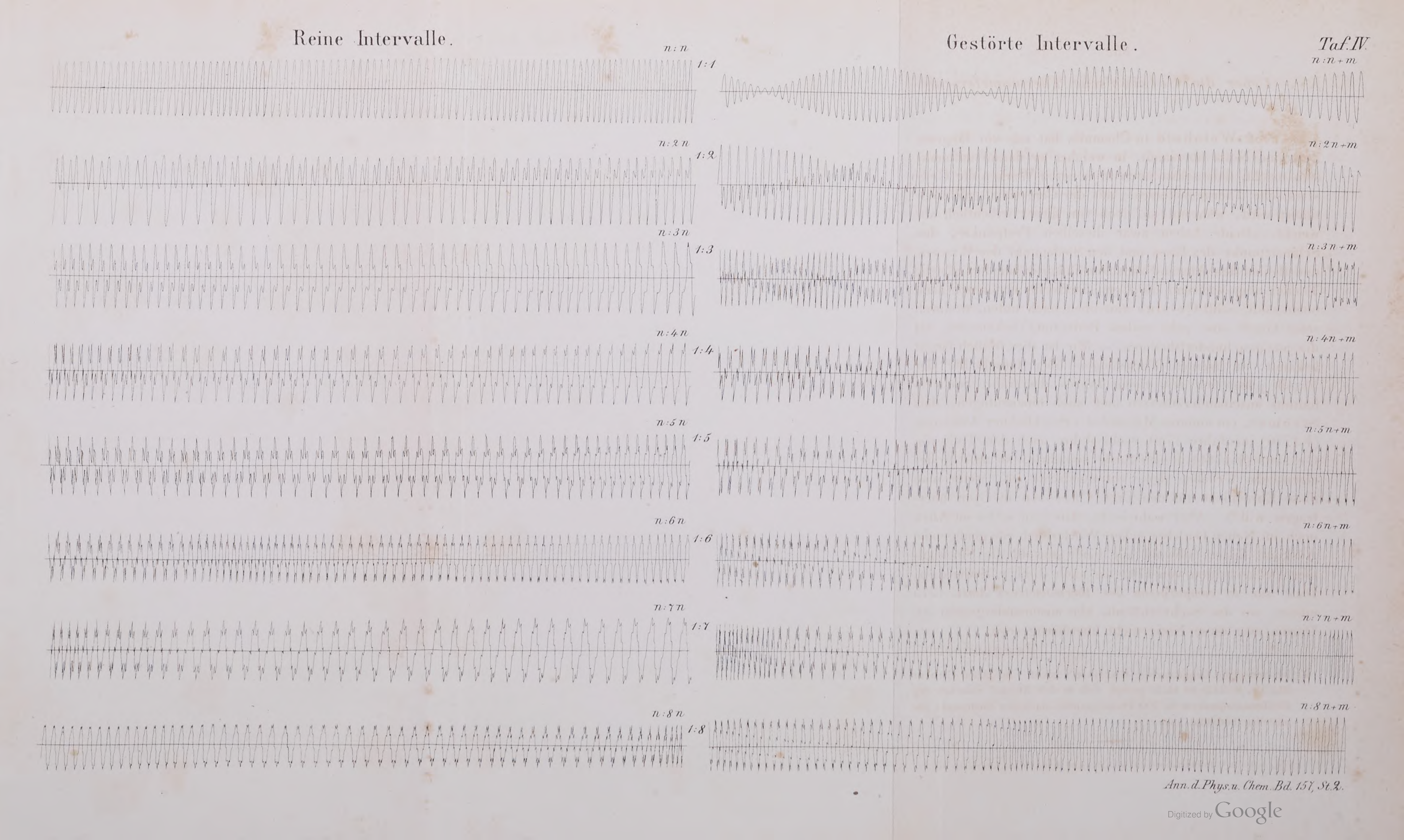
XV. *Ueber die Celsius'sche Thermometerscale.*

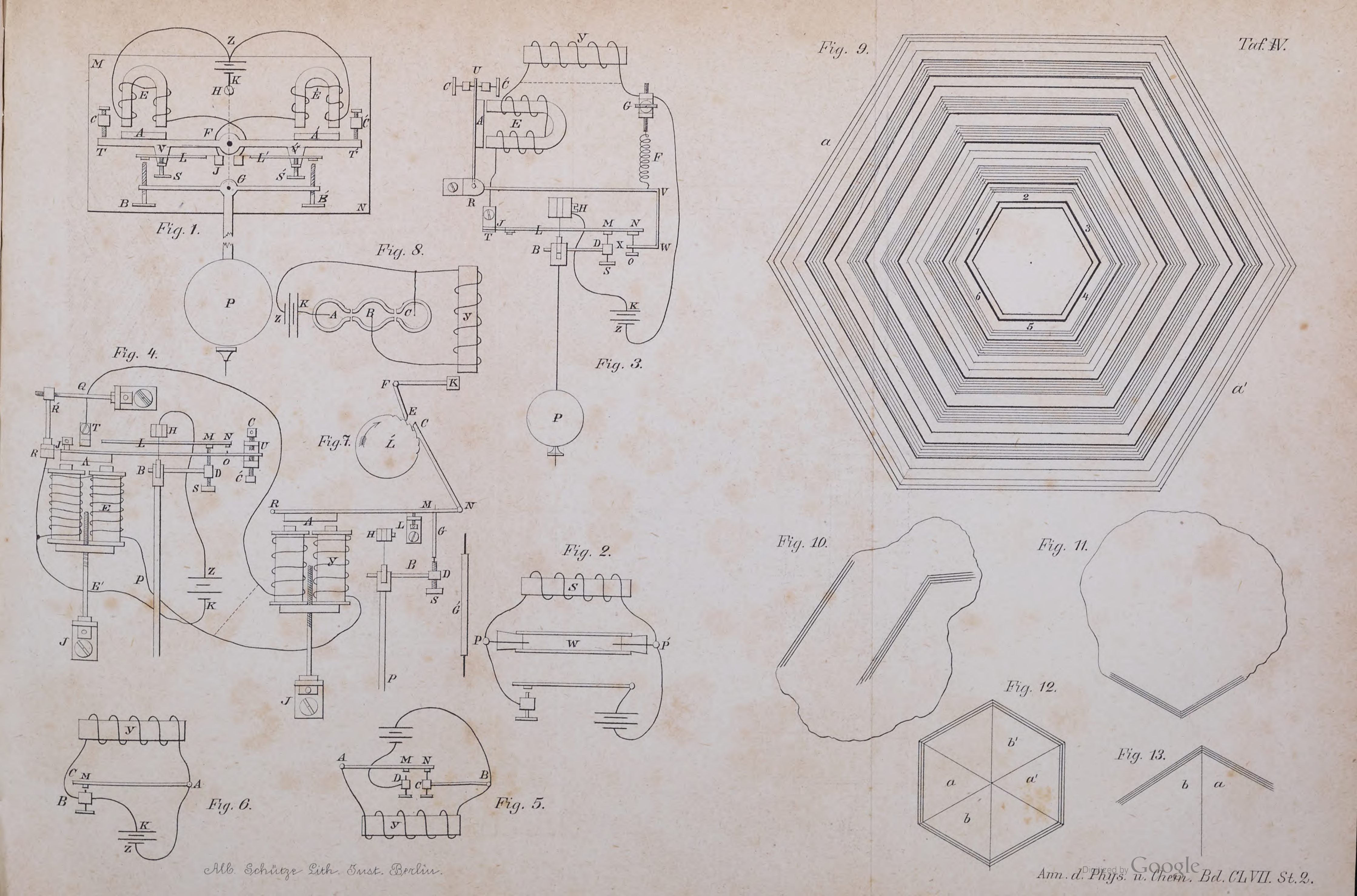
Hr. Prof. Weinhold in Chemnitz hat mir vor längerer Zeit eine Notiz übersandt, in welcher er darauf aufmerksam macht, daſs selbst noch in neueren Werken die Celsius'sche Thermometerscale mit der Centesimalscale identificirt wird, während sie doch von dieser wesentlich abweicht. Beide haben zwar dieselben Festpunkte, den Schmelzpunkt des Eises und den Siedepunkt des Wassers, und theilen den Abstand zwischen ihnen in hundert gleiche Theile; aber während die Centesimalscale von unten nach oben zählt, zählt Celsius von oben nach unten, wodurch seine Grade eine ganz andere Bedeutung bekommen, als die jetzigen hunderttheiligen. — Mir ist dies freilich längst bekannt; in meinen Vorlesungen über Geschichte der Physik pflege ich seit vielen Jahren das wahre Sachverhältniſs auseinanderzusetzen und auch hinzuzufügen, daſs Strömer, ein anderes Mitglied der Stockholmer Akademie († 1770) im Jahre 1750, sechs Jahre nach dem Tode von Celsius († 1744) dessen Scale umkehrte, so daſs er der eigentliche Urheber der Centesimalscale ist, wenn man diese Ehre nicht auf den Prof. Christin in Lyon übertragen will[1]). Aber wahr ist es, daſs man weder im Alten noch im Neuen Gehler'schen Wörterbuch ene genügendei Auskunft findet, obwohl alle beide sowohl die Stockholmer Denkschriften von 1742 als auch J. H. v. Swinden, *Diss. sur la comparaison des thermomètres, Amst.* 1775 citiren, wo das Sachverhältniſs klar auseinandergesetzt ist. Darum mag diese Notiz nicht überflüssig seyn.

Poggendorff.

1) Ich kenne die Originalarbeit Christin's nicht. Im Alten Gehler (Bd. IV, S. 324) ist bloſs gesagt, daſs er den Abstand zwischen den Fundamentalpunkten in 100 Theile getheilt, auch den Siedepunkt nur mittelbar bestimmt habe.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.


Reine Intervalle.
Gestörte Intervalle.
Taf. IV.
n : n
1 : 1
n : n + m
n : 2n
1 : 2
n : 2n + m
n : 3n
1 : 3
n : 3n + m
n : 4n
1 : 4
n : 4n + m
n : 5n
1 : 5
n : 5n + m
n : 6n
1 : 6
n : 6n + m
n : 7n
1 : 7
n : 7n + m
n : 8n
1 : 8
n : 8n + m
Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. 157, St. 2.


Taf. IV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

1876. ANNALEN № 3.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVII.

I. *Ueber die specifische Wärme des Quecksilbergases;*

von A. Kundt und E. Warburg.

In seiner ersten Abhandlung über die kinetische Theorie der Gase bewies Clausius die Gleichung

$$\frac{H}{K} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k-1} \quad \ldots\ldots \quad (1),$$

wo H die totale Energie des Gases und K die Energie der fortschreitenden Bewegung seiner Molecüle ist. Diese Gleichung gilt, wenn das Gas ein ideelles [1]) und seine specifische Wärme von der Temperatur unabhängig ist. Wenn man die letztere Voraussetzung fallen läfst, so mufs man schreiben

$$\frac{\frac{\partial H}{\partial \tau}}{\frac{\partial K}{\partial \tau}} = \frac{2}{3} \frac{1}{k-1} \quad \ldots\ldots \quad (1a),$$

wo τ die absolute Temperatur nach dem Gasthermometer bedeutet.

Clausius hat bekanntlich die Gleichung (1) benutzt, um das Verhältnifs $\frac{H}{K}$ für ein Gas zu finden, wenn k durch das Experiment gegeben ist.

Wenn aber andererseits die Constitution des Gasmolecüls in hinreichender Weise definirt wird, so kann man aus der Theorie die linke Seite von ($1a$) und damit K

1) D. h. wenn dasselbe dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz folgt, und bei einer Ausdehnung, die ohne Abgabe von Energie nach Aufsen Statt hat, keine Wärme absorbirt.

oder, was für ein ideelles Gas auf dasselbe hinauskommt, die specifische Wärme theoretisch berechnen.

Ist das Gasmolecül ein materieller Punkt, so hat man $H = K$ und daraus $k = 1{,}666$ . . . .

Wie materielle Punkte verhalten sich vollkommen glatte elastische kugelförmige Theilchen. Sind die Gasmolecüle vollkommen elastische Körperchen, die nicht Kugelgestalt haben, so ist nach Maxwell[1])

$$H = 2K, \text{ woraus } k = 1{,}333 \text{ . . . .}$$

Besteht das Molecül aus n materiellen Punkten (Atomen), welche durch anziehende Kräfte zusammengehalten werden, so ist nach Boltzmann[2]) die mittlere lebendige Kraft des Atoms gleich der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls, d. h. wenn H' die totale kinetische Energie des Gases ist, so hat man

$$H' = nK.$$

Sey alsdann φ das mittlere Potential des Molecüls, multiplicirt mit der Zahl der vorhandenen Gasmolecüle, so hat man

$$dH = dH' + d\varphi = ndK + d\varphi \quad . \quad . \quad (2).$$

Beziehen wir Alles auf die Masseneinheit und setzen

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \varepsilon,$$

wo $R = \frac{p_0 v_0}{\tau_0}$ und v_0 das specifische Volumen des Gases bei dem Druck p_0 und der absoluten Temperatur τ_0, und beachten, daſs dann $K = \frac{3}{2} R\tau$, so haben wir aus (2)

$$\frac{\frac{\partial H}{\partial \tau}}{\frac{\partial K}{\partial \tau}} = n + \frac{2}{3}\varepsilon,$$

daraus nach (1a)

$$k = \frac{2 + 3n + \varepsilon}{3n + \varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3),$$

welche Gleichung von Maxwell[3]) angegeben ist.

1) *Phil. Mag.* 4. *Serie, Bd. XX, p.* 86.

2) Berichte d. Wien. Acad. Bd. LXIII.

3) *Journal of the Chemical Society,* 2. *Serie, Bd. XIII, p.* 504. Bei

Nimmt man an, daſs dieselben Theilchen, welche Träger der mechanischen und thermischen Eigenschaften der Gase sind, bei den chemischen Reactionen in Wechselwirkung treten, so muſs man die Molecüle der Gase O, N, H, gemäſs den chemischen Reactionen in Boltzmann's Theorie als aus $2m$, also *wenigstens* aus zwei materiellen Punkten gebildet denken.

Setzt man nun in Formel (3) $n = 2$, so erhält man

$$k \lesseqgtr 1{,}333\ldots,$$

je nachdem $\varepsilon \gtreqless 0$.

Setzt man $n > 2$, so wird k noch kleiner.

Für die Gase Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff liefert das Experiment einen Werth von k, welcher zwischen 1,395 und 1,413 liegt.

Keine der oben angedeuteten Annahmen über die Constitution eines Gasmolecüls giebt also von dem experimentellen Werth des k Rechenschaft und es besteht hier zur Zeit ein ungelöster Widerspruch zwischen der Erfahrung und der Theorie [1]).

Es giebt aber Gase, welche nach den chemischen Reactionen einatomig sind, wenn man den Wasserstoff als zweiatomig ansieht; ein solches Gas ist das Quecksilbergas, worauf Hr. Baeyer uns hinwies, und es schien uns nun des hervorgehobenen Widerspruches halber von hoher Wichtigkeit für die Gastheorie, die specifische Wärme dieses Gases experimentell zu bestimmen. Lieferte das Experiment für das $k = \frac{c'}{c}$ dieses Gases den Werth 1,667, welcher nach der Clausius'schen Gleichung (1) einem Gase zukommt, dessen Molecüle sich wie materielle Punkte verhalten, so würde dadurch zwar die für die Gase H, N, O bestehende Schwierigkeit zunächst nicht gehoben werden;

Maxwell steht n statt $3n$, da er mit n nicht die Anzahl der Atome im Molecül, sondern die Anzahl der Variabeln des Molecüls bezeichnet.

1) Maxwell, *Journ. Chem. Soc.*, 2. *Serie*, *Bd. XIII*, *p.* 504. Boltzmann, Berichte der Wien. Academie Bd. LXIII.

man hätte dann aber Grund anzunehmen, daſs die Ursache des hervorgehobenen Widerspruchs zwischen Erfahrung und Theorie nicht in den Grundprincipien dieser stecke, sondern in der Art ihrer Anwendung auf die vorliegende Frage. Das Experiment hat uns nun gelehrt, daſs der Werth von k für Quecksilbergas 1,186 mal so groſs ist als für Luft. Setzt man k für Luft nach Röntgen [1]) gleich 1,405, so ergiebt sich k für das Quecksilbergas 1,666. Damit ist denn bewiesen, *daſs das Molecül des Quecksilbergases in Bezug auf seine mechanischen und thermischen Eigenschaften sich merklich wie ein materieller Punkt verhält.*

Wir bemerken, daſs Hr. Naumann bereits i. J. 1867 die Frage aufgeworfen hat, ob nicht für Quecksilber als ein einatomiges Gas der Werth $\frac{H}{K}$ in der Gleichung (1) gleich 1 sey und in Folge dessen dem Quecksilbergas die kleinstmögliche specifische Wärme zukäme [2]).

Der Zweck dieser Abhandlung, von der wir einen Auszug in den Berichten der chemischen Gesellschaft [3]) zu Berlin veröffentlicht haben, ist, einen ausführlichen Bericht über die Experimentaluntersuchung zu geben, welche zu dem angegebenen Resultat geführt hat.

Wir haben die gesuchte Gröſse aus dem Verhältniſs der Schallgeschwindigkeit des Quecksilbergases zu derjenigen der Luft und dieses Verhältniſs nach der von einem von uns [4]) früher angegebenen Methode der Staubfiguren ermittelt.

Miſst man die Länge der stehenden Wellen, welche die beiden Enden eines longitudinal tönenden Glasrohres in zwei Gassäulen verschiedener Beschaffenheit und bekannter Temperatur erregen, so hat man

1) Pogg. Ann. Bd. CXLIII, S. 603.
2) Ann. der Chem. u. Pharm. 1867, Bd. 142, S. 282. Siehe auch Berichte der deutschen chem. Gesellsch. 1875, S. 1063 u. 1514.
3) Berichte der deutschen chem. Gesellsch. 1875, S. 945.
4) Pogg. Ann. Bd. CXXVII, S. 497 und Bd. CXXXV, S. 337.

$$\frac{l}{l'} = \sqrt{\frac{k}{k'} \cdot \frac{\tau}{\tau'} \cdot \frac{d'}{d}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4),$$

wo l Wellenlänge, k Verhältnifs der specifischen Wärmen, τ absolute Temperatur, d Dichte unter den Normalverhältnissen des Druckes und der Temperatur für das eine Gas und die gestrichelten Buchstaben dieselben Werthe für das andere Gas bedeuten.

Aus der Gleichung (4) kann alsdann $\frac{k'}{k}$ berechnet werden.

Die Hauptschwierigkeit der Methode besteht einmal darin, in einem Raume, welcher nur Quecksilberdampf enthält und welcher einer Temperatur von etwa 300° Cels. ausgesetzt wird, hinreichend scharfe, zur Messung geeignete stehende Wellen des Quecksilbergases hervorzurufen, und zweitens darin, die Temperatur dieses Raumes hinreichend genau zu bestimmen.

Nach mannigfachen Versuchen wurden wir schliefslich auf eine Construction des Apparates zur Erzeugung der stehenden Quecksilberwellen geführt, die sich sehr gut bewährte.

Der Apparat ist in Fig. 1, Taf. VI in ungefähr $\frac{1}{6}$ natürlicher Gröfse gezeichnet.

ab ist ein aus den ungleich weiten Röhren *ac* und *cb* zusammengesetztes Rohr, welches, wenn es in den Punkten *c*, *d* und *e* oder in zweien dieser Punkte befestigt ist, und zwischen *cd* angerieben wird, seinen dritten Longitudinalton (bei dem *c*, *d* und *e* Knoten sind) rein und kräftig giebt. Bei *c* stehen die beiden Röhren nicht in Communication, sondern sind durch eine Glaswand von einander getrennt.

In das Rohr *cb* ist, bevor dasselbe bei *b* zugeschmolzen wurde, ein an beiden Enden offenes Rohr *feg* eingeführt, welches bei *f* und *e* durch Platin- oder Aluminiumdrähte, die um das innere Rohr gewickelt sind, fest in dem äufseren Rohr gehalten wird und nur durch die Drähte bei *f* und *e* mit dem äufseren Rohr in fester Ver-

bindung steht. In das Rohr ist eine kleine Menge gut geglühter Kieselsäure zur Bildung der Staubfiguren gebracht. Bei *h* befindet sich ein enger seitlicher Auslauf. Nachdem durch diesen eine gewogene Menge Quecksilber in den Apparat eingeführt ist, wird der Auslauf an die Quecksilberpumpe angeschmolzen, der Apparat durch häufiges Einlassen trockner Luft zunächst sorgfältig getrocknet und dann, soweit es mit der Quecksilberpumpe möglich ist, ausgepumpt. Hierauf wird der seitliche Auslauf bei *h* abgeschmolzen. Wenn nun *cb* auf eine Temperatur von etwa 300° gebracht wird und eine geeignete Menge Quecksilber in dem Apparat sich befindet, so werden stehende Wellen im Quecksilbergas von dem eingeführten Pulver mit großser Schärfe verzeichnet. Wir hatten anfangs versucht, ohne ein inneres Rohr zu benutzen, die Staubwellen direct am Boden des äufseren Rohres *cb* zu erzeugen. Durch die mit den Longitudinalschwingungen immer coëxistirenden Transversalschwingungen wurde indefs die Regelmäfsigkeit der Staubfiguren zu sehr beeinträchtigt [1]). Das innere Rohr, welches das tönende nur in zwei Knoten *f* und *e* berührt, wird fast gar nicht in Schwingung versetzt, und die Staubfiguren bilden sich daher in ihm mit voller Regelmäfsigkeit. Um gleichzeitig mit den Quecksilberwellen die Wellen des gleichen Tones in der Luft zu erhalten, ist das Ende *a* zugeschmolzen und etwas aufgeblasen. Ueber dieses Ende *a* wird eine etwa 1600^{mm} lange Glasröhre, welche an einem Ende durch einen Kork geschlossen ist, geschoben. Von der Röhre ist in der Zeichnung nur ein Stückchen *ik* angegeben. In dem Rohr befindet sich etwas Lycopodium, welches die durch das freie Ende *a* erregten stehenden Luftwellen durch die Staubfiguren sichtbar macht.

Es erübrigt noch, mit kurzen Worten den Heizkasten, in welchem das Quecksilberrohr auf die gewünschte hohe Temperatur gebracht wurde, zu beschreiben. Derselbe ist in Fig. 3, Taf. VI in einem Querschnitt gezeichnet. Er

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 347 ff.

besteht aus drei einander umschliefsenden Kästen $K_1 K_2 K_3$ mit den Deckeln $D_1 D_2 D_3$ und einem unten offenen, an Ketten hängenden Ueberwurf *U*.

Die Ketten *p* gehen über Rollen (in der Figur nicht sichtbar), welche an der Decke des Zimmers befestigt sind, und mittels dieser Ketten kann der Ueberwurf herabgelassen und aufgezogen werden. Die Vorderwände des Kastens sind zum Einlegen des Apparates und des Luftthermometers mit Schlitzen versehen, welche bis zur Mitte der Vorderwände heruntergehen. Nach dem Einlegen des Apparates werden diese Schlitze durch Schieber von oben und Blechstücke von unten (siehe Fig. 4, Taf. V) so gut als möglich geschlossen. Die noch bleibenden kleinen Oeffnungen zwischen Rohr und Schiebern werden mit Asbest sorgfältig verstopft.

In der Zeichnung (Fig. 2, Taf. VI) sieht man in den innersten Kasten das tönende Rohr eingezeichnet, dasselbe wurde bei *r* und *s* durch zwei geeignete Klemmen gehalten.

Neben dem Quecksilberrohr und mit demselben in gleicher Höhe liegt das cylindrische Glasrohr *L* (in der Figur ist dasselbe der Deutlichkeit wegen unter das tönende Rohr gezeichnet), durch welches das kleine kugelförmige Luftvolumen eines Jolly'schen Luftthermometers[1]) ersetzt war. Das Rohr *L* setzt sich bei *l* in ein etwa $2^{mm},5$ weites Rohr fort, welches aus dem Kasten heraus zu dem Gestell des in der Figur weggelassenen Jolly'schen Luftthermometers führt. Aufserdem waren in den innersten Kasten durch die Wände hindurch bei *r* und *t* zwei Quecksilberthermometer eingeführt, welche von Aufsen abgelesen wurden. Geheizt wurden die Kasten durch eine Reihe von etwa 50 Bunsen'schen Brennern. In der Figur sind der Deutlichkeit halber nur etwa 30 gezeichnet.

War nun der Apparat in den Heizkasten eingelegt, so wurde zunächst Stand und Temperatur des Luftthermo-

1) Pogg. Ann. Jubelband S. 82.

meters abgelesen und die Brenner angezündet. Es wurde dann so lange an der Heizvorrichtung regulirt, bis die beiden bei *r* und *t* eingeführten Quecksilberthermometer die *gleiche* gewünschte Temperatur dauernd zeigten. In diesem Fall war auch der Stand des Luftthermometers stationär.

War dies erreicht, so wurde das Luftwellenrohr *ik* (Fig. 2, Taf. VI), welches vorher entfernt war, an seinen Platz gebracht. In die beiden Enden desselben wurden zwei Thermometer eingeführt, und man wartete bis auch diese stationär geworden waren. Der eine Beobachter notirte alsdann den Stand dieser Thermometer, entfernte sie aus dem Rohr, schloſs das hintere Ende desselben durch einen Kork und rieb dann das tönende System zwischen *r* und *s* auf seinen dritten Longitudinalton an, so daſs in dem Quecksilber- und in dem Luftrohr die Staubwellen entstanden. Mittlerweile machte der zweite Beobachter die erforderlichen Einstellungen und Ablesungen am Luftthermometer.

Ehe wir die Resultate unserer definitiven Versuche zusammenstellen, schicken wir einige Angaben voraus, um den Grad der Sicherheit festzustellen, mit welcher die einzelnen zur Bestimmung der gesuchten Gröſse gebrauchten Data ermittelt werden konnten.

Als diejenige Gröſse, welche durch unsere Versuche bestimmt wird, bezeichnen wir das Verhältniſs $\frac{k'}{k}$, dessen Werth nach Gleichung (4) gegeben ist durch

$$\frac{k'}{k} = \left(\frac{l'}{l}\right)^2 \cdot \frac{\iota}{\iota'} \cdot \frac{d'}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Wir wollen die auf der rechten Seite stehenden sechs Gröſsen der Reihe nach betrachten.

1) Für d', die Dichte des Quecksilberdampfes bezogen auf die Normalverhältnisse von Druck und Temperatur haben wir die von Dumas experimentell bestimmte Dampfdichte des Quecksilberdampfes, nämlich 6,9783 genommen, welche mit der theoretischen so nahe überein-

stimmt, dafs die Differenz zu vernachlässigen ist. Es ist dabei vorausgesetzt, dafs der Dampf sich unter den Bedingungen unserer Versuche wie ein vollkommenes Gas verhält. Diese Voraussetzung wird experimentell dadurch gerechtfertigt, dafs für die Gröfse $\frac{k'}{k}$ bei sehr verschiedenen Graden der Sättigung des Quecksilberdampfes der gleiche Werth gefunden wurde. Wir haben nämlich drei verschiedene Apparate, welche in der Folge mit den Nummern I, II und III bezeichnet werden sollen, und welche verschiedene Mengen Quecksilber enthielten, gebraucht, und die Messungen aufserdem bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt.

Der Apparat I enthält so viel Quecksilber, dafs derselbe bei 281° Cels., bei welcher Temperatur dem Quecksilberdampf ein Druck von 159^{mm} zukommt, gesättigt war. Beobachtet wurde mit diesem Apparat bei den Temperaturen 300 bis 350. Dem in dem Apparat vorhandenen Quecksilber kommt nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetz bei diesen Temperaturen ein Druck von 164 bis 179^{mm} zu, während die Drucke der Sättigung seyn würden 242 bis 663^{mm}.

Der Apparat II enthielt eine Quecksilbermenge, welche den Raum bei 320° Cels. sättigen würde und zwar bei einem Druck von 369^{mm}. Beobachtet wurde mit dem Apparat zwischen 333 und 346° Cels. Bei diesen Temperaturen steht der vorhandene Quecksilberdampf nach den genannten Gesetzen unter einem Druck von 333 bis 346^{mm}, während die entsprechenden Drucke der Sättigung seyn würden 478 bis 612^{mm}.

Der Apparat III enthielt so viel Quecksilber, dafs ein Theil desselben bei der Beobachtungstemperatur flüssig blieb, also der Dampf gesättigt war.

Obwohl also den vorstehenden Angaben gemäfs bei sehr verschiedenen Sättigungsgraden beobachtet wurde, ergab sich in den Versuchen kein merklicher Unterschied des Werthes $\frac{k'}{k}$.

2) d ist die Dichte der feuchten Zimmerluft in dem Luftwellenrohr bei 0° Cels. und 760^{mm} Druck. Der Feuchtigkeitsgehalt der Zimmerluft wurde durch ein August'sches Psychrometer bestimmt, und hiernach wurde d berechnet. Die Berücksichtigung der Feuchtigkeit bringt eine Aenderung von circa $\frac{1}{2}$ Proc. im Resultat hervor.

3) l ist die Länge der Staubwelle im Luftwellenrohr. Die Bestimmung dieser Gröſse ist mit auſserordentlicher Schärfe ausführbar, und ist l in unsern Versuchen mit einem mittlern Fehler von weniger als $\frac{1}{3}$ Proc. behaftet, ein Fehler, welcher als verschwindend anzusehen ist. Die Zahl der jedesmal gemessenen Luftwellen betrug etwa 30. Das Wellenrohr war so weit und es wurde so wenig Lycopodium genommen, daſs eine Verkleinerung der Wellenlänge durch Reibung nicht Statt hatte [1]).

4) l' ist die Länge der Schallwelle im Quecksilbergas. Eine Schwierigkeit in der genauen Ermittelung dieses Werthes entsteht dadurch, daſs man das Rohr, in dem die Wellen durch die Kieselsäure aufgezeichnet werden, beim Anreiben nicht beobachten kann [2]). Wenn man, um sicher zu seyn, daſs das Pulver hinreichend kräftig bewegt worden ist, das tönende Rohr mehrmals anreibt, so tritt bei starker Bewegung gewöhnlich ein Wandern der Rippen und dadurch eine Ungleichmäſsigkeit in den Figuren ein, welche erhebliche Irrthümer bei der Messung zur Folge haben kann. Wir haben diese Störung dadurch unschädlich gemacht, daſs wir, nachdem durch Klopfen eine gleichmäſsige Vertheilung des Pulvers unten am Boden des Rohres bewirkt war, das Rohr selbst um nahe 90° drehten, so daſs das Pulver nun seitlich an der Wand haftete. Beim Tönen fällt dann die Kieselsäure an den Bäuchen herab und bildet dort die bekannten Rippungen, während an den Knotenstellen das Pulver seitlich liegen bleibt. Die scharf meſsbaren Abstände dieser Knoten-

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 365 und 527.

2) Wir haben neuerdings eine Einrichtung getroffen, durch die das Rohr während des Versuchs beobachtet werden kann.

punkte entsprechen dann den richtigen Wellenlängen. Es befand sich immer nur *sehr wenig* Kieselsäure in dem Apparat. Die folgende Tabelle giebt die gemessenen Längen der Staubwellen des Quecksilbergases für zwei Versuche. Man gewinnt durch die Tabelle eine Anschauung von dem Grad der Genauigkeit der Messung und zugleich von der Gleichheit der einzelnen Wellen.

1) Es wurden 25 neben einander im Quecksilbergas gebildete Staubwellen gemessen:

	$\frac{\lambda}{2}$
	21,0^{mm}
	20,8
	20,9
	20,9
	21,6
	21,2
	21,4
	20,6
	21,6
	21,2
	20,9
	21,0
	20,9
	21,4
	21,2
	20,4
	21,9
	21,3
	21,4
	21,6
	20,8
	20,6
	21,1
	21,3
	21,0
Mittel	21,12.

2) Es wurden 16 neben einander im Quecksilbergas gebildete Staubwellen gemessen:

	$\frac{\lambda}{2}$
	18,3^{mm}
	20,8
	19,9
	19,5
	20,4
	19,9
	20,9
	19,7
	20,9
	20,0
	19,1
	19,9
	20,4
	19,6
	19,7
	18,8
Mittel	19,84.

5) Die mittlere absolute Temperatur des Luftwellenrohres $\tau = 273 + t$ wurde, wie oben angegeben, durch zwei Thermometer ermittelt, von denen das dem Heizkasten nähere immer eine etwas höhere Temperatur zeigte. Die Angaben beider Thermometer differirten durchschnittlich um $\frac{1}{2}^0$ Cels. Ein Fehler von 2^0 in der Bestimmung von τ bringt einen Fehler von etwa $\frac{1}{3}$ Proc. im Resultat hervor.

6) $\tau' = 273 + t'$ ist die mittlere absolute Temperatur des Quecksilbergases, welche, wie oben erwähnt, aus den Angaben des Luftthermometers berechnet wurde.

Die Berechnung geschah nach folgender Formel:

$$t' = \frac{P - \frac{p_1}{1 + \alpha t_1} + \frac{v}{V}\left\{\frac{P}{1 + \alpha t_2} - \frac{p_1}{1 + \alpha t_1}\right\}}{\alpha \cdot \left[\frac{p_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{v}{V}\left\{\frac{P}{1 + \alpha t_2} - \frac{p_1}{1 + \alpha t_1}\right\}\right] - \gamma P},$$

wo

p_1 und t_1 Druck und Temperatur der Luft im Luftthermometer vor Beginn des Versuches;

P der Druck derselben Luft während des Anreibens;

t_2 Temperatur des aus dem Heizkasten herausragenden Volumens v des Luftthermometers,

$\gamma = 0{,}0000256$ Ausdehnungscoëfficient des Glases; (γt_1 und γt_2 ist gleich Null gesetzt;)

V Volumen des Luftthermometers im Heizraum;

v Volumen der Luft des Thermometers aufserhalb des Heizraumes.

Es wurden im Verlauf der Untersuchung zwei Luftthermometer benutzt, für das eine war

$$V = 346^{ccm} \text{ und } v = 3^{ccm},69,$$

für das andere

$$V = 340^{ccm} \text{ und } v = 5^{ccm},31.$$

Um beurtheilen zu können, in wie weit die Temperatur des inneren Heizraumes in den Momenten der Versuche eine gleichmäfsige war, wollen wir die Angaben des Luftthermometers zusammenstellen mit den Angaben

der oben erwähnten in den Heizkasten eingeführten Quecksilberthermometer. Die folgende Tabelle enthält unter *L* die nach dem Luftthermometer berechnete Temperatur, unter *Q* die von den Quecksilberthermometern angegebene. Daneben befindet sich die Differenz *L* — *Q*, so wie der Werth der Gröfse *k'*, welcher aus dem betreffenden Versuch berechnet wurde. Die Nummern der Versuche entsprechen den Nummern in der unten folgenden Haupttabelle.

No.	*Q*	*L*	*L—Q*	*k'*
1	286,0	275,4	—10,6	1,685
2	290,2	293,1	+ 2,9	1,668
3	295,5	300,3	+ 4,8	1,653
4	333,5	330,4	— 3,1	1,664
5	335,0	337,8	+ 2,8	1,669
6	330,5	340,4	+ 9,9	1,651
7	342,0	341,0	— 1,0	1,671
8	342,5	342,9	+ 0,4	1,673
9	338,8	343,4	+ 4,6	1,662
10	350,5	356,3	+ 5,8	1,675
11	341,5	333,0	— 8,5	1,678
12	328,3	334,4	+ 6,1	1,644
13	338,5	335,9	— 2,6	1,664
14	338,0	337,6	— 0,4	1,665
15	346,5	344,3	— 2,2	1,681
16	340,5	340,3	— 0,2	1,667

Aus der vorstehenden Tabelle läfst sich zunächst entnehmen, dafs die Quecksilberthermometer nahezu gleichen Gang mit dem Luftthermometer hatten. Eine genaue Vergleichung jener mit diesem haben wir nicht angestellt, da die Quecksilberthermometer nur zur Controle dienten. Was nun die Uebereinstimmung in den einzelnen Versuchen betrifft, so glauben wir dieselbe in Anbetracht der hohen Temperaturen und der Gröfse des Heizraumes einiger Maafsen befriedigend nennen zu können. Nur in drei Versuchen zeigen sich Abweichungen von 8 bis 10°; im Allgemeinen ist das (aus den Angaben des Luftthermometers berechnete) *k'* verhältnifsmäfsig klein, wenn *L* — *Q* positiv und grofs, hingegen verhältnifsmäfsig grofs, wenn *L* — *Q* negativ und erheblich ist. Dies mufs in der That

stattfinden, wenn im ersten Fall eine zu hohe, im zweiten eine zu tiefe Temperatur in Rechnung gebracht ist.

Da bei den in den Versuchen benutzten Temperaturen ein Fehler von 5° in der Bestimmung von τ' einen Fehler von nahe 1 Proc. im Resultat hervorbringt, so liegt in der Bestimmung von τ' die Hauptfehlerquelle des Experimentes.

Nach dieser Discussion lassen wir die Resultate der mit den drei oben erwähnten Apparaten angestellten Versuche folgen.

In den nachstehenden Tabellen bedeutet t die Temperatur im Luftwellenrohr, t' die aus dem Luftthermometer berechnete Temperatur des Quecksilbergases in Centigraden.

l ist die gemessene halbe Wellenlänge der Luft, l' die halbe Wellenlänge des Quecksilbergases.

Unter $\log d$ ist der Logarithmus der Dichte der feuchten Zimmerluft (bestimmt mit Hülfe des Psychrometers) angegeben.

Unter $\frac{k'}{k}$ befinden sich die nach Gleichung (5) aus den Versuchen berechneten Werthe.

Daneben ist unter k' der Werth des Verhältnisses der specifischen Wärmen des Quecksilbergases gesetzt, wie er sich aus jedem einzelnen Versuch ergiebt, wenn der Werth von k nach Röntgen gleich 1,405 gesetzt wird.

Diejenigen Werthe von k', auf die wir uns in unserer ersten Mittheilung in den Berichten der deutschen chemischen Gesellschaft bezogen, sind mit einem * versehen. Die nicht besternten Versuche sind erst nach jener Mittheilung angestellt.

Dieselben zeigen etwas gröfsere Abweichungen vom Mittel als die ersteren.

Apparat I.

Gesättigt mit Quecksilber bei 281°.

No.	t	l	t'	l'	log d	$\frac{k'}{k}$	k'
	°	mm	°				
1	22,7	35,14	275,4	19,78	9,99736	1,1995	1,6853
2	23,3	35,10	293,1	19,95	9,99725	1,1874	1,6683
3	24,6	35,13	300,3	19,96	9,99723	1,1768	1,6535
4	25,3	35,33	330,4	20,63	9,99691	1,1846	1,6645
5	26,2	35,47	337,8	20,83	9,99675	1,1877	1,6687*
6	24,5	35,34	340,4	20,76	9,99742	1,1749	1,6507
7	25,9	35,46	341,0	20,90	9,99675	1,1890	1,6705*
8	24,1	35,34	342,9	20,94	9,99675	1,1907	1,6729*
9	24,1	35,34	343,4	20,89	9,99723	1,1828	1,6618
10	22,9	35,23	356,3	21,16	9,99695	1,1920	1,6748
					Mittel	1,1865	1,6671

Apparat II.

Gesättigt mit Quecksilber bei 320° C.

No.	t	l	t'	l'	log d	$\frac{k'}{k}$	k'
11	26,5	40,81	333,0	23,92	9,99654	1,1943	1,6780*
12	25,2	40,75	334,4	23,72	9,99661	1,1698	1,6437
13	26,8	40,87	335,9	23,92	9,99693	1,1843	1,6640
14	23,2	40,70	337,6	24,00	9,99702	1,1852	1,6652*
15	27,1	40,93	344,3	24,21	9,99659	1,1963	1,6807*
					Mittel	1,1860	1,6663

Apparat III.

Mit Quecksilber übersättigt.

No.	t	l	t'	l'	log d	$\frac{k'}{k}$	k'
16	30,8	37,32	340,3	21,78	9,99664	1,1865	1,6670*

Den vorstehenden Tabellen gemäfs stellen wir als *directes* Resultat unserer Untersuchung hin, dafs

$$\frac{k'}{k} = 1{,}186 \text{ ist.}$$

Je nachdem man nun setzt

$k = 1,3945$ (berechnet aus Regnault's Schallgeschwindigkeitsbestimmung der Luft),

$k = 1,4130$ (berechnet aus den Beobachtungen der Schallgeschwindigkeit von Moll und van Beck),

$k = 1,405$ (Ergebnifs der directen Versuche Röntgen's [1]))

erhält man

$$k' = 1,655$$
$$= 1,676$$
$$= 1,666.$$

Der Werth 1,405 dürfte als der zuverlässigste zu betrachten seyn und damit wird der Werth von k' bis etwa auf $\frac{1}{1000}$ genau derjenige, den die kinetische Gastheorie fordert, wenn die Molecüle des Quecksilbergases in thermischer wie in mechanischer Beziehung als materielle Punkte zu betrachten sind.

Aus dem Werth $k' = 1,666$ ergiebt sich die specifische Wärme des Quecksilbergases bei constantem Volumen bezogen auf die Volumeinheit c nach bekannten Regeln als die kleinste aller bisher bekannten, nämlich

$$c = 0,1027,$$

wenn die der Luft gleich 0,1690 gesetzt wird.

Dem Obigen fügen wir noch folgende Bemerkung hinzu. Unsere ursprüngliche Absicht war, die Temperatur des Raumes, in dem sich das Quecksilberrohr befand, nicht durch ein Luftthermometer zu bestimmen, sondern dadurch, dafs wir die Schallgeschwindigkeit der Luft in jenem Raum ermittelten. Zu diesem Zwecke war gleichzeitig mit dem Quecksilberapparat in den Heizraum ein dem ersteren ganz ähnlicher Apparat eingeführt, in dessen Innern sich aber statt des Quecksilbergases Luft befand. Nimmt man an, dafs $k = \frac{c'}{c}$ für Luft unabhängig von der

1) Pogg. Ann. Bd. CXLVIII, S. 603.

Temperatur ist, so verhalten sich die absoluten Temperaturen der Luft in den beiden Wellenröhren dieses Apparates wie die Quadrate der Wellenlängen; aus diesen und der Temperatur der Luft in dem äufseren Wellenrohr kann also die Temperatur des Heizraumes gefunden werden.

Wir haben indefs durch besondere Versuche gefunden, dafs die so ermittelte Temperatur τ' des Heizraumes stets kleiner war, als diejenige, welche ein gleichzeitig eingeführtes Luft- oder Quecksilberthermometer gab. Es kann dies daher rühren, dafs der störende Einflufs der Röhrenwände[1]), welcher, wie wir uns überzeugten, für das kalte Rohr verschwindend war, für das heifse einen merklichen Werth hatte. Eine Steigerung dieses Einflusses mufs durch Temperaturerhöhung eintreten, da durch diese sowohl die Wellenlänge wie die Reibung und Wärmeleitung der Luft vergröfsert wird. Die erwähnte Thatsache könnte aber auch daher rühren, dafs der Werth k für Luft mit steigender Temperatur abnimmt. Die Annahme, dafs k constant sey, gründet sich auf Regnault's Versuche über die specifische Wärme c' der Luft bei constantem Druck; diese Versuche erstrecken sich aber nur auf Temperaturen bis zu 200°, ferner hat Regnault immer die mittlere specifische Wärme für ein verhältnifsmäfsig grofses Temperaturintervall untersucht, so dafs ihm eine kleine Aenderung jener Gröfse mit der Temperatur entgangen seyn kann. Unsere Versuche genügen bisher nicht zur Entscheidung zwischen den beiden genannten Annahmen. Der sichere Nachweis einer Abnahme des k für Luft mit steigender Temperatur würde, wie uns scheint, für die Gastheorie von erheblicher Bedeutung seyn und wir sind damit beschäftigt, die Frage durch weitere Versuche zur Entscheidung zu bringen.

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 541. Kirchhoff, Pogg. Annalen, Bd. CXXXIV, S. 177.

II. *Experimentelle Untersuchung eines Falles der Arbeitsleistung des galvanischen Stromes; von R. Colley in Moskau.*

Bevor ich den Hauptgegenstand der vorliegenden Arbeit berühre, sey es mir erlaubt einige, zum Theil bekannte, allgemeine Betrachtungen über die Arbeitsleistungen des Stromes vorauszuschicken. Die theoretischen Principien, welche meiner Untersuchung zu Grunde liegen, gehen als specieller Fall aus diesen allgemeineren Betrachtungen hervor.

Die Quantität der Energie, welche in irgend einer bestimmten galvanischen Combination, z. B. im Daniell'schen Elemente, bei Auflösung von 1 Grm. Zink frei wird, ist bei gegebenen Bedingungen der Temperatur und des Druckes eine constante Gröſse. Sie ist das mechanische Aequivalent der chemischen Processe, welche in der Kette vorgehen, und ist die algebraische Summe aller derjenigen Quantitäten von Energie, welche bei jeder einzelnen Reaction frei werden. Sie ist von der Zeit, welche zur Auflösung des Zinkes erforderlich war, unabhängig. Verbinden wir die Pole der Batterie durch einen Draht, so delocalisiren wir nur so zu sagen das Auftreten der Energie. Voraussetzend z. B., daſs der Strom keine äuſsere mechanische Arbeit verrichte, bemerken wir, daſs die Wärme, anstatt nur an der Stelle hervorzutreten, wo die Reaction vorgeht, sich über den ganzen Stromkreis verbreitet, und nach dem bekannten Joule'schen Gesetze in den einzelnen Theilen desselben in einer, dem Widerstande der letzteren proportionalen Quantität zum Vorschein kommt.

Nennen wir K die Quantität der Energie, welche sich im Daniell'schen Elemente durch die Auflösung von 1 Grm. Zink entwickelt, Q die Quantität der Wärme, welche in einer Zeiteinheit im ganzen Stromkreise frei

wird, wenn der Strom keine äufsere Arbeit leistet, Q' die entsprechende Quantität, wenn der Strom Arbeit verrichtet, q die Gröfse dieser Arbeit in der Zeiteinheit [1]), T und T' die Zeiten, welche in beiden Fällen zur Auflösung von 1 Grm. Zink erfordert werden; wir erhalten sodann:

ohne Arbeitsleistung $K = QT$ . . . . (1)

mit Arbeitsleistung $K = Q'T' + qT'$ . . (2).

Die zweite dieser Gleichungen findet z. B. in dem Falle Anwendung, wenn der Strom einen elektromagnetischen Motor bewegt. Die erste, wenn die Bewegung des letzteren durch ein mechanisches Hindernifs aufgehalten ist. Die Gröfsen Q und Q' sind uns durch das Joule'sche Gesetz $Q = \frac{E^2}{R'}$ gegeben, wo E die elektromotorische Kraft der Kette, R der gesammte Widerstand des Schliefsungskreises ist.

Die Veränderung von Q in Q', einzig in Folge dessen, dafs der Strom Arbeit zu leisten beginnt, kann nur von der Veränderung von E oder R abhängen. Es ist leicht sich zu überzeugen, dafs letztere Annahme zu einem Absurd führt [2]). Man nehme an, dafs die stets eintretende Schwächung des Stromes, wenn derselbe Arbeit leistet, von der Vergröfserung des gesammten Widerstandes des Stromkreises um eine gewisse Gröfse r abhängig sey; wir haben sodann aus den Gleichungen (1) und (2)

$$K = \frac{E^2}{R} \cdot T = \frac{E^2}{R+r} T' + qT'.$$

Wir haben aber $\frac{E}{R} T = \frac{E}{R+r} T'$; oder wenn wir durch J und J' die entsprechenden Stromstärken bezeichnen, $JT = J'T'$. Dies ist nichts anderes, als das Faraday'sche Gesetz in etwas veränderter Form, nämlich dafs die zur

1) Die Gröfsen Q, Q' und q sind selbstverständlich in denselben Einheiten ausgedrückt, nämlich in absoluten Einheiten der Arbeit.

2) Auf diesen Umstand hat, so viel mir bekannt, zuerst Edlund aufmerksam gemacht (Pogg. Ann. Bd. 131, S. 592). Seine Argumentation ist, wenngleich nicht in mathematischer Form entwickelt, völlig überzeugend.

Auflösung von 1 Grm. Zink erforderlichen Zeiten den Stromstärken umgekehrt proportional sind. Nach Division der Gleichung durch $\frac{E}{R} T$, erhalten wir

$$E = E + q \cdot \frac{R + r}{E}.$$

Diese Gleichung ist unmöglich, wenn q nicht Null ist, was aber unserer Annahme widerspricht.

Es bleibt folglich nur die zweite Annahme übrig, nämlich, daſs die Schwächung des Stromes, wenn er Arbeit leistet, durch das Auftreten einer neuen, der Batteriekraft entgegegensetzten elektromotorischen Kraft in dem Stromkreise erzeugt wird. Diese Annahme bestätigt sich in allen bis jetzt untersuchten Fällen. So werden z. B. im Falle eines elektromagnetischen Motors durch die Bewegung des Ankers, wie bekannt, im Schlieſsungskreise Ströme inducirt, welche immer dem Batteriestrom entgegengesetzt sind. Dasselbe bemerken wir auch, wenn der Strom Arbeitsleistung in der Form von Zerspaltung chemischer Molecüle vollbringt, z. B. wenn er Wasser in einem Voltameter zersetzt; hierbei kommt die elektromotorische Kraft der sogenannten Polarisation der Elektroden zum Vorschein, welche den Batteriestrom schwächt, usw. Benennen wir mit e diese, der Batteriekraft E entgegengesetzte, elektromotorische Kraft. Es nehmen dann die Gleichungen (1) und (2) folgende Gestalt an:

$$K = \frac{E^2}{R} \cdot T = \frac{(E - e)^2}{R} T' + q T'.$$

Wir haben jedoch auch hier $\frac{E}{R} T = \frac{E - e}{R} T'$ nach dem Faraday'schen Gesetze. Nach Division der Gleichung durch $\frac{E}{R} T$, erhalten wir

$$q = \frac{e (E - e)}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Diese Gleichung ist äuſserst wichtig, denn sie erlaubt

uns eine der Gröfsen q oder e zu berechnen, wenn die andere gegeben ist [1]).

Sie kann noch in folgenden Formen geschrieben werden. Es sey $\frac{e}{R} = i$, wir erhalten dann:

$$q = i\,(J - i)\,.\,R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a).$$

Die Gröfse $Q = \frac{E^2}{R}$ einführend, kann man ihr auch diesen Ausdruck geben:

$$\frac{q}{Q} = \frac{e}{E} - \frac{e^2}{E^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3b).$$

Und schliefslich kann man $\frac{Q\,T}{q\,T} = \frac{e}{E} - \frac{e^2}{E_2}$ schreiben. Aber $Q\,T$ ist $= K$; bezeichnen wir mit $k = q\,T''$ die Quantität der äufseren Arbeit des Stromes während der Auflösung von 1 Grm. Zink und benutzen wir das Verhältnifs $T = T'.\frac{E-e}{E}$, so erhalten wir schliefslich

$$\frac{e}{E} = \frac{k}{K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3\,c).$$

Im Vorhergehenden haben wir angenommen, dafs die Gröfse der Arbeit q constant sey; ist sie mit der Zeit veränderlich, so müssen unsere Betrachtungen auf das Zeitelement bezogen werden. Es ist dann leicht, die entsprechenden Differentialgleichungen zu erhalten. Für unseren Zweck ist die Betrachtung des soeben auseinandergesetzten einfachsten Falles genügend.

Wenn wir, anstatt Arbeit durch den Strom zu verrichten, das Experiment so ordneten, dafs eine äufsere Arbeit zur Verstärkung des Stromes verwendet wäre, so müssen in obiger Gleichung die Zeichen von q und e ver-

1) Es ist mir nicht bekannt, wer zuerst auf die Existenz dieser Correlation zwischen den Gröfsen q und e aufmerksam gemacht hat. In Anwendung auf specielle Fälle findet man diese Gleichung schon bei Koosen (Pogg. Ann. Bd. 91, S. 525, 1845) und bei Clausius (*Bibliothèque Univ. de Genève, T.* 36, *p.* 119, Jahrg. 1857. Siehe auch Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie II, S. 222).

ändert werden und die Gleichung (3) sich in folgende umgestalten:

$$q = \frac{e(E+e)}{R} \quad \ldots \ldots \quad (4).$$

Dies trifft z. B. ein, wenn wir den Anker des elektromagnetischen Motors durch äufsere Anstrengung in einer Richtung drehen, welche derjenigen Bewegung, die er durch die Einwirkung des Stromes erhält, entgegengesetzt ist.

Die Gleichung (3) hat eine ganz allgemeine Bedeutung und wird in allen Fällen angewandt, wo der Strom Arbeit verrichtet. Der Zweck der vorliegenden Untersuchung war: diese Gleichung auf eine bis jetzt unerforschte Erscheinung anzuwenden und die Existenz der elektromotorischen Kraft e experimentell zu bestätigen, welche letztere im gegenwärtigen Falle zu keiner Kategorie der bis jetzt bekannten elektromotorischen Kräfte gehört, und als eine elektromotorische Kraft neuer Art betrachtet werden mufs.

Stellen wir uns folgendes Experiment vor: der Strom eines Daniell'schen Elementes gehe durch eine senkrechte, 1 Meter hohe, Colonne einer Auflösung von irgend einem Salze, z. B. von salpetersaurem Silber, wobei er in die Flüssigkeit durch silberne Elektroden ein- und austritt; zugleich gehe er noch durch ein Galvanometer.

Nehmen wir an, dafs der Strom während des Zeitraumes, der zur Auflösung von 1 Grm. Zink in der Kette erforderlich ist, durch den Apparat gehe.

Nach dem Faraday'schen Gesetze löst sich in demselben Zeitintervall auf einer der Elektroden eine aequivalente Menge Silber auf und eine gleiche Quantität setzt sich auf der anderen ab. Wenn der Strom in der Flüssigkeit hinaufsteigt, hebt er dieses Silber, die Schwere desselben überwindend, 1 Meter hoch. Er verrichtet folglich mechanische Arbeit im eigenen Sinne des Wortes. Bei entgegengesetzter Richtung des Stromes sinkt dieselbe Quantität Silber von der Höhe eines Meters herab. Wir haben also in diesem Falle eine, der ersten nach abso-

luter Gröfse gleiche, aber dem Zeichen nach entgegengesetzte Arbeit. Freilich findet gleichzeitig mit der Ueberführung des Silbers eine Ueberführung in entgegengesetzter Richtung derjenigen Atomgruppe statt, welche in dem Salze mit dem Silber verbunden war, was eine von der ersten zu subtrahirende Arbeit ergiebt. Diese Erscheinung offenbart sich dadurch, dafs sich die Concentration der Lösung in der Nähe der Elektroden verändert; diese Arbeit ist jedoch, wie wir später sehen werden, in der grofsen Mehrzahl der Fälle geringer als die der Metallüberführung, so dafs ein Ueberschufs zu Gunsten der letzteren bleibt. Die Flüssigkeit, welche nicht in unmittelbarer Nähe der Elektroden war, bleibt ohne alle Veränderung.

Das soeben Gesagte ist ganz unabhängig von dem inneren Wesen der molecularen Processe, welche bei der Elektrolyse vorgehen. Die Gröfse der Arbeit wird nur durch das Endresultat der Ueberführung der Materie bestimmt. Der Umstand, dafs sich vielleicht auf die obere Elektrode nicht dasjenige Silber absetzt, welches sich auf der unteren auflöste, hat hier gar keine Bedeutung. Wir wollen dies durch ein anschauliches Beispiel erläutern. Stellen wir uns eine senkrechte Stange vor, an welcher auf den Höhen von 0^m, 1^m, 2^m . . . 10^m, Haken angebracht sind; auf den Hacken 0, 1, 2 . . . 9 hängen je 1 Kilogrm. Wenn wir vom Haken 0 1 Kilogrm. auf 10 übertragen, so verrichten wir eine Arbeit von 10 Kilogrammetern; dieselbe Arbeit wird auch verrichtet, wenn 9 auf 10, 8 auf 9 . . .. 0 auf 1 gehängt wird. Es ist leicht zu ersehen, dafs, wie man auch die Lasten auf den Haken herumsetzt, wenn das Endresultat dasselbe ist, auch die algebraische Summe aller Arbeiten 10 Kilogrammetern gleich bleibt.

Folglich unterscheidet sich der in Rede stehende Fall in nichts von allen übrigen Fällen von Arbeitsleistung des Stromes. Auch hier kann die Arbeit nur auf Kosten der durch den Strom entwickelten Wärme vor sich gehen, welche ihrerseits nur durch das Erscheinen im Stromkreise

einer, der Batterie entgegengesetzten, elektromotorischen Kraft abnehmen kann. Nennen wir diese elektromotorische Kraft e_h. Für den Fall, daſs der Strom in der Flüssigkeitscolonne niedersteigt, hat e_h dasselbe Vorzeichen wie die elektromotorische Kraft der Batterie. Aus dem Gesagten folgt, daſs, wenn alle übrigen Versuchsbedingungen gleich bleiben, der in der Flüssigkeit aufsteigende Strom schwächer als der niedersteigende seyn muſs, denn in einem Schlieſsungskreise gleichen Widerstandes ist im ersten Falle die elektromotorische Kraft $E - e_h$, im zweiten aber $E + e_h$ thätig.

Berechnen wir jetzt, die Gleichung (3*c*) benutzend, die Gröſse dieser elektromotorischen Kraft e_h für eine 1 Meter hohe Colonne von salpetersaurem Silber, indem wir durch E_D die elektromotorische Kraft von 1 Daniell bezeichnen. Der Einfachheit wegen wollen wir die Arbeit bei der Ueberführung der mit dem Metall verbundenen Säuregruppe für den Augenblick ignoriren und erst später in Betracht ziehen. Da die Gleichung (3*c*) nur die Verhältnisse von Gröſsen enthält, so sind die Einheiten, in welchen diese Gröſsen ausgedrückt werden, ganz willkührlich. In Wärmeeinheiten ausgedrückt, ist K die Wärmemenge, welche 1 Grm. Zink bei Ausscheidung einer aequivalenten Menge Kupfer aus einer Lösung von Kupfervitriol entwickelt.

Nach Favre und Silbermann[1]) ist $K = 0{,}714$ Calorien. Um k zu berechnen, müssen wir in Betracht nehmen, daſs die einem Grm. Zink aequivalente Menge Silber $\frac{2.108}{65} = 3{,}324$ Grm. ist. Bei der Hebung dieses Silbers ein Meter hoch, wird also eine Arbeit von 0,003324 Kilogrammeter verrichtet. Um diese Arbeit in denselben Einheiten wie K auszudrücken, müssen wir sie noch durch 425 (das mechanische Wärmeaequivalent) dividiren. Aus der Gleichung $e_h = \frac{k}{K} E_D$ erhalten wir $e_h = \frac{0{,}003324}{425 \, . \, 0{,}714} \, . \, E_D$

$$\text{oder } e_h = 0{,}00001095 \text{ Daniell.}$$

1) Pouillet-Müller's Lehrbuch der Physik, 7. Aufl. II, S. 880.

Die Correction bezüglich der Arbeit bei der Ueberführung der Atomgruppe, die mit dem Metalle verbunden ist, kann aus den Versuchen über die sogenannte „Wanderung der Ionen“ berechnet werden. Hittorf's Arbeiten haben uns mit einer grofsen Anzahl Zahlenwerthe für diesen Gegenstand versehen[1]).

Die Ueberführung der Materie bei der Elektrolyse kann auf verschiedene Art vor sich gehen. *A priori* läfst sich darüber nichts bestimmen, es kann dies nur auf experimentellem Wege ermittelt werden. Stellen wir uns vor, dafs auf der positiven Elektrode sich ein Molecül Silber auflöse, und dafs sich eben so viel an der negativen absetze, die Flüssigkeit jedoch unverändert bleibe, so dafs durch ein, irgend wo in derselben angebrachtes Diaphragma ein Molecül Silber nur so zu sagen von dem positiven zum negativen Pol übergehe, die Gruppe NO_3 jedoch ihren Platz nicht ändere. Wir können uns auch vorstellen, dafs auf jedes, durch das Diaphragma gehende Molecül Silber ein, in entgegengesetzter Richtung durchgehendes Molecül NO_3 komme, was sich durch Verminderung der Concentration der Lösung am negativen Pole und Vergröfserung derselben am positiven offenbart; denn sofort entsteht aus der Gruppe NO_3 das frühere Salz durch Auflösung des Stoffes der Elektrode. Schliefslich kann diese Wanderung der Materie auch in beliebiger anderer Proportion vor sich gehen, so können z. B. auf jedes Molecül Silber zwei Molecüle NO_3 durchgehen. Folgendes Schema erläutert diese drei Fälle. Die senkrechte Linie stellt das Diaphragma vor.

1) Hittorf, Pogg. Ann. Bd. 89, 98, 106, 108. Auch Wiedemann, Galv. I, S. 555 (2. Aufl.).

	I.		II.		III.	
Vor der Elektrolyse	$AgNO_3$	$AgNO_3$	$AgNO_3$	$AgNO_3$	$2\,AgNO_3$	$2\,AgNO_3$
Nach der Elektrolyse	$AgNO_3$ Ag	NO_3	$2\,Ag$	$2\,NO_3$	$3\,Ag$	$Ag\,NO_3$ $3\,NO_3$
Nach der Wiederherstellung des Salzes	$AgNO_3$ Ag	$AgNO_3$	$2\,Ag$	$2\,Ag\,NO_3$	$3\,Ag$	$4\,AgNO_3$

Die gesammte Quantität des freien, sowie des aufgelösten Silbers nach der Elektrolyse, erweist sich jedes Mal im Ueberschusse links von dem Diaphragma um 1 Aequivalent; die überschüssigen Quantitäten NO_3 rechts sind resp. 0, 1, 2. Jedoch sind die durch den Apparat gegangenen Elektricitätsmengen in den drei Fällen ungleich. Sie werden durch die Quantitäten des niedergeschlagenen Silbers gemessen, welche resp. den Zahlen 1, 2, 3 proportional sind. Wenn wir die genannten Ueberschüsse auf die Elektricitätsmenge beziehen, welche 1 Aequivalent Silber niederschlägt, so erhalten wir:

	I.	II.	III.
Ueberschüsse des Silbers am negativen Pol	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
Ueberschüsse der Gruppe NO_3 an dem positiven Pol	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

Ueberhaupt, wenn der Metallüberschufs auf dem einen Pole $= \frac{1}{n}$ Aequivalent ist, so ist der Ueberschufs der Säuregruppe auf dem entgegengesetzten Pole $= 1 - \frac{1}{n}$.

Die Ermittelung dieser Gröfsen $\frac{1}{n}$ für verschiedene Körper war der Hauptgegenstand von Hittorf's Unter-

suchungen. Es ergab sich, daſs sie keinem einfachen Gesetze folgen und nur die Bedeutung empirischer Coëfficienten haben. Jedes Salz hat seinen eigenen Coëfficienten, welcher sich mit der Concentration und vielleicht der Temperatur der Lösung in nur sehr geringem Maaſse verändert. Für eine concentrirte Lösung von salpetersaurem Silber (1 Theil Salz auf 2,72 Theile Wasser) ist $\frac{1}{n} = 0{,}522$.

Es ist leicht zu begreifen, in welchem Zusammenhange die beschriebenen Erscheinungen mit der Arbeit der Schwerkraft stehen, wenn die Flüssigkeitscolonne senkrecht ist. Für den Fall II ist bei gleicher Quantität der Molecüle des Metalls und der Säuregruppe, welche gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung übergeführt werden, die Gröſse der Arbeit dem Gewichte der Molecüle direct proportional. In dem III. und ähnlichen Fällen verhält sich die Quantität der übergetragenen Molecüle der Säuregruppe zu der Quantität der Metallmolecüle wie $\frac{1-\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = n - 1$; demzufolge muſs die Arbeit der Ueberführung der Säuregruppe noch mit diesem Factor multiplicirt werden.

Das Gewicht der Gruppe NO_3 für salpetersaures Silber ist: N = 14,3, O = 48, zusammen 62; folglich beträgt es vom Gewichte des Silbers $\frac{62}{108}$ Theile. Aus $\frac{1}{n} = 0{,}522$ finden wir, daſs der Factor $n - 1$ für dieses Salz: 0,9156 ist. Folglich beträgt die Arbeit der Ueberführung der Säuregruppe $0{,}9156 \cdot \frac{62}{108}$ oder 0,5257 der Arbeit der Silberüberführung, d. i. etwas über die Hälfte. Diese Arbeit muſs von letzterer subtrahirt werden. Schlieſslich ist also der Gesammtbetrag der Arbeit der Ueberführung der Materie bei der Elektrolyse des Silbersalzes 1 — 0,5257 = 0,4743 der Arbeit der eigentlichen Metallüberführung, welche wir bei Berechnung der elektromotorischen Kraft e_h

allein in Betracht gezogen haben. Da die Kraft e_h der Arbeit proportional ist, so mufs man, um ihren wahren Werth zu finden, die oben erhaltene Gröfse $e_h = 0{,}00001095$ mit 0,4743 multipliciren. Nach dieser Correction erhalten wir:

$$e_h = 0{,}000005195.$$

Dies ist die wahre Gröfse der gesuchten elektromotorischen Kraft.

Bei einigen von Hittorf untersuchten Salzen, wie z. B. Iod-Zink und Iod-Cadmium, ist der Coëfficient für Iod gröfser, als der Coëfficient der entsprechenden Metalle, ja selbst gröfser als die Einheit. Daraus folgt, dafs die Arbeit bei der Ueberführung des Iods gröfser ist, als die Arbeit der Metallüberführung und dafs folglich die elektromotorische Kraft e_h das entgegengesetzte Vorzeichen haben mufs. Wir brauchen uns nicht auf die Discussion der Gründe dieser scheinbaren Anomalien einzulassen [1]. Wir haben soeben gesehen, dafs das Vorzeichen und die Gröfse der Arbeit sowie der elektromotorischen Kraft e_h nur durch das Endresultat der Ueberführung der Materie bedingt wird und von jeder Hypothese über das innere Wesen der Elektrolyse durchaus unabhängig ist.

Aus der oben angeführten Gleichung (3) läfst sich folgender für den Experimentator sehr unerfreulicher Schlufs ziehen: nämlich dafs e_h eine constante Gröfse für eine gegebene Flüssigkeitscolonne ist, und nicht mit der Stromstärke der Batterie oder mit der Arbeit q zunimmt. Letztere ist in der That der Stromstärke proportional; den Coëfficient der Proportionalität mit A bezeichnend, haben wir $q = A\frac{E - e_h}{R}$. Da aber $Q = \frac{E^2}{R}$, so erhalten wir laut Gleichung (3b) $e_h = A = \text{const.}$ Folglich ist die oben erhaltene Gröfse für das salpeters. Silber $e_h = 0{,}000005195$ eine absolute, nur durch die Höhe der Flüssigkeitscolonne bedingte Gröfse dieser elektromotorischen Kraft.

Ungeachtet der geringen Gröfse der elektromotorischen Kraft e_h und des bedeutenden Widerstandes eines Schlie-

1) Siehe übrigens Hittorf loc. cit.

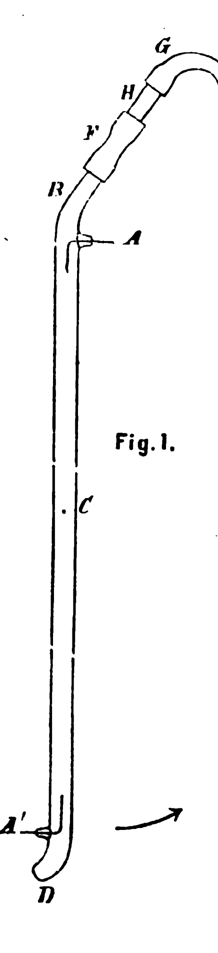
ſsungskreises, welcher lange Flüssigkeitscolonnen enthält, liegt jedoch der Strom, welcher in einem solchen Schlieſsungskreise durch die elektromotorische Kraft e_h erzeugt wird und welchen ich i_h benennen werde, nicht auſserhalb der Gränze der Empfindlichkeit unserer heutigen Galvanometer, obwohl er, wie wir sogleich sehen werden, dieser Gränze sehr nahe kommt. Die Hauptschwierigkeit der experimentellen Untersuchung bestand in der Beseitigung des störenden Einflusses der Ströme, welche von Ungleichheit der Elektroden, Polarisation usw. herrührten. Stellt man die Versuche ohne specielle Vorrichtungen zur Beseitigung derselben, oder ohne besondere Sorgfalt an, so sind nicht nur diese Ströme, sondern auch die unregelmäſsigen, zufälligen Schwankungen ihrer Stärke derartig, daſs der Strom i_h im Vergleiche mit ihnen fast eine Gröſse höherer Ordnung ist.

Zur experimentellen Bestätigung der Prävisionen der Theorie suchte ich das salpetersaure Silber aus. Einige vorläufige Versuche mit Salzen leichter oxydirbarer Metalle, insbesondere mit schwefelsaurem Kupfer, zeigten mir die Unbrauchbarkeit der letzteren. Die soeben erwähnten unregelmäſsigen Ströme machten nämlich das Erzielen sicherer Resultate unmöglich.

Das hohe Aequivalent des Silbers, welches, bei gleicher Stärke des äuſseren Stromes, eine verhältniſsmäſsig bedeutende Gröſse der Arbeit q bedingt, seine groſse Widerstandsfähigkeit gegen oxydirende Agentien, und die Möglichkeit sehr reines Silber zu bereiten, bewogen mich diese Wahl zu treffen.

Einige vorläufige Versuche zeigten mir auch, daſs die Entfernung der Luft und überhaupt aller aufgelösten Gase aus der Flüssigkeit durch Sieden, oder besser mittelst einer Luftpumpe, viel zur Beseitigung der unregelmäſsigen Ströme beiträgt.

Als Flüssigkeitscolonnen gebrauchte ich zwei Glasröhren, deren Einrichtung aus der schematischen Zeichnung Fig. 1 ersichtlich ist. Das Ende D ist geschlossen, B offen und



zum Aufsetzen eines Kautschukschlauches eingerichtet. Bei *A* und *A'* sind zwei seitliche Röhrchen ausgezogen, in welche zwei als Elektroden dienende Silberdrähte mit Schellack eingekittet sind. Die Röhre ist an ein Stativ befestigt, welches ihr gestattet, sich um die horizontale Axe *C* zu drehen, die ihrer Richtung perpendiculär ist, und durch ihren Schwerpunkt geht, so daſs jedes beliebige Ende der Röhre nach oben gerichtet werden kann. Die Röhre konnte in der Richtung des Pfeils eine halbe Umdrehung machen und in der intermediären horizontalen Lage aufgehalten werden. Auf das Ende *B* war zuerst ein kurzes Kautschukröhrchen *F* aufgesetzt, weiter das Glasröhrchen *H*, von welchem aus erst der Kautschukschlauch *G* zur Luftpumpe ging. Die Flüssigkeit wurde bis zum Niveau *H* eingegossen, und darnach die Luftpumpe in Spiel gesetzt, wobei man die Röhre horizontal stellen konnte, um die in der Flüssigkeit aufgelöste Luft nicht dem Drucke der ganzen Flüssigkeitscolonne auszusetzen. Die Ausscheidung von Luftbläschen hörte erst nach Verlauf von einigen Tagen auf.

Nachdem der gröſste Theil der Gase aus der Flüssigkeit entfernt war, wurde die Röhre an den Stellen *F* und *G* durch zwei Quetschhähne geschlossen. Sodann konnte man sie umdrehen, ohne die Flüssigkeit zu vergieſsen. Das Kautschukrohr *G* und die zu den silbernen Elektroden

gehenden Drähte waren so angeordnet, dafs sie der Umdrehung der Röhre nicht hinderlich waren. Die sehr kleinen Luftbläschen, welche mit Verlauf der Zeit dennoch in der Röhre zum Vorschein kamen, sammelten sich, je nach Lage derselben, an den Enden *B* oder *D* an, ohne mit den Elektroden *A* und *A'* in Berührung zu kommen.

Da ein Gehalt der Silberelektroden an Kupfer oder anderen leicht oxydirbaren Metallen zu einer Einwirkung der Silberlösung auf die Elektroden Anlafs gegeben und die Entstehung der schon oft erwähnten unregelmäfsigen Ströme zu Folge gehabt hätte, so richtete ich meine besondere Aufmerksamkeit auf die Reinheit des Silbers. Ich bereitete es selbst auf galvanischem Wege und zog es zu Draht aus. Eine chemische Analyse zeigte darin nur ganz unbedeutende Spuren von Eisen, welche wahrscheinlich von dem Hammer oder dem Zieheisen herstammten.

Eine meiner Röhren, welche ich No. 1 nennen werde, hatte die Länge von $1^{m},60$, wobei unter Länge die Entfernung zwischen den silbernen Elektroden zu verstehen ist. Sie war mit einer Lösung gefüllt, welche 381 Grm. salpetersaures Silber in einem Liter der Lösung enthielt. Der Querschnitt der Röhre war ungefähr 2,0 □Cent.; der galvanische Widerstand betrug 774 Siemens-Einheiten.

Die Röhre No. 2 bestand aus zwei in eine breitere Röhre eingesetzten und mit Schellack verkitteten Stücken. Sie hatte die Länge von $3^{m},60$; die Concentration der Lösung war ungefähr 300 bis 310 Grm. Salz per Liter. Der Widerstand derselben ist nicht gemessen worden, aber den Dimensionen der Röhre und der Concentration der Lösung nach zu urtheilen, war er beinahe doppelt so grofs als der erste, d. i. gegen 1500 Siemens-Einheiten.

Das Galvanometer, dessen ich mich stets bediente, war von Meyerstein nach dem Modell angefertigt, welches in Wiedemann, Lehre vom Galvanismus, 2. Aufl. Th. II Fig. 140 und Pouillet-Müller's Lehrbuch der Physik, 7. Aufl., Th. II, Fig. 230, abgebildet ist. Der Widerstand der Rolle des Multiplicators war = 4077 Siemens-Einheiten.

Von den zweien zur Compensirung des Erdmagnetismus bestimmten Magneten, benutzte ich stets nur den kleinen; den grofsen nahm ich fort.

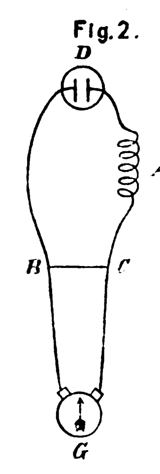
Bei einiger Geduld, kann man diesem Galvanometer eine fast unbegränzte Empfindlichkeit ertheilen. Es ist nicht schwer, es dahin zu bringen, dafs die Bewegung des astatischen Magnetpaares eine aperiodische (nach du Bois-Reymond's Benennung) werde. Der aus seiner Gleichgewichtslage herausgebrachte Magnet schwingt dann nicht mehr um dieselbe mit allmählig abnehmender Amplitude, sondern nähert sich ihr asymptotisch. Der Vortheil, den diese überaus grofse Empfindlichkeit des Galvanometers bietet, ist aber nur ein scheinbarer. Die Bewegungen des Magnets werden äufserst langsam. Die Veränderung der horizontalen Componente des Erdmagnetismus in Stärke und Richtung, so wie auch die Veränderung des Momentes eines jeden der drei Magnete des Galvanometers bedingt eine beständige Schwankung der Gleichgewichtslage. Wenn der ablenkende Strom ein nicht völlig constanter ist, so bedingt die Veränderung seiner Stärke eine Schwankung der Lage des abgelenkten Magnetes. Inmitten aller dieser Bewegungen, welche von so verschiedenartigen Ursachen herrühren, ist es schwer sich mit Sicherheit zu orientiren.

Daher zog ich es vor, die Bewegung periodisch zu lassen und mich nur einigermafsen der aperiodischen zu nähern. Die vortheilhafteste Empfindlichkeit zeigte sich, als die Schwingungsdauer meines Magnetes gegen $1^m\ 20^s$ betrug; sodann war bei der Ablenkung das Stillstehen und der Anfang der retrograden Bewegung hinlänglich deutlich zu bemerken. Ich beobachtete stets nur diese erste Elongation.

Die Empfindlichkeit des Galvanometers, als die Schwingungszeit des Magnets $1^m\ 20^s$ war, wurde durch folgendes Experiment bestimmt (Fig. 2).

D stellt ein Daniell'sches Element in Form einer sogenannten Gravitations - Batterie dar, wo die Lösungen

sich einzig in Folge der Differenz ihres specifischen Gewichts, ohne Hülfe eines Diaphragmas, über einander halten. Der innere Widerstand dieses Elementes war nahezu 7 Siemens-Einheiten. *A* ist ein metallischer Widerstand von 4987 Siem.; *BC* eine Brücke, deren Widerstand = 0,1745 Siem. beträgt. Der Widerstand des Galvanometers $g = 4077$ Siem.



In dem unverzweigten Schliefsungskreise *DBC* haben wir folglich einen Strom von 1 Daniell durch einen Widerstand von 4994 S. E. (den kleinen Bruchtheil weglassend). Von diesem Strome verzweigt sich nur $\frac{0,1745}{4077}$ in das Galvanometer. Den Strom, welchen ein Daniell in einem Schliefsungskreise von 1 S. E. Widerstand giebt, als Einheit annehmend, finden wir, dafs die Stromstärke im Galvanometer

$$= i_{,,} = \frac{1}{4994} \cdot \frac{0,1745}{4077} = 0,000000008569$$

oder ungefähr $8\frac{1}{2}$ Milliarden-Theile des als Einheit angenommenen Stromes war. Das Galvanometer gab bei einem solchen Strome eine Ablenkung von 208 Millimeter-Scalentheile oder 20,8 Cm., wobei unter Ablenkung die Differenz der Elongation nach beiden Seiten der Gleichgewichtslage, die der Magnet ohne Strom einnimmt, zu verstehen ist. Diese Elongationen erhalten wir, indem wir die Stromrichtung im Galvanometer mittelst eines Commutators umkehren. Die angeführten Zahlen geben einen Begriff von der aufserordentlichen Empfindlichkeit des Instrumentes[1]).

1) Bezeichnen wir durch $B = \frac{i_0}{\delta_0}$ den sog. Coëfficienten des Galvanometers, d. i. das Verhältnifs der Stromintensität zum entsprechenden (doppelten) Ausschlag in dem gewählten System von Einheiten, so haben wir für unser Instrument $\log B = \overline{10},6148$.

Wir wollen jetzt ausrechnen, welchen Strom die elektromotorische Kraft e_h in dem Stromkreise giebt, der aus der Röhre selbst und dem Galvanometer besteht, und welche Ablenkung des Galvanometers dieser Strom hervorbringen wird. Die oben angegebene Gröfse $e_h = 0{,}000005195$ bezieht sich auf eine Colonne von 1 Meter Höhe; da e_h der Höhe der Colonne proportional ist, so mufs diese Zahl für die Röhre 1 mit 1,6, für die Röhre 2 mit 3,6 multiplicirt werden. Der Gesammtwiderstand des Schliefsungskreises wird im ersteren Falle $774 + 4077 = 4851$, im zweiten annähernd $1500 + 4077 = 5577$, oder in runder Zahl 5600 seyn. Deshalb wird der gesuchte Strom, welchen wir mit i_h bezeichnen werden,

für die Röhre No. 1 $i_h = \frac{1{,}6 \,.\, 0{,}000005195}{4851} = 0{,}000000001714$

für die Röhre No. 2 $i_h = \frac{3{,}6 \,.\, 0{,}000005195}{5600} = 0{,}000000003276$

seyn.

Die zu erwartenden Ausschläge δ des Galvanometers berechnen sich aus der Proportion $\frac{i_0}{i_h} = \frac{20{,}8}{\delta}$, denn bei schwachen Strömen können die Ablenkungen als den Stromstärken proportional angesehen werden:

Für No. 1 $\delta = 4{,}16$ Cm.
Für No. 2 $\delta = 8{,}11$ Cm.

Wenn wir jedoch im Galvanometer die Differenz des niedersteigenden Stromes $\frac{E + e_h}{R} = J + i_h$ und des aufsteigenden $\frac{E - e_h}{R} = J - i_h$ beobachten, so ist diese Differenz $2 i_h$. Folglich erhalten wir, wenn wir den Gröfsen δ_1 und δ_2 die Bedeutung der Differenz der Ablenkungen bei diesen beiden Strömen geben:

Für die Röhre No. 1 $\delta_1 = 8{,}32$ Cm.
Für die Röhre No. 2 $\delta_2 = 16{,}22$ Cm.

Daraus ist zu ersehen, dafs die theoretisch berechneten Ausschläge des Galvanometers der Beobachtung völlig zu-

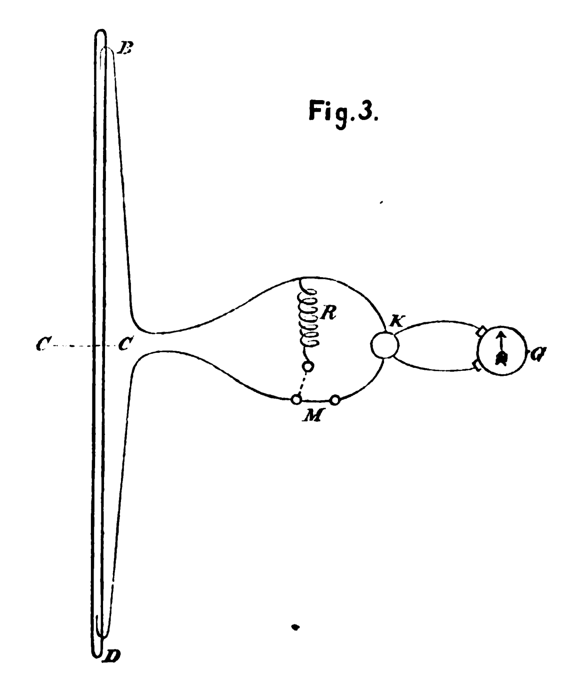
gänglich sind, und die Gränze der Empfindlichkeit des Instrumentes nicht übersteigen.

Die Experimente wurden von mir nach drei verschiedenen Methoden angestellt, von welchen nur die erste ein befriedigendes Resultat ergab, die zweite zu gar keinem Resultat führte, die dritte endlich zu einem entschieden negativen. Die wahrscheinliche Ursache des letzteren wird an geeigneter Stelle angeführt werden.

Die erste Methode bestand darin, dafs ich zur Hervorrufung des Stromes i_k den schwachen Strom benutzte, welchen die Röhre in Folge der nicht vollständigen Gleichheit der silbernen Elektroden oder in Folge ihrer Polarisation stets giebt. Benennen wir diesen Strom mit J. Obwohl in Folge der sorgfältigen Reinigung des Silbers und der Entfernung der Gase aus der Flüssigkeit, dieser Strom sehr schwach war, war doch die gänzliche Beseitigung desselben weder möglich, noch nöthig. Im Gegentheile konnte aus demselben Nutzen gezogen werden, wenn man nur eine genügende Constanz dieses Stroms erlangen konnte. Die Stärke des Stromes J hat (der Theorie nach) im gegebenen Falle keine Bedeutung, oben ist bewiesen worden, dafs die elektromotorische Kraft e_k und folglich auch der Strem i_k von ihr unabhängig sind. Wir können einen unverzweigten Stromkreis aus dem Galvanometer und der Röhre bilden und in der letzteren nur die Richtung des Stromes J bezüglich der Verticale ändern, d. h. denselben durch die Flüssigkeit bald herab- bald heraufsteigen lassen, indem wir bald das eine bald das andere Ende der Röhre nach oben kehren und dabei am Galvanometer die Differenz der Ströme $(J + i_k) - (J - i_k) = 2\,i_k$ beobachten.

Um dem Strom J eine geeignete Gröfse zu geben und ihn genügend constant zu erhalten, erwies sich folgendes Verfahren am zweckmäfsigsten: ich liefs den Strom von 1 El. Daniell im Laufe von 12 Stunden durch die Röhre gehen, indem ich zugleich in den Schliefsungskreis einen metallischen Widerstand von 12 bis 13000 S. E. einfügte.

Dieser Strom polarisirte die Elektroden. Hierauf wurde die Batterie entfernt und der Stromkreis der Röhre durch einen Metallwiderstand, welcher dem des Galvanometers gleich war, geschlossen. Der dabei entstehende Depolarisationsstrom nahm anfänglich sehr rasch ab, später langsamer und nach Verlauf von höchstens 24 Stunden erreichte er eine, den Strom i_k nur vier oder fünf Mal übertreffende Gröſse; sein weiteres Abnehmen war im Laufe der Versuche kaum merkbar. Um nicht die Constanz des Stromes J zu stören, durfte derselbe nicht mehr, als auf einige Momente unterbrochen und der Widerstand des Stromkreises nicht verändert werden. Deſshalb lieſs ich den Strom, wenn er nicht durch das Galvanometer ging, durch einen der Multiplicatorrolle gleichen Widerstand durchgehen. Fig. 3 stellt schematisch die Anordnung meiner Apparate dar; *BD* ist die um die Axe *C* drehbare Röhre, *R* ein Metallwiderstand von 4077 S. E.;



M ein Commutator, welcher den Strom der Röhre entweder nach *R* oder nach dem Galvanometer *G* richten kann, *K* ein gewöhnlicher, den Strom im Galvanometer umwendender Commutator (Pohl'scher Gyrotrop), um die Elongationen nach beiden Seiten der Gleichgewichtslage des Magnets beobachten zu können.

Folgende Tabellen enthalten die Resultate einiger der von mir angestellten Versuchsreihen. Aus den zahlreichen Reihen meiner Experimente führe ich nur diejenigen hier an, bei denen die Gleichgewichtslage der astatischen Magnete am wenigsten schwankte, wo also die Elongationen eine gröſsere Regelmäſsigkeit darbieten und das Resultat in möglichster Klarheit erscheint. Die erste und zweite Colonne enthalten die Ausschläge des Galvanometers bei beiden Stellungen des Commutators *K*; die dritte Colonne deren Differenz, durch welche die Stromstärke gemessen wird; ↑ bedeutet den in der Flüssigkeitssäule aufsteigenden, ↓ den niedersteigenden Strom.

Unter jeder Beobachtungsreihe ist die mittlere Differenz der Ablenkungen des aufsteigenden und des niedersteigenden Stromes angeführt, welcher, der Theorie nach, der Ablenkung gleich seyn soll, die von dem Strome $2 i_h$ hervorgebracht wird, d. h. für die Röhre No. 1 = 8,32 Cm. und für die Röhre No. 2 = 16,22 Cm. Durch Anwendung eines passenden Interpolationsverfahrens, welches die Veränderung der Stromstärke *J* und der Gleichgewichtslage des astatischen Paares berücksichtigt, hätte man der Wahrheit näherstehende Zahlenwerthe erlangen können, als die unten angeführten arithmetischen Mittel. Wegen der groſsen Differenz zwischen den theoretischen Zahlen und den Ergebnissen der Versuche, wie sie sogleich aus den Tabellen ersichtlich seyn wird, würde jedoch eine so complicirte Berechnungsmethode ziemlich nutzlos gewesen seyn.

Die Schwingungsdauer der Magnete des Galvanometers war $1^{m}\ 20^{sc}$ und die Empfindlichkeit die oben angegebene.

Für die Röhre No. 1 von 1^{m} 60^{cm} Höhe:

Tabelle I.

1)	↓	27,6	73,8	46,2
2)	↑	30,2	72,1	41,9
3)	↓	28,1	74,2	46,1
4)	↑	31,7	73,0	41,3
5)	↓	27,6	73,4	45,8
6)	↑	29,7	72,3	42,6
7)	↓	28,8	74,8	46,0

Differenz 4,1 Cm.

Tabelle II.

1)	↑	36,3	76,9	40,6
2)	↓	32,3	78,5	46,2
3)	↑	35,6	77,1	41,5
4)	↓	32,2	78,9	46,7
5)	↑	33,9	76,8	42,9
6)	↓	30.9	76,8	49,9

Differenz 4,5 Cm.

Mittlere Differenz beider Reihen 4,3 Cm.

Für die Röhre No. 2 von 3^{m} 60^{cm} Höhe.

Tabelle III.

1)	↑	66,9	27,5	39,4
2)	↓	75,0	23,9	51,1
3)	↑	66,4	26,3	40,1
4)	↓	74,8	25,3	49,5
5)	↑	69,4	29,2	40,2
6)	↓	78,5	28,7	49,8
7)	↑	73,7	30,8	42,9
8)	↓	78,8	28,0	50,8
9)	↑	74,7	30,8	43,9
10)	↓	79,7	31,4	48,3
11)	↑	77,7	33,4	44,3
12)	↓	83,3	33,6	49,7
13)	↑	80,0	36,7	43,3
14)	↓	85,1	35,8	49,3

15)	↑	80,2	37,7	42,5
16)	↓	85,0	37,3	47,7
17)	↑	81,8	39,3	42,5
18)	↓	87,1	39,4	47,7
19)	↑	83,1	40,3	42,8
20)	↓	87,5	40,4	47,1

Differenz 6,91 Cm.

Tabelle IV.

1)	↓	83,4	7,1	74,3
2)	↑	84,2	8,8	75,4
3)	↓	86,0	7,8	78,2
4)	↑	82,1	9,0	73,1
5)	↓	84,2	10,1	74,1
6)	↑	83,9	16,5	67,4
7)	↓	91,2	10,7	80,5
8)	↑	77,5	8,4	69,2
9)	↓	76,5	8,0	68,5
10)	↑	84,0	20,6	63,4
11)	↓	90,5	20,3	70,2
12)	↑	87,7	22,5	65,2
13)	↓	88,6	22,7	65,9
14)	↑	82,7	24,9	57,8
15)	↓	87,2	24,5	62,7
16)	↑	85,1	26,8	58,3
17)	↓	85,8	27,8	58,0
18)	↑	84,8	28,6	56,2

Differenz 5,16 Cm.

Aus den angeführten Zahlen ersieht man, daſs die Prävisionen der Theorie im Folgenden vom Versuch bestätigt werden:

1. Es ergiebt sich eine Differenz in der Stärke der in einer Colonne eines Elektrolyten auf- und niedersteigenden Ströme.

2. Das Vorzeichen dieser Differenz ist das von der Theorie angegebene, nämlich der niedersteigende Strom ist für salpetersaures Silber stärker als der aufsteigende.

3. Die beobachtete Differenz ist nicht gröfser als die theoretisch berechnete. Wäre sie gröfser, so könnte sie nicht ausschliefslich von der von der Theorie vorhergesehenen Ursache herrühren und würde als Deutung anderer unbekannter Ursachen dienen.

Die Zahlen, welche die Experimente ergeben, sind aber zwei oder drei Mal kleiner als die theoretischen. Ein solcher bedeutender Unterschied kann nicht Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden und mufs in den Versuchsbedingungen selbst gesucht werden. Ich mufs leider verzichten, an dieser Stelle die wahrscheinlichen Ursachen dieser scheinbaren Anomalie ausführlich aus-einander zu setzen und verweise auf meine Russische Original-Abhandlung [1]), von welcher die gegenwärtige Schrift ein Auszug ist. Ich will nur kurz bemerken, dafs der Grund der Erscheinung in der von Helmholtz [2]) bemerkten Thatsache liegt, dafs für sehr schwache Polarisations- und Depolarisationsströme (zu welchen letzteren die Ströme meiner Röhren angehören) das Ohm'sche Gesetz seine Gültigkeit zu verlieren scheint. Eine grofse in den Schliefsungskreis eingefügte Drahtlänge schwächt die Stromstärke nur sehr wenig, was offenbar dieselbe Bedeutung hat, als wären die Flüssigkeit oder die Elektroden der Sitz eines sehr grofsen supplementären Widerstandes. Meine Röhren zeigten diese Eigenthümlichkeit in hohem Grade. Die oben angeführten Berechnungen der zu erwartenden Galvanometerausschläge sind aber ausgeführt, indem nur der *wirkliche* Widerstand des Schliefsungskreises berücksichtigt worden ist. Die Stromstärke und folglich die Galvanometerausschläge müssen geringer ausfallen, sobald aufser dem wirklichen Widerstande noch ein zweiter fictiver in Betracht zu ziehen ist.

Aus dem Gesagten geht hervor, wie wünschenswerth bei dieser Untersuchung eine directere Methode gewesen

1) Journal der St. Petersburger chemischen und physikalischen Gesellschaften Bd. VII, S. 333, 1875.

2) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 483.

wäre, deren Resultate von allen mehr oder weniger hypothetischen Voraussetzungen über den Durchgang schwacher Ströme durch Flüssigkeiten unabhängig wären. Als solche Methode stellt sich naturgemäfs das Durchleiten eines äufseren constanten Stromes durch die Flüssigkeitscolonne dar, dessen Stärke so grofs ist, dafs sein Durchgang durch die Flüssigkeit keinem Zweifel unterliegt; mit anderen Worten: eines solchen Stromes, dessen elektromotorische Kraft gröfser ist, als die gröfste elektromotorische Kraft der Polarisation. Die nach dieser *zweiten* Methode gemachten Versuche führten jedoch, in Folge der Veränderlichkeit der elektromotorischen Kraft der Polarisation, zu gar keinem Resultat. Die Schwankungen der letzteren waren ununterbrochen und so bedeutend, dafs im Vergleiche mit ihnen die Kraft e_k beinahe eine Gröfse höherer Ordnung war.

Für die Details der Versuche verweise ich auf meine schon erwähnte Russische Original-Abhandlung. Ich will hier nur kurz bemerken, dafs der Kettenstrom von der erforderlichen Intensität nicht zugleich mit dem Strome i_k durch das Galvanometer gehen konnte, ohne bei der grofsen Empfindlichkeit des letzteren die Scale aus dem Gesichtsfelde des Fernrohres herauszutreiben. Es mufste daher eine Vorrichtung ersonnen werden, um den Kettenstrom im Galvanometer zu compensiren, ohne die Wirkung des Stromes i_k wesentlich zu beeinträchtigen. Diefs konnte durch die Anwendung der Wheatstone'schen Drahtcombination erzielt werden, wobei das Galvanometer die Brücke, die Flüssigkeits-Colonne eine der vier Seiten des Wheatstone'schen Vierecks bildete. Die Unregelmäfsigkeit der Polarisation hatte jedoch fortwährende Schwankungen der Nadel des Galvanometers zur Folge, welche alle Beobachtung dieses Instrumentes unmöglich machten.

Aus diesen Versuchen ergab es sich auch, dafs ein Strom von weniger als 0,04 Daniell durch meine Röhre No. 1 nicht gehen konnte. Nur als die äufsere elektromotorische Kraft diese Gröfse übertraf, fing der Strom zu

fliefsen an. Da die Zersetzung des Salzes an und für sich im Endresultate von keinem Arbeitsverbrauch begleitet ist und also nicht zur Entstehung einer elektromotorischen Kraft der Polarisation Anlafs geben kann, so kann die Polarisation nur davon herrühren, dafs gleichzeitig mit dem Salze eine gewisse Quantität Wasser zersetzt wird. An sehr verdünnten Lösungen läfst sich dies übrigens unmittelbar beobachten.

Das Mifslingen der Versuche mit constanten Strömen, welches durch die Inconstanz der Polarisation in der Flüssigkeit verursacht wurde, veranlafste mich, den Gebrauch der sogenannten alternirenden (viele Mal in der Secunde ihre Richtung wechselnden) Inductionsströme zu versuchen, welche dem Anscheine nach die Nachtheile der erstgenannten Methode nicht darbieten. Aus der Theorie der Induction ist bekannt, dafs die beiden Ströme, welche von dem Schliefsen und dem Oeffnen des Stromkreises einer inducirenden Rolle in der Nähe einer Inductionsrolle oder von einer beliebigen magneto-elektrischen Maschine entstehen,, wenn nur das Potential des gesammten magnetischen Feldes auf die Drahtspule der Maschine bei jeder Umdrehung der letzteren periodisch dieselben Gröfsen annimmt, gleiche, in entgegengesetzter Richtung in Bewegung gebrachte Elektricitätsmengen darstellen; mit anderen Worten, dafs die sogenannten Integralwerthe dieser beiden Ströme einander gleich sind. Der Strom i_A in der Flüssigkeitssäule hängt weder von der Richtung noch von der Stärke des ihn hervorrufenden Stromes ab; es wäre somit zu erwarten, dafs, wenn man durch eine senkrechte Röhre alternirende Ströme durchläfst, welche auf das Galvanometer nicht einwirken, ein Strom i_A hervorgerufen wird, welcher in dem Galvanometer eine unveränderliche Richtung hat und dessen Magnete ablenken mufs. Ein constanter Polarisationsstrom ist hingegen in Folge der Gleichheit der beiden entgegengesetzten Integralströme nicht zu erwarten. Wenngleich die von mir erhaltenen Resultate entschieden negativ wa-

ren, so scheinen sie mir jedoch in mancher Hinsicht sehr belehrend zu seyn, und ich halte es der Mühe werth, etwas bei denselben zu verweilen. Die Erscheinungen hatten den Anschein, als ob die alternirenden Ströme die Flüssigkeit gar nicht durchsetzten.

Die momentanen Inductionsströme sind für den zu verfolgenden Zweck ganz unbrauchbar. Lassen wir durch ein Galvanometer alternirende Ströme gehen, welche durch das Schliefsen und Oeffnen einer inducirenden Rolle in der Nähe einer Inductionsrolle erzeugt werden, so kann die Wirkung eines jeden dieser Ströme auf das Galvanometer dem Integrale $\int_0^\theta i\,dt$ proportional gesetzt werden, wo θ der Zeitmoment ist, wo der Strom unmerklich wird.

Wenn wir in 1[sc] n Schliefsungsströme und eben so viel Unterbrechungsströme durchlassen (deren Dauer θ und θ' wir als verschieden voraussetzen können), so wird der Ausschlag des Galvanometers

$$\delta = \frac{1}{B}\left[n\int_0^\theta i\,dt - n\int_0^\theta i\,dt\right] = 0$$

seyn, denn $\int_0^\theta i\,dt$ hängt, wie bekannt, nicht von θ ab. Unter B ist hier wie oben der Coëfficient des Apparates zu verstehen. Wenn aber der Strom i durch eine verticale Röhre geht und den Strom i_h hervorruft, dann ist

$$\delta = \frac{1}{B}\left[n\int_0^\theta (i+i_h)\,dt - n\int_0^\theta (i-i_h)\,dt\right] = \frac{1}{B}.i_h.n(\theta+\theta'),$$

wo das *erste* Integral sich auf den niedersteigenden, das *zweite* auf den aufsteigenden Strom bezieht.

Die Dauer der Inductionsströme wird mit Hunderttausendsteln einer Secunde gemessen; die Anzahl der Unterbrechungen des inducirenden Stromes ist in der Praxis schwer auf mehr als 80 bis 100 in einer Secunde zu

bringen. Deſshalb wird die Gröſse $n(\theta + \theta')$ nur einen kleinen Theil einer Secunde ausmachen und die Gröſse δ wird so viel Mal kleiner seyn, als die Ablenkung, welche der Strom i_h geben würde, wenn er durch das Galvanometer ununterbrochen durchginge, wie viel Mal $n(\theta + \theta')$ kleiner als 1^{sc} ist.

Aus dem oben Gesagten erhellt, daſs die momentanen Inductionsströme für den beabsichtigten Zweck vollständig ungeeignet sind. Auſserdem kann, in Folge der verschiedenen Dauer der beiden Ströme, die Polarisation der Elektroden eine merkliche Gröſse erreichen.

Anders verhält es sich mit den Strömen der magnetoelektrischen Maschinen, z. B. der bekannten Maschine von Clarke. Hier ist der Inductionsstrom eine stetige periodische Function der Zeit[1]). Solche Ströme rufen, indem sie durch die Röhre gehen, den Strom i_h hervor, der die Magnete des Galvanometers wie ein constanter Strom ablenkt. Die Polarisation der Elektroden complicirt zwar etwas die Erscheinung, ohne sie jedoch im Wesentlichen zu ändern. Wir haben gesehen, daſs ein Strom, dessen elektromotorische Kraft kleiner als 0,04 Daniell ist, durch meine Röhre mit salpetersaurem Silber nicht durchgehen kann. Die elektromotorische Kraft des Inductionsstromes schwankt periodisch (nach der absoluter Gröſse) zwischen Null und einem gewissen Maximum. Deſshalb geht der Strom durch die Röhre nur während derjenigen Zeitintervalle durch, während der seine elektromotorische Kraft gröſser als 0,04 Daniell ist.

Der Mittelwerth der elektromotorischen Kraft des durch die Röhre gehenden Inductionsstromes (abgesehen von dem Zeichen) betrug bei zwei Versuchsreihen 0,18 resp. 1,80 Daniell. Man sieht also, daſs das Zeitintervall, während welchem der Strom (der Theorie nach) bei jeder Umdrehung der Maschine durch die Flüssigkeit *nicht* gehen

1) Selbstverständlich muſs der übliche Commutator des Apparats, welcher die Ströme unterbricht und alle in derselben Richtung sendet, entfernt werden.

konnte, nur ein geringer Bruchtheil der ganzen Umdrehungszeit seyn konnte. Ich mufs hier abermals auf meine russische ausführlichere Abhandlung verweisen, wo einige theoretische Betrachtungen über die von mir gebrauchte Clarke'sche magneto-elektrische Maschine angeführt sind und die Methoden zur Berechnung des soeben erwähnten Zeitintervalls, so wie der elektromotorischen Kraft des Apparates auseinandergesetzt werden. Meine Betrachtungen sind eine Erweiterung der Betrachtungen der HH. Kohlrausch und Nippold[1]), die in ihrer interessanten Abhandlung über die Anwendung alternirender Ströme auf Widerstandsmessungen von Flüssigkeiten angeführt sind. Für die Clarke'sche Maschine ist nämlich die Annahme, dafs die elektromotorische Kraft als einfache Sinusfunction der Zeit dargestellt werden kann, unstatthaft. Es wird diese unbekannte Function in eine Sinusreihe zerlegt. Wegen einiger Symmetrieverhältnisse, welche die Function darbieten mufs, fallen alle Glieder der Reihe, welche die Sinus gerader Bögen enthalten, fort. Von den übrigbleibenden Gliedern werden nur die beiden ersten behalten, welche die Sinus des einfachen und des dreifachen Bogens enthalten und es wird bewiesen, dafs diese zwei Glieder genügen, um die Function in ihren Haupteigenschaften darzustellen. Zur Bestimmung der Parameter wird die Wirkung des Inductionsstromes auf zwei Apparate beobachtet, welche zwei verschiedene Functionen der Stromstärke messen, nämlich das Galvanometer — die einfache Stromstärke und das Elektrodynamometer — das Quadrat derselben. Aus den Zahlenwerthen der Integrale $\int i\,dt$ und $\int i^2 dt$, durch welche die den beiden Apparaten ertheilten Impulse gemessen werden, lassen sich die Parameter der Function berechnen.

Auf diese Weise ergab es sich, als die mittlere elektromotorische Kraft des durch die Röhre gehenden Stromes 0,18 Daniell betrug, dafs die Zeit, während welcher bei

1) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 280.

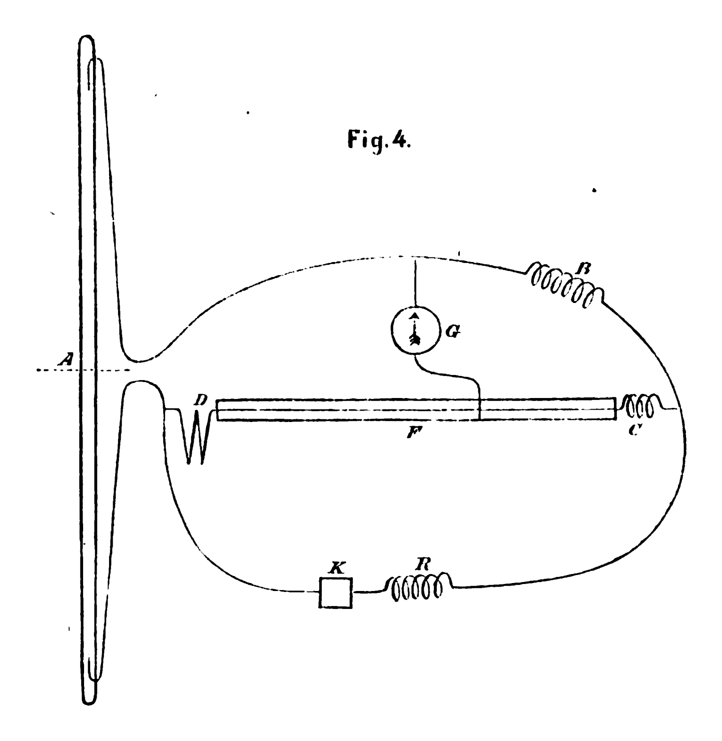
jeder Umdrehung die wahre elektromotorische Kraft größer als 0,04 Daniell war, 0,92 von der Umdrehungszeit der Maschine ausmachte. Sind also die magneto-elektrische Maschine, die Röhre und das Galvanometer in einen unverzweigten Schliefsungskreis eingefügt, so wird der Strom i_s eine Ablenkung hervorbringen, welche 0,92 von der Ablenkung beträgt, die er als constanter, ununterbrochener Strom hervorgebracht hätte. Bei der elektromotorischen Kraft von 1,8 Daniell mufs dieser Bruch selbstverständlich der Einheit noch näher stehen.

Diese einfache Form des Versuches bietet aber mehrere Nachtheile dar, welche ihre Anwendung unmöglich machen. Die alternirenden Impulse, welche die Ströme dem Galvanometer ertheilen, haben ein fortwährendes Zittern seiner Magnete zur Folge; aufserdem erhalten die letzteren bei dem Oeffnen und Schliefsen des Stromes immer einen Stofs, welcher bei der grofsen Empfindlichkeit des Instrumentes höchst unangenehm ist.

Zur Vermeidung dieser Uebelstände mufste ich auch hier, wie bei den constanten Strömen, zu der Wheatstone'schen Drahtcombination greifen.

Fig. 4 stellt schematisch die Anordnung der Apparate dar. *A* ist die Röhre No. 1, *B* und *C* sind Drahtrollen, *D* ein zickzackförmiger Draht, *F* ein Rheochord, *G* das Galvanometer in der Brücke, deren eines Ende mit dem Schieber des Rheochordes verbunden ist, *K* die magneto-elektrische Maschine, *R* eine Rolle. Die Seiten *B* und *C* des Wheatstone'schen Vierecks bestehen aus Drahtspulen, die Seiten *A* und *D* jedoch aus geradlinigen oder zickzackförmigen Leitern, um dem störenden Einflufs der Extraströme auf das Galvanometer einigermafsen vorzubeugen. Die Widerstände der verschiedenen Theile der Leitung, in Siemens-Einheiten, sind folgende: $A = 774$, $B \doteq 7976$, $C = 47{,}7$, $D = 4{,}12$, $G = 4077$, $K + R = 493$; der Gesammtwiderstand des Rheochords 3,0. Daraus läfst sich die Stellung des Schiebers berechnen (oder empirisch aufsuchen), bei welcher das Galvanometer durch die Inductions-

ströme unmittelbar nicht afficirt wird. Die eigene elektromotorische Kraft der Röhre, sowie die Kraft e_A haben ihren



Sitz nicht außerhalb des Wheatstone'schen Vierecks, sondern in einer der Seiten desselben; sie müssen deſshalb einen Strom erzeugen, welcher auf das Galvanometer einwirkt. Diese Wirkung wird um so stärker seyn, je gröſser der Widerstand B im Vergleich mit G ist. Mittelst der Kirchhoff'schen Formeln über Stromverzweigung läſst sich der von der elektromotorischen Kraft $2e_A$ herrührende Strom im Galvanometer leicht als Function dieser Gröſse und der Widerstände der Leitung ausdrücken. Eine angenäherte Gröſse der Stromstärke $2i'_A$ erhalten wir, wenn wir den Widerstand $K+R$ als unendlich im Vergleich mit D und C ansehen und D in der Summe A und D als kleine Gröſse vernachlässigen. Wir haben sodann

$$2i'_i = \frac{2e_h}{A + G + \frac{G}{B + C} \cdot A}.$$

Aus den soeben angeführten Werthen der Widerstände sieht man, dafs $\frac{G}{B + C}$ ungefähr $= \frac{1}{2}$ ist, also

$$2i'_h = \frac{2e_h}{\frac{3}{2}A + G}.$$

Der Strom $2i_h = \frac{2e_h}{A + G}$, welcher unverzweigt durch die Röhre und das Galvanometer ging, mufste der Theorie nach an meinem Galvanometer die Ablenkung $\delta = 8{,}32$ Centimeter-Scalatheile hervorrufen (siehe oben). Um die Ablenkung δ' des Stromes $2i'_h$ zu berechnen, müssen wir uns erinnern, dafs dieser Strom nur während 0,92 eines beliebigen (nicht zu kleinen) Zeitintervalls durch die Apparate gehen kann, dafs also auch die Ablenkung δ' in demselben Verhältnisse vermindert werden mufs. Wir haben also schliefslich

$$\delta' = 0{,}92 \, . \, \frac{A + G}{\frac{3}{2}A + G} \, . \, \delta = 7{,}07 \text{ Cm.}$$

Die folgenden Tabellen enthalten die Ergebnisse der Versuche. Die Tabelle V bezieht sich auf die soeben beschriebene Versuchsanordnung, wobei die mittlere elektromotorische Kraft des Inductionsstromes in dem Zweige, wo sich die Röhre befand (abgesehen von dem Zeichen), den Werth von 0,18 Daniell hatte. Bei der Versuchsreihe Tab. VI war der Anker der Clarke'schen Maschine näher an den Stahlmagnet geschoben und auch die Anordnung der Widerstände eine etwas andere, so dafs der durch die Röhre gehende Strom die mittlere elektromotorische Kraft 1,8 Daniell hatte. Die nicht ganz regelmäfsige Drehung der Maschine übte einen störenden Einflufs auf das Galvanometer aus, welcher aus der Tabelle ersichtlich ist; nur die Versuche 8 bis 17 müssen als bei regelmäfsigem Gang der Maschine gemacht betrachtet werden. Obgleich die Röhre vor Beginn dieser Versuche, etwa 1 Monat, mit metallisch verbundenen Elektroden gestanden

hatte, war ihr eigener Strom dennoch nicht ganz verschwunden. Der Strom i_k, falls er zu Stande kommen kann, mufs sich also diesem Strome bald addiren, bald von ihm subtrahiren, da seine Richtung stets von oben nach unten ist.

Tabelle V.

Die Maschine steht still:

1)	↑	43,05	56,30	13,25
2)	↓	42,50	56,52	14,02
3)	↑	42,60	56,40	13,80
4)	↓	42,48	56,40	13,92
5)	↑	42,38	56,02	13,64
6)	↓	41,78	56,20	14,42

Differenz + 0,54 Cm.

Die Maschine macht 10,8 Umdrehungen in 1^s:

1)	↑	42,24	55,20	12,96
2)	↓	41,90	55,60	13,70
3)	↑	41,80	54,80	13,00
4)	↓	41,28	54,60	13,32
5)	↑	40,74	54,00	13,26
6)	↓	40,46	54,20	13,74

Differenz + 0,51 Cm.

Tabelle VI.

1)	↑	42,5	63,7	21,2
2)	↓	46,2	63,3	17,1
3)	↑	44,2	64,3	20,1
4)	↓	44,7	64,1	19,4
5)	↑	41,8	62,3	20,5
6)	↓	42,8	60,5	17,7
7)	↑	42,2	61,2	19,0
8)	↓	42,1	60,9	18,8
9)	↑	41,5	60,0	18,5
10)	↓	41,9	59,7	17,8
11)	↑	41,3	59,4	18,1

12)	↑	41,3	59,7	18,4
13)	↓	41,8	60,0	18,2
14)	↑	41,5	60,8	19,3
15)	↓	41,9	60,7	18,8
16)	↑	42,2	61,3	19,1
17)	↓	42,4	61,5	19,1
18)	↑	42,5	60,2	17,7.

Aus den Versuchen 8 bis 17 ergiebt sich die Differenz zwischen ↑ und ↓ = + 0,14 Cm. Aus der ganzen Versuchsreihe — 0,9 Cm.

Aus den angeführten Tabellen ersieht man, dafs der Versuch uns ein entschieden negatives Resultat giebt. Ungeachtet einiger Schwankungen der Stromstärke und des Gleichgewichtspunktes der Megnetnadeln konnte doch eine Differenz von 7 Cm., wie sie uns die Theorie angiebt, unmöglich der Betrachtung entgangen seyn. Die Erscheinung geht also vor, wie wenn die Inductionsströme die Flüssigkeit gar nicht durchsetzten.

Was ist der Grund dieses scheinbaren Widerspruchs zwischen Theorie und Experiment? Mir scheint, dafs die Erklärung davon in der Unhaltbarkeit der älteren allgemein verbreiteten Ansichten über den Durchgang von Strömen durch flüssige Leiter zu suchen ist, welche die Erscheinungen bei dem Uebergange der Elektricität aus dem festen in den flüssigen Leiter ignoriren; die in Rede stehenden Thatsachen sprechen hingegen zu Gunsten der Theorie, welche Helmholtz[1]) in letzter Zeit vorgeschlagen hat und sind, wie mir scheint, vollkommen logische Consequenzen dieser Anschauungsweise. Helmholtz sieht nämlich die Flüssigkeit mit den in dieselbe tauchenden Elektroden als einen Condensator von sehr grofser Capacität an. Schwache Ströme, welche ohne Verletzung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft in der gegebenen Flüssigkeit keine Elektrolyse hervorbringen können, also auch durch die Flüssigkeit nicht zu fliefsen vermögen, bringen dennoch immer eine Polarisation der Elektroden

1) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 483.

(eine Ladung des Condensators) hervor. Bei starken Strömen ist der Vorgang wesentlich derselbe, mit dem Unterschiede, daſs, sobald die Spannungsdifferenz der Belegungen des Condensators eine gewisse Gränze erreicht hat (Maximalwerth der elektromotorischen Kraft der Polarisation), alle neu hinzukommenden Elektricitätsmengen sich durch die Flüssigkeit vereinigen können.

Die durch $\int idt$ dargestellte Elektricitätsmenge eines jeden einzelnen Inductionsstromes ist aber eine endliche Quantität und es ist wohl denkbar, *daſs sie in gewissen Fällen* unzureichend seyn kann, um einen Condensator von so enormer Capacität bis zur erforderlichen Spannungsdifferenz zu laden, obgleich in jedem einzelnen Zeitmoment die wahre elektromotorische Kraft des Inductionsstromes gröſser als diese Spannungsdifferenz ist. Der Inductionsstrom wird also den Condensator laden (die Elektroden polarisiren), ohne die Flüssigkeit durchsetzen zu können. Statt eines geschlossenen Stromes werden wir es mit einem ungeschlossenen zu thun haben, dessen Enden mit den Belegungen eines sehr groſsen Condensators in Verbindung stehen. Da bei dem Vorgange keine Elektrolyse stattfindet, so ist kein Grund für die Existenz der elektromotorischen Kraft e_k vorhanden [1]). In den Arbeiten von Kohlrausch [2]), deren eine schon oben angeführt worden ist, finden sich einige Thatsachen, welche uns einige Aufklärung über diesen Gegenstand liefern können. Kohlrausch beobachtete nämlich, daſs es keinen metallischen Widerstand giebt, welcher bei *jeder* Drehungsgeschwindigkeit seiner magnetoelektrischen Maschine dem Widerstande eines flüssigen Leiters gleich wäre. Zur Erklärung dieses scheinbar paradoxen Resultates nimmt er an, daſs

1) In anderen Beziehungen, namentlich in elektrodynamischer, ist der Vorgang in der Flüssigkeit einem Strome aequivalent, wie ich es an einer anderen Stelle (Pogg. Ann. Bd. 155, S. 467) bewiesen zu haben glaube.

2) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 280. Bd. 148, S. 143. Jubelband S. 290.

der Inductionsstrom in der Flüssigkeit eine Polarisation hervorrufe, deren Gröfse in jedem Augenblicke der Menge der auf den Elektroden angehäuften Gase oder der Quantität der durchgegangenen Elektricität $\int i\,dt$ proportional sey. Die elektromotorische Kraft seiner magnetoelektrischen Maschine als einfache Sinusfunction der Zeit ansehend und die Einwirkung des Inductionsstromes auf seinen eigenen Schliefsungskreis berücksichtigend, stellt er folgende Differentialgleichung auf:

$$wi = \frac{K}{\tau} \sin \pi \frac{t}{\tau} - q \frac{di}{dt} - q \int i\,dt,$$

wo τ die Umdrehungszeit der Maschine, w der Widerstand des Schliefsungskreises, K, q und p Constanten sind.

Diese Gleichung in ihre Consequenzen verfolgend, beweist er, dafs alle Eigenthümlichkeiten der Erscheinung durch dieselbe dargestellt werden können.

Es ist aber leicht einzusehen, dafs die Theorie der ungeschlossenen Ströme uns zu der nämlichen Gleichung führt. Diese Theorie ist in neuester Zeit durch Hrn. N. Schiller[1]) im Laboratorium des Prof. Helmholtz einer experimentellen Prüfung unterworfen. Die Gleichung, welche die Bewegung der Elektricität in einem ungeschlossenen Leiter bestimmt, ist folgende[2]), wobei zu berücksichtigen ist, dafs in unserm Falle in dem Leiter eine thätige magnetoelektrische Maschine sich befindet, während Hr. Schiller die Vorgänge in seiner Rolle nach dem Aufhören aller äufseren Einwirkungen beobachtete.

$$wi + \frac{K}{\tau} . \sin \pi \frac{t}{\tau} + q \frac{di}{dt} + \omega = 0,$$

wo ω die Differenz der Potentiale der freien Elektricität an den beiden Enden des Leiters, resp. den beiden Belegungen eines Condensators, bedeutet.

Nach Hrn. Schiller's Gleichungen 2 und 2a (loco cit. S. 536) wird aber die Gröfse ω bestimmt aus der

1) Pogg. Ann. Bd. 152, S. 535.
2) Loco cit. S. 536.

Bedingung $i = c\frac{d\omega}{dt}$, wo c die Capacität des Condensators bedeutet.

Daraus folgt

$$\omega = \frac{1}{c}\int i\,dt.$$

Führt man diesen Ausdruck in obige Gleichung ein, so hat man

$$wi + \frac{K}{\iota}.\sin\pi\frac{t}{\iota} + q\frac{di}{dr} + \frac{1}{c}\int i\,dt = 0.$$

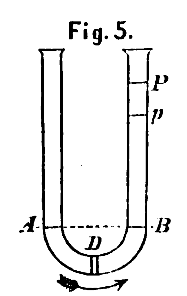
Diese Gleichung ist mit Kohlrausch's Gleichung vollkommen identisch, wenn man Kohlrausch's Constante $p = \frac{1}{c}$ setzt. Alle Erscheinungen, welche Kohlrausch der Anhäufung von Gas an den Elektroden zuschreibt, können also eben so gut dadurch erklärt werden, daſs er es mit einem ungeschlossenen Strome zu thun hatte, dessen Enden mit den Belegungen eines groſsen Condensators in Verbindung standen. Kohlrausch gebrauchte bei seinen Untersuchungen zwei magneto-elektrische Maschinen. Die eine hatte bei der gröſsten Umdrehungsgeschwindigkeit die mittlere elektromotorische Kraft von $\frac{3}{4}$ Daniell. Der Strom derselben konnte also ohne Verletzung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft unmöglich durch das angesäuerte Wasser gehen, mit welchem er experimentirte. Bei der zweiten konnte die elektromotorische Kraft bis auf 4 Daniells gebracht werden. Doch waren die Erscheinungen bei beiden Maschinen wesentlich dieselben, was uns vermuthen läſst, daſs auch der Strom dieser zweiten Maschine durch das Wasser nicht gehen konnte, sondern nur die Elektroden polarisirte. Bei meiner Röhre mit salpetersaurem Silber wird wohl ähnliches vorgegangen seyn, da die Elektroden auch polarisirbar waren, obgleich in weit geringerem Grade als Platin-Elektroden in angesäuertem Wasser.

Es giebt noch eine Kathegorie von Erscheinungen, wo der Strom bei seinem Durchgange durch Flüssigkeiten Arbeit verrichten kann; das ist die sogenannte elektrische

Endosmose. Diese Erscheinung wurde im Jahre 1809 von Hrn. Fr. Reufs [1]), Prof. an der hiesigen Universität, entdeckt, und deren Gesetze auf experimentellem Wege von Wiedemann [2]) studirt. Wie bekannt, besteht hier die Grundthatsache darin, dafs der Strom, indem er durch ein Gefäfs mit Flüssigkeit geht, welches mittelst eines porösen Diaphragmas in zwei Hälften getheilt ist, die Flüssigkeit so zu sagen durch das Diaphragma hindurchtreibt und zwar in der Mehrzahl der Fälle vom positiven Pol zum negativen.

Stellen wir uns eine U-formige Röhre Fig. 5, mit Wasser gefüllt, vor; bei *D* ist ein Diaphragma angebracht. Wenn der Strom in der Richtung des Pfeiles geht, so senkt sich der Wasserstand in dem Schenkel *A*, hebt sich hingegen in dem Schenkel *B*. Wenn der Niveauunterschied ein gewisses Maximum *BP* erreicht hat, welches von der Beschaffenheit der Flüssigkeit und des Diaphragmas abhängt und der Stromstärke proportional ist, so hört die Bewegung des Wassers auf. Wenn sich hingegen bei *p* eine Seitenöffnung befindet und wir durch Zugiefsen von Wasser in den linken Schenkel den Wasserstand nicht unter *A* sinken lassen, so wird das Wasser bei *p* beständig herausfliefsen. Die Arbeit *q* des Stromes in der Zeiteinheit wird bei einer solchen Versuchsform dem Producte aus dem Volumen des ausgeflossenen Wassers und dem Drucke der Flüssigkeitssäule *Bp* gleich seyn. Bezeichnen wir mit *p* und *P* den Druck der Wassersäulen *Bp* und *BP* (in Gewichtseinheiten auf die Flächeneinheit ausgedrückt). Wenn der Ueberschufs des Druckes in dem rechten Schenkel der Röhre den Maximalwerth *P* erreicht, so können wir uns vorstellen, dafs durch die Wirkung dieses Druekes einer-

Fig. 5.



1) *Mémoires de la société des naturalistes de Moscou T. II*, 1809, *p.* 327.
2) Pogg. Ann. Bd. 87, S. 321. Siehe auch Galv. I, S. 576.

seits und die des Stromes andererseits, gleiche Flüssigkeitsvolumina V in entgegengesetzter Richtung durch das Diaphragma durchgetrieben werden. Machen wir in B eine Oeffnung, so beseitigen wir den Druck P; es wird dann durch diese Oeffnung innerhalb der Zeiteinheit das Wasservolum V herausfliefsen. Haben wir hingegen einen Drucküberschufs p, der kleiner als P ist, so wird in Folge seiner Wirkung ein Volumen v durch das Diaphragma durchströmen, das durch die Gleichung

$$\frac{v}{V} = \frac{p}{P} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

bestimmt wird; in Folge der Stromwirkung wird hingegen das frühere Volumen V durchgehen. Die Gröfse $w = V - v$ wird also das Volumen des aus der Oeffnung bei p herausgeflossenen Wassers ausdrücken.

Die Gröfse der Arbeit q ist gleich $pw = p(V - v)$, oder wenn wir die Gleichung (5) benutzen:

$$q = \frac{V}{P} \cdot p(P - p) \quad \ldots\ldots \quad (6).$$

Bei $p = 0$ und $P = p$ haben wir $q = 0$; bei $p = \frac{1}{2}P$ erreicht q seinen höchsten Werth. Indem wir auf diesen Fall die Gleichung (3) anwenden, welche die Beziehung zwischen Arbeit und elektromotorischer Kraft ausdrückt, erhalten wir

$$\frac{V}{P} \cdot p \cdot (P - p) = \frac{e(E - e)}{R} \quad \ldots \quad (7).$$

Befindet sich dagegen der Drucküberschufs in dem linken Schenkel, so werden q, p und e ihr Zeichen wechseln; sodann wird

$$\frac{V}{P} \cdot p \cdot (P + p) = \frac{e(E + e)}{R} \quad \ldots \quad (8).$$

Also mufs bei der elektrischen Endosmose, wenn nur der Druck von beiden Seiten des Diaphragmas ungleich ist, jedesmal eine elektromotorische Kraft e erscheinen, deren Gröfse und Zeichen durch die Gleichungen (7) und (8) bestimmt werden.

Obwohl, so viel mir bekannt, noch keine directen Experimente gemacht worden sind, um die Richtigkeit dieser Gleichungen experimentell zu prüfen, so wird doch die Existenz der elektromotorischen Kraft e durch eine andere Reihe von Erscheinungen bestätigt, deren enger Zusammenhang mit der elektrischen Endosmose sich aus dem Gesetz der Erhaltung der Kraft und den oben angeführten Beziehungen zwischen Arbeit und elektromotorischer Kraft, die aus demselben hervorgehen, herausstellt.

Die Arbeit bei der elektrischen Endosmose bietet einen äufserst wesentlichen Unterschied von der Arbeit bei der Elektrolyse von Salzen in verticalen Säulen, welche wir betrachtet haben, dar; diese Arbeit kann nämlich auch ohne Strom bewerkstelligt werden. Der Druck q und der Durchgang der Flüssigkeiten durch das Diaphragma, können durch mechanische Mittel hervorgebracht werden. Aus den angegebenen Gleichungen (7) und (8) ist ersichtlich, dafs die Richtung des Stromes, den die elektromotorische Kraft e erzeugt, immer mit derjenigen Richtung zusammentrifft, in welcher das Wasser *in Folge des äufseren Druckes p* durch das Diaphragma zu fliefsen sich bestrebt, unabhängig davon, ob diese Richtung mit derjenigen zusammenfällt, in der sich die Flüssigkeit in Folge des Batteriestromes bewegt. Aufserdem ist auch hier die Gröfse q unter sonst gleichen Bedingungen, der Stromstärke $\frac{E-e}{R}$ direct proportional (siehe Wiedemann's Versuche) und defshalb ist hier e, ebenso wie in dem Falle der Elektrolyse, von der Gröfse E unabhängig. Wenn aber e sowohl von dem Zeichen als auch von dem Werthe von E unabhängig ist, so ist die Annahme, dafs diese elektromotorische Kraft auch ohne E, bei der einzigen Bedingung, dafs der Druck von beiden Seiten des Diaphragmas verschieden ist, bestehen könne, vollkommen natürlich. Die Gleichungen (7) und (8) verlieren ihren Sinn nicht, wenn wir $E=0$ machen, denn der Coëfficient $\frac{V}{P}$, obgleich er

sich in $\frac{0}{0}$ verwandelt, behält dennoch eine völlig bestimmte Bedeutung; nach Wiedemann's Versuchen sind nämlich V und P der elektromotorischen Kraft E proportional, deſswegen ist $\frac{V}{P}$ von E unabhängig. Nehmen wir an, daſs $E = 0$ ist, so haben wir $\frac{V}{P} \cdot p^2 = \frac{e^2}{R}$ d. h. e wird proportional mit p seyn.

Bei ungleichem Druck zu beiden Seiten des Diaphragmas sieht also die Theorie die Möglichkeit der Existenz von Strömen voraus, deren Richtung mit der Richtung zusammenfällt, in der die Flüssigkeit durch das Diaphragma durchgetrieben wird und deren Stärke dem Drucküberschuſs proportional ist. Solche Ströme existiren in der That. Dieselben wurden von Quincke im Jahre 1859 entdeckt[1]) und von ihm „Diaphragmen-Ströme" benannt.

Die Experimente von Quincke haben erwiesen, daſs diese Ströme den theoretischen Gesetzen unterworfen sind, die soeben aufgestellt worden. Eine gewisse von ihm untersuchte Sorte Alkohol[2]), in der die elektrische Endosmose eine der gewöhnlichen entgegengesetzte Richtung hatte, ergab auch einen Diaphragmenstrom von einer der durchgetriebenen Flüssigkeit entgegengesetzten Richtung. Es wäre interessant genaue quantitative Versuche über die gegenseitigen Beziehungen zwischen der Arbeit q und der elektromotorischen Kraft e in diesen Erscheinungen anzustellen; diese Experimente müssen mit der Bestimmung der Gröſse $\frac{V}{P}$ beginnen, welche die Bedeutung eines empirischen Coëfficienten für den gegebenen Apparat hat.

Die angeführten Beispiele der unmittelbaren Verwandlung von mechanischer Arbeit in Energie des galvanischen Stromes sind ohne Zweifel nicht die einzigen in der Natur. Es öffnet sich hier ein weites Feld für neue Untersuchungen. Die Analogie mit den schon erforschten Erscheinungen

1) Pogg. Ann. Bd. 107, S. 100. Wiedemann Galv. I, S. 946.
2) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 559.

nöthigt uns aber zu dem Schlusse, dafs nicht jede Arbeit sich in die Energie des galvanischen Stromes verwandeln kann, sondern nur solche, welche der Strom selbst zu verrichten vermag.

Eine jede chemische Reaction stellt eine von den Molecularkräften verrichtete Arbeit dar; aber alle allgemein gebräuchlichen Reactionen, welche einen Strom zu erzeugen im Stande sind, sind derartig, dafs sie selbst, so wie auch ihre Gegenreaction unter Einwirkung des Stromes vor sich gehen können.

Gegenwärtig zweifelt schwerlich Jemand daran, dafs der galvanische Strom, so wie die Wärme, nur zwei verschiedene Formen von kinetischer Energie sind. Als Quelle des Stromes dient immer die Verwandlung einer mechanischen Arbeit in lebendige Kraft [1]).

Eine Theorie, die alle diese Erscheinungen umfassen soll, mufs sich zur Aufgabe stellen, diesen zu allgemeinen Vorstellungen eine mehr concrete Form zu geben. Als natürlicher Ausgangspunkt müssen die einfacheren Erscheinungen dienen. Bei der galvanischen Induction stofsen wir auf die dunkle und stets controvertirte Frage der Wechselwirkung auf endlichen Entfernungen. In Fällen von chemischer Wechselwirkung ist uns nur die Integralgröfse der Arbeit in Form der thermochemischen Aequivalente der vor sich gehenden Reactionen gegeben; unbekannt sind uns hingegen die einzelnen die Gröfse der Arbeit bedingenden Factoren, d. h. die Gröfse der Kraft und das Gesetz ihrer Aenderung mit der Zeit sowie die Verschiebungen der Molecüle. In dem oben untersuchten Falle der Elektrolyse in einer verticalen Colonne einer Salzlösung, so wie bei der elektrischen Endosmose, ist uns aufser der Integralgröfse der Arbeit auch noch die Gröfse der Kraft bekannt, welche hier entweder constant ist, oder einem uns bekannten Gesetz folgt; defshalb sind diese Fälle einfacher, als die vorhergehenden.

1) Eine einzige Ausnahme scheinen die thermoelektrischen Ströme zu bilden, wo offenbar kinetische Energie sich in kinetische verwandelt.

Wenn es mir gelungen ist, durch die vorliegende Arbeit einen neuen factischen Stützpunkt für künftige Theorien darzubieten, so sehe ich mein Ziel als vollkommen erreicht an.

Physikalisches Universitäts-Laboratorium,
Moskau, October 1875.

III. *Versuche über elektrische Uhren;*

von Dr. Joseph Brunn,
Rector der höheren Lehranstalt in Opladen.

Die im Nachfolgenden beschriebenen Versuche bilden die Fortsetzung von Experimenten, welche ich auf der Berliner Sternwarte an einem von Tiede angefertigten elektrischen Pendel theils zu machen, theils zu beobachten Gelegenheit hatte. Es ist deſshalb geboten, zunächst das genannte Pendel kurz zu beschreiben, zumal das in §. 2 angeführte elektrische Pendel in wesentlichen Theilen seiner Construction sich an das Tiede'sche anschlieſst.

§. 1. Elektrisches Pendel von Tiede.

Dieses Pendel wurde im Jahre 1864 von Tiede für die Sternwarte zu Berlin angefertigt. Dasselbe, ein Secundenpendel, schwingt in einem hermetisch verschlossenen Glascylinder unter constantem Luftdruck, durch welche Einrichtung der Einfluſs der Barometerschwankungen auf seinen Gang aufgehoben werden soll. Das Pendel wird mit Hülfe des elektrischen Stromes in Bewegung gehalten, so jedoch, daſs (theoretisch wenigstens) die Variationen der Stromstärke keinen Einfluſs auf seinen Gang haben. Fig. 1, Taf. V giebt eine *schematische* Abbildung des Mechanismus, welcher das Pendel in Schwingung erhält.

Auf einer starken messingenen Platine *MN* sind zwei Elektromagnete, *E* und *E'*, befestigt. Die Anker derselben, *A* und *A'*, sind durch einen messingenen Hebel *TT'* mit einander verbunden. Dieser Hebel ist drehbar um eine Axe *F*, welche senkrecht zur Ebene der Figur steht. Die Bewegung des Ankerträgers *TT'* ist beiderseits begränzt durch die Schrauben *C* und *C'*. Bei *I* und *I'* sind zwei kleine Lamellen von Messingblech, *L* und *L'*, *isolirt von der Platine* befestigt. Diese Lamellen sind bei *I* und *I'* sehr leicht drehbar gemacht dadurch, dafs zwei kleine Stückchen vom feinsten Pendelstahl an *I* und *L* resp. *I'* und *L'* angeklemmt sind. Diese feinen Stahlblättchen, deren Federkraft verschwindend klein ist, bilden die leitende Verbindung zwischen *L* und *I* resp. *L'* und *I'*. Die beiden Lamellen *L* und *L'* liegen in der Figur auf zwei Schrauben *S* und *S'*, deren Spitzen jedoch durch eingesetzte Rubinsteine von den Lamellen isolirt sind. Die Muttern dieser Schrauben sind durch Messingarme *V* und *V'* fest mit dem Hebel *TT'* verbunden. Das Pendel *GP* (an Federn aufgehängt) hat seinen Drehungspunkt bei *G*. Mit dem oberen Ende der Pendelstange ist fest verbunden ein messingener Arm, welcher an seinen Enden die Schrauben *B* und *B'* trägt. Dieselben sind an ihren Spitzen mit Contacten versehen und legen sich mit diesen gegen die an der Berührungsstelle ebenfalls mit Contacten versehenen Lamellen *L* und *L'*. Die Contacte sind, der gröfseren Dauerhaftigkeit wegen, aus den diamantharten Körnern von Osmium-Iridium geschliffen. Die Verbindung der einzelnen Theile des Apparates untereinander und mit den Polen *K* und *Z* der Batterie durch Leitungsdrähte ist aus der Figur ersichtlich.

Das Pendel wird nun mit Hülfe des elektrischen Stromes in folgender Weise in Bewegung erhalten. Ist dasselbe aus seiner Ruhelage nach links abgewichen, so legt sich die Schraube *B* mit ihrem Contacte gegen die Lamelle *L*, und der Strom circulirt in folgender Weise. Von dem Kupferpole *K* der Batterie geht er bei *H* an die Pla-

tine *MN*, und, da das Pendel bei *G* mit der letzteren in leitender Verbindung steht, so geht er über *G* und *B* nach *L'* und *I*, von *I*, welches von der Platine isolirt ist, durch einen angesetzten Leitungsdraht um den Elektromagnet *E'* und zum Zinkpole *Z* der Batterie. Der Elektromagnet *E'* wird hierdurch veranlaſst, seinen Anker *A'* anzuziehen, und der bei *F* drehbare Hebel *TT'* legt sich so; daſs er bei *T'* die Schraube *C'* berührt und bei *T* sich von der Schraube *C* entfernt. *Es muſs also auch die an TT' befestigte Schraube S sich senken*, während aus demselben Grunde die Schraube *S'* und mit ihr die aufliegende Lamelle *L'* gehoben wird. Schwingt nun das Pendel von links nach rechts und kommt in der Nähe der Mitte seines Schwingungsbogens an, so legt sich die Lamelle *L* auf die Rubinspitze der Schraube *S*, und da sie bei weiter schwingendem Pendel nicht mehr auf der Spitze der Schraube *B* liegen bleiben kann, so wird der Contact zwischen *B* und *L* unterbrochen. In diesem Augenblicke berührt die Spitze von *B'* die Lamelle *L'* und der Strom circulirt jetzt um den Elektromagnet *E*. Derselbe zieht seinen Anker *A* an und bringt dadurch den Hebel *TT'* in eine solche Lage, daſs *T* sich gegen *C* legt und *T'* sich von *C'* entfernt. Es senkt sich somit auch die mit *TT'* fest verbundene Schraube *S'* (während sich die Schraube *S* hebt und mit ihr die auffliegende Lamelle *L*). Schwingt das Pendel wieder von rechts nach links, so kommt in der Nähe der Mittellage die Lamelle *L'* wieder mit der Rubinspitze von *S'* in Verbindung, und der Contact zwischen *B'* und *L'* wird bei weiterschwingendem Pendel unterbrochen. In diesem Augenblicke wird der Contact zwischen *B* und *L* wiederhergestellt, und das Spiel beginnt von Neuem.

Wodurch wird nun die verlorene Bewegung des Pendels ersetzt? Geht die mit der Pendelstange fest verbundene Schraube *B* hinauf, so trifft sie die Lamelle *L*, welche auf der Schraube *S in deren höchster Stellung liegt*. Es ruht nämlich dann *T* gegen *C*, und *S* hat die Lamelle *L* gehoben. Geht die Schraube *B* darauf hinunter, so hat

unterdessen der Elektromagnet E' den Hebel TT' umgelegt, und es liegt die mit TT' fest verbundene Schraube S *in ihrer tiefsten Stellung*. Es wird nun die Berührung der Lamelle L und der Schraube B nicht eher aufgehoben, als bis erstere die Schraube S, d. h. *ihre eigene tiefste Stellung* erreicht. Sie liegt also beim *Hinuntergange* von B *ein wenig länger auf dieser Schraube* als beim *Hinaufgange*. Durch das Gewicht der Lamelle wird folglich der Schraube B bei ihrem Hinuntergange ein kleiner Druck ertheilt. In derselben Weise wirkt L' auf B'. Durch diesen geringen Druck, den die vielleicht $\frac{1}{2}$ Grm. schweren Lamellen L und L' auf B und B' ausüben, wird das schwere Pendel in Bewegung gehalten. Die Differenz zwischen der höchsten und tiefsten Stellung von S und S' beträgt dabei nicht $\frac{1}{2}$ Millimeter.

Bei der Bewegung des Hebels TT' wirkt keine Feder mit. Das Abreifsen des Ankers von seinen Elektromagneten wird vielmehr durch den zweiten Elektromagnet bewirkt. Aus diesem Grunde bedarf der Apparat, wenn er einmal regulirt ist, keiner weiteren Regulirung bei wechselnder Stromstärke. Da ferner weder der Strom selbst noch der von ihm erregte und mit ihm wechselnde Magnetismus die treibende Kraft ist, sondern vielmehr die auf die beiden Lamellen L und L' wirkende Gravitation, so ist der Gang des Pendels von der Stromstärke unabhängig. Das Pendel ist ferner compensirt und also von der Temperatur nicht beeinflufst. Auch schwingt dasselbe in einem hermetisch verschlossenen Raume unter constantem Luftdruck, und es kann dieser Druck durch eine Luftpumpe auf einen beliebigen Grad gebracht werden. Es sind also möglichst alle Einflüsse beseitigt, welche auf den Gang des Pendels störend einwirken könnten. Es war somit alle Aussicht vorhanden, ein Pendel von constanter Schwingungszeit zu erhalten.

Diese Aussichten haben sich jedoch nur zum Theil verwirklicht. Die darauf bezüglichen Untersuchungen sind von Hrn. Director Prof. Förster in den Astronomischen Nachrichten und in den Berichten der Berliner Sternwarte

mitgetheilt. An dieser Stelle soll nur das angeführt werden, was sich auf den elektrischen Theil des Apparates bezieht.

Zunächst ist das Pendel nicht ganz unabhängig von der Stromstärke, indem bei wachsender Stromstärke der Schwingungsbogen ein wenig zunimmt. Wahrscheinlich liegt der Grund in Folgendem: Je gröfser die Differenz ist zwischen der höchsten und tiefsten Lage der Schraube S (oder S'), desto länger währt der Druck, den die Lamelle L (oder L') auf das Pendel ausübt, und desto gröfser wird also der Schwingungsbogen. Nun aber wird, wenn beispielsweise E seinen Anker A anzieht und T gegen C sich legt, eine mit wachsender Stromstärke zunehmende *Durchbiegung* des Hebels TT' eintreten, wodurch dann zugleich eine gröfsere Differenz zwischen den beiden Lagen von S (oder S') bedingt ist. Es würde diese Abhängigkeit wegfallen, wenn die Schrauben C und C', an starken Armen befestigt, zwischen den Schenkeln der Elektromagnete E und E' direct den Druck der Anker A und A' empfingen. Dafs der angegebene Grund der richtige ist, haben Versuche an meinem unten beschriebenen Pendel mehr als wahrscheinlich gemacht.

Ein anderer Mangel liegt in dem Umstande, dafs, wie oben bemerkt, keine Feder zum Abreifsen der Anker vorhanden ist. Es giebt nämlich in der Mittellage des Pendels einen Augenblick, wo, je nach der Stellung der Schrauben B und B', der Strom entweder durch beide Elektromagnete gleichzeitig oder durch keinen derselben circulirt. In diesem Augenblicke ist die Stellung des Hebels TT', da er entweder von keinem oder beiden Elektromagneten gleichzeitig angezogen wird, keine feste, sondern eine labile; er wird nicht mehr fest gegen eine der beiden Schrauben C oder C' gedrückt. Da nun diese Schrauben die Contacte für die elektrischen Zifferblätter bilden, so wird wegen Mangels einer genügenden Stromschliefsung eine Störung in diesen Zifferblättern leicht eintreten können. Diesen Mangel hat Prof. Förster ge-

hoben durch zwei permanente Magnete, welche unter den Ankern *A* und *A'* angebracht sind. Viellleicht wäre derselbe Zweck erreicht worden dadurch, dafs man die Anker selbst von hartem Stahl genommen und magnetisirt hätte.

Eine weit wesentlichere Störung wurde, wenigstens so lange ich Gelegenheit hatte, das Pendel persönlich zu beobachten, durch die Oxydation der vier elektrischen Contacte an *B*, *B'*, *C* und *C'* hervorgerufen. Durch den in den Spiralen der Elektromagnete erzeugten Extrastrom wird nämlich bewirkt, dafs bei der Oeffnung der Contacte an der Unterbrechungsstelle ein intensiver Funke überspringt, dessen zerstörender Wirkung bis jetzt kein Metall widerstehen konnte. Die zur Paralysirung dieser Verbrennung ersonnenen Mittel mögen hier etwas eingehender besprochen werden.

§. 2. Mittel gegen die Verbrennung der Contacte.

An einer Pendeluhr, welche der bekannte Verfertiger astronomischer Uhren, Tiede in Berlin, an seinem Hause aufgehängt hatte, war zum Betriebe eines elektrischen Zifferblattes ein Quecksilbercontact angebracht, von der Form, in der er zuerst von Krille in Altona construirt wurde. Da bekanntlich das Quecksilber sehr leicht oxydirt wird, so wäre es eine Unmöglichkeit gewesen, mit Hülfe desselben ein Secunden zeigendes elektrisches Zifferblatt auf längere Zeit in geordneter Bewegung zu erhalten, wenn nicht eine besondere Vorrichtung zum Schutze des Contactes angebracht worden wäre. Tiede verfiel auf den Gedanken, mit den Contactenden die Pole eines Condensators in Verbindung zu setzen. Dieser Condensator ist von der Form, wie er jetzt allgemein an gröfseren Inductionsapparaten gebräuchlich ist. Es sollten dadurch die an der Unterbrechungsstelle sich anhäufenden Elektricitäten veranlafst werden, sich in den Platten des Condensators wechselseitig zu binden. Wurde aufserdem noch ein ganz schwacher Strom benutzt, so war Aussicht vorhanden, den Funken vollständig verschwinden zu sehen.

Diese Anordnung war in der Tbat von Erfolg gekrönt. In den Strom eines Zink-Kupfer-Elementes, welcher durch diesen Quecksilbercontact jede Secunde geschlossen wurde, war ein Relais eingeschaltet, dessen Contact ebenfalls mit einem Condensator versehen war. Durch dieses Relais wurde ein zweiter Strom geschlossen, in dessen Kreis sich ein elektrisches Zifferblatt befand. Beinahe täglich hatte ich Gelegenheit die Vorrichtung zu beobachten. Das Zifferblatt ging, ehe es abgenommen wurde, ein ganzes Jahr lang, ohne einen Fehler zu machen. Das Quecksilber des Contactes blieb immer glänzend rein.

Es ist übrigens dieses das einzige mir bekannte Beispiel, dafs ein Condensator elektrische Contacte *vollständig* vor Verbrennung bewahrt hat. Auch bei dem in §. 1 beschriebenen Pendel waren Condensatoren angebracht. Dieselben haben jedoch — wenigstens so weit meine persönliche Beobachtung reicht — nur eine Zeit lang die Contacte rein zu erhalten vermocht. Auch bei einer elektrischen Uhr auf der Sternwarte zu Münster mit Krille'schem Contacte wurde das Quecksilber trotz des Condensators von Zeit zu Zeit oxydirt gefunden. Der elektrische Funke, welcher bei mangelndem Condensator bei jeder Unterbrechung des Stromes auftritt, verschwindet zwar augenblicklich, sobald ein solcher angebracht wird, jedoch tritt von Zeit zu Zeit, vielleicht durch Restladungen des Condensators veranlafst, ein solcher Funke auf. Natürlich wird dadurch allmählich eine Oxydation des Contactes bewirkt.

Um den Elektricitäten des Extrastromes Gelegenheit zu geben, sich direct auszugleichen, wurde auf meine Veranlassung ein anderes Mittel versucht. Es wurden nämlich (Fig. 2, Taf. V) mit den beiden von der Spirale S des Elektromagnets kommenden Leitungsdrähten die Platindrähte P und P' verbunden, welche in eine mit schwach angesäuertem Wasser gefüllte Röhre W tauchten. Der Strom theilt sich dann zwischen dieser „Wasserröhre" W und der elektrischen Spirale S. Da jedoch der

Widerstand dieser Röhre gegen den der Spirale sehr grofs ist, so wird der durch die Spirale gehende Strom nur wenig geschwächt. Beim Erlöschen des Stromes in der Leitung können die entgegengesetzten Elektricitäten des Extrastromes, welcher in der Spirale *S* entsteht, sich durch die Wasserröhre *W* auf dem Wege *PP'* ausgleichen.

Beim Einschalten einer solchen Wasserröhre verschwindet der Funke an der Contactstelle ebenfalls augenblicklich, aber auch bei dieser Vorrichtung bleibt der Contact auf die Dauer nicht rein. Wahrscheinlich machen die an den Platindrähten auftretenden dünnen Schichten von Wasserstoff und Sauerstoff den Widerstand so grofs, dafs ein Durchgehen des Extrastromes unmöglich ist, oder vielmehr, dafs er den kurzen „Luftsprung" an der Contactstelle in Form eines Funkens vorzieht.

Ich versuchte darauf die Wasserröhre durch einen Widerstand anderer Art zu ersetzen. Ein langer und dünner, mit Seide besponnener Draht wurde in der Mitte zusammengebogen, und die beiden parallelen Hälften wurden dann nebeneinander auf eine Spule gewickelt. Ging durch diese „doppeltgewickelte" Spule dann ein Strom, so durchlief er je zwei nebeneinander liegende Windungen in entgegengesetzter Richtung, und die in derselben entstehenden Extraströme mufsten sich gegenseitig aufheben. Wurde diese Spirale an Stelle der Wasserröhre eingeschaltet, so war der Erfolg genau derselbe. Der Funke verschwand, aber der Contact blieb nur eine Zeit lang rein.

Später habe ich an einem kleinen Inductionsapparate, welcher keinen Condensator hatte, den Versuch gemacht, den letzteren durch eine *einfache* Leitung von grofsem Widerstande zu ersetzen. Dieselbe sollte mit den beiden Enden der primären Spirale verbunden werden. Ich nahm dazu einen Bleistift, dessen Graphitprisma diesen Widerstand bieten sollte. Da aber gleich die ersten vorläufigen Versuche ein ungünstiges Resultat gaben, so wurden die-

selben nicht weiter fortgesetzt. Als ich mir später ein elektrisches Pendel construirte, welches im folgenden §. beschrieben werden soll, wurde an demselben ein neues Mittel gegen die zerstörenden Wirkungen des Extrastromes in Anwendung gebracht. Dasselbe hatte anfangs einen fast vollständigen, später einen ganz durchschlagenden Erfolg. Das Nähere darüber im folgenden Abschnitt.

§. 3. Elektrisches Normalpendel.

Der Name „Normalpendel“ soll nicht etwa andeuten, es sey das hier zu beschreibende Pendel so gut gelungen, daſs man es zum Zwecke genauester Zeitbestimmung unbedenklich verwerthen könnte. Es soll vielmehr dieser Name gebraucht werden, um es zu unterscheiden von den weiter unten zu beschreibenden „secundären“ Pendeln, welche mit diesem „Normalpendel“ übereinstimmend schwingen müssen.

Die Oxydation der Contacte beim Tiede'schen Pendel veranlaſste mich, an einem Pendel, welches ich im Sommer des Jahres 1873 construiren wollte, die Zahl der Contacte bis auf einen einzigen zu verringern und dann nach Mitteln zu suchen, diesen einzigen Contact rein zu erhalten. Nachdem ich mich durch ein Versuchsmodell von der Ausführbarkeit überzeugt hatte, wurde der Apparat construirt. Derselbe wurde zwar später wegen wesentlicher Mängel wieder umgebaut. Nichts desto weniger habe ich denselben wegen der Uebersichtlichkeit der einzelnen Theile im Folgenden beschrieben.

An einem starken, in das Grundbrett eingelassenen Messingprisma *H* (Fig. 3, Taf. V) ist an zwei stählernen Federn das Pendel *P* aufgehängt, welches jede Schwingung in ½ Secunde macht. Durch den Zwischenraum der beiden Federn geht frei hindurch die leichte Lamelle *L*. Dieselbe ist an das auf dem Grundbrette festgeschraubte Messingstück *T* durch ein eingeklemmtes Stückchen feinsten Pendelstahls befestigt, so daſs sie einerseits mit *T*

leitend verbunden, andererseits leicht bei *J* drehbar ist. Die Pendelstange trägt bei *B* einen horizontalen Arm *BD*, durch dessen Ende eine Schraube *S* geht. Diese trägt an ihrem obern Ende eine Platinspitze und legt sich bei *M* gegen ein aufgelöthetes Platinstückchen der Lamelle *L*. Ein dreimal rechtwinklich gebogener Hebel *URVWX* ist bei *R* um eine zur Ebene der Zeichnung senkrechte Axe drehbar. Derselbe trägt den Anker *A* des Elektromagnets *E*, ist bei *V* mit einer durch die Schraube *G* regulirbaren Abreifsfeder *F* versehen und wird bei *X* von der Schraube *O* durchbohrt. Die Bewegung des Hebels ist bei *U* durch die beiden Schrauben *C* und *C'* begränzt.

Das Pendel wird in gleicher Weise wie das in §. 1 beschriebene Tiede'sche in Bewegung erhalten. Bewegt sich das Pendel nach der rechten Seite, so legt sich die Schraube *S* gegen den Contact *M* der Lamelle *L*, und der Strom circulirt in folgender Weise. Von dem Kupferpole *K* der Batterie geht er über *H* durch die Aufhängungsfedern des Pendels, den Arm *BD*, die Schraube *S*, den Contact *M*, die Lamelle *L* nach *T*, von dort durch die Spirale des Elektromagnetes *E*, sowie durch die Spiralen *Y* der etwa eingeschalteten „secundären" Uhren [1]) und kommt über *G* zum Zinkpole *Z* der Batterie zurück. In Folge dessen wird der Anker *A* durch den Elektromagnet *E* angezogen, und der um *R* drehbare Hebel *URVWX*, welcher bei geöffnetem Stromkreise durch die Spiralfeder *F* bei *U* gegen *C* gedrückt wurde, legt sich an dieser Stelle gegen die Schraube *C'*. Es mufs sich also das Ende *X* mit seiner Schraube *O* nach unten bewegen. Wenn nun das Pendel sich von rechts nach links bewegt, so wird die durch *S* gehobene Lamelle *L* sich immer mehr der Schraube *O* nähern. Wenn sie dieselbe erreicht, so wird, weil das Pendel weiterschwingt, der Contact bei *M* geöffnet. Der Elektromagnet hört auf,

1) Sind keine secundären Uhren eingeschaltet, so geht der Strom durch einen in der Figur durch Punkte angedeuteten Verbindungsdraht von *E* nach *G*.

den Hebelarm *RU* anzuziehen, und die Feder vermag nun den unteren Hebelarm *RVWX* mit der Schraube *O* und der Lamelle *L* zu heben. Es liegt also auch hier, wie bei dem Tiede'schen Pendel, die Lamelle *L* beim Hinabgehen der Schraube *S*, ein wenig länger auf derselben als beim Hinaufgehen, und der in Folge dessen auf *S* ausgeübte geringe Druck genügt, um das Pendel in Bewegung zu setzen.

Bei dem vorläufigen Versuchsmodell wurde der Contact zwischen *S* und *L* ohne Vermittelung eines edlen Metalles einfach durch Messing hergestellt. Wie zu erwarten war, wurden die sich berührenden Metalltheile durch Oxydation schon nach kurzer Zeit zur Leitung des Stromes unfähig, und das Pendel blieb stehen. Trotzdem wurde die Anfertigung des definitiven Apparates in Angriff genommen. An diesem sollten die Contactenden von Platin gemacht werden. Noch ehe dasselbe fertig war, versuchte ich es, in einer von meinen bisherigen Versuchen ganz abweichenden Weise, die zerstörenden Wirkungen des Extrastromes zu paralisiren. Die bisherigen Versuche hatten, wie mir schien, deſshalb einen ungünstigen Erfolg gehabt, weil der Weg, den die Elektricitäten des Extrastromes zu ihrer Ausgleichung nehmen muſsten, einen zu groſsen Widerstand bot. Ich versuchte deſshalb in dem Augenblicke, in welchem der Strom bei *M* unterbrochen wird, einen neuen Contact herzustellen, so zwar, daſs bei Schlieſsung desselben die Spiralen der in den Strom eingeschalteten Elektromagnete einen in sich vollständig geschlossenen metallischen Kreis bildeten. Es leuchtet ein, daſs in diesem geschlossenen Kreise der Extrastrom verschwinden muſs, und daſs ferner, da der Contact keinen nennenswerthen Widerstand biëtet, ein Ueberspringen des Funkens an der Unterbrechungsstelle verhindert wird.

Von vorn herein lag es nahe, zur Herstellung dieses Contactes, den ich als den „*Extrastromcontact*" bezeichnen möchte, die Berührungsstelle der Schraube *O* und der Lamelle *L* bei *N* zu benutzen. An dem schon genannten Versuchsmodelle wurde der von dem Elektromagnete *E*

kommende Draht, wie schon in der Zeichnung Fig. 3, Taf. V angedeutet ist, mit *G* metallisch verbunden und von *G* weiter nach *Z* geführt. Die Wirkung dieser Verbindung ist nun folgende: In dem Augenblicke, wo sich die Lamelle *L* auf *O* legt, wird der „*Stromcontact*“ bei *M* geöffnet. In demselben Augenblicke wird durch Berührung zwischen *L* und *O* der „*Extrastromcontact*“ bei *N* geschlossen. Die Spirale *E*, sowie die Spiralen *Y* sämmtlicher in den Strom eingeschalteten Elektromagnete, bilden einen geschlossenen metallischen Kreis. Die Elektricitäten des Extrastromes gleichen sich also aus auf dem Wege *G* durch die Feder *F* nach *V*, *W*, *O*, *N*, *I*, *T* über *E* und *Y* wieder nach *G*.

Als die genannte Verbindung an dem Hülfsmodelle hergestellt war, verschwand alsbald der Funken bei *M*. Um die Wirkung dieser Verbindung besser verfolgen zu können, wurden die (messingenen) Contactstellen frisch gereinigt und das Pendel in Gang gesetzt. Anstatt wie früher nach einigen Stunden seine Thätigkeit einzustellen, ging es jetzt ohne Unterbrechung mehrere Tage. Jedoch wurden beide Contactstellen bei *M* und *N* allmählich oxydirt, und nach einigen Tagen kamen Fehler vor, welche einen mangelhaften Contact bei *M* audeuteten. Diese Oxydation der Contacte ist jedoch leicht zu erklären. Da sich in einem bewohnten Zimmer überall Wasserdämpfe niederschlagen, also auch bei *M* und *N*, so bildet sich an diesen Contactstellen eine dünne Wasserschicht, welche bei *M* durch den primären Strom, bei *N* durch den Extrastrom zersetzt wird. Wahrscheinlich hat auch der primäre Strom an der Zersetzung bei *N* seinen Antheil. Sind nämlich vor der Unterbrechung des Stromcontactes bei *M* die beiden Contacte *M* und *N* auch nur auf einen Augenblick *gleichzeitig* geschlossen (wie es factisch der Fall ist), so circulirt der Strom über *H*, *B*, *D*, *M*, *N*, *O*, *W*, *V*, *F*, *G* nach *Z*. Voraussichtlich mufsten Platincontacte die Oxydirung verhindern.

An dem unterdessen beinahe fertig gestellten definiti-

ven Apparate wurden deſshalb bei *M* und *N* Platincontacte angebracht. Dieselben hielten sich, wie es schien, vortrefflich, indem das Pendel ohne Störung mehrere Monate hindurch im Gange blieb. Inzwischen waren zwei secundäre Uhren in den Strom eingeschaltet, so daſs derselbe drei Elektromagnete enthielt. Wurde die Verbindung des Drahtes mit *G* unterbrochen, wodurch der Extrastromcontact auſser Wirksamkeit kam, so sprangen bei *M* lebhafte Funken über. Auch eine physiologische Wirkung des Extrastromes war deutlich merkbar, wenn man zwei Finger an die entsprechenden Drähte legte. Wurde dann die Verbindung bei *G* wieder hergestellt, so waren damit die Funken verschwunden, und nicht die geringste physiologische Wirkung war zu verspüren.

Obgleich wie schon bemerkt, die Contacte sich mehrere Monate hielten, ohne einer Reinigung zu bedürfen, so war doch allmählig eine *schwache* Oxydation der ursprünglich ganz blanken Platinstückchen eingetreten. Der Grund wurde natürlich in der nicht vollständig aufgehobenen Wirkung des Extrastromes gesucht. Es trat auch in der That von Zeit zu Zeit ein schwacher Funke bald bei *M*, bald bei *N* auf. Zuerst sah ich einen solchen, als ich eines Abends bei eintretender Dunkelheit zufällig meinen Blick auf das Pendel richtete. Seit jener Zeit habe ich denselben häufiger im Dunkeln beobachtet. Bei hellem Tageslicht waren die schwachen Funken nicht zu bemerken. Den Grund für das Erscheinen derselben erkannte ich bald in der mangelhaften Construction des Apparates. Einmal war nämlich die Verbindung zwischen dem an *G* geleiteten Drahte und der Schraube *O* keine sichere, weil die Spiralfeder *F* an *G* und *RV* nur durch Haken befestigt war, dann aber auch wurde das freie Ende *X* des langen Hebelarmes *RVWX* bei jedem Anschlage des Endes *U* an *C* in vibrirende Bewegung versetzt. Dieser letztere Umstand hatte zur Folge, daſs die Verbindung zwischen *O* und *N* keine beständige war, weil durch die Vibration die Schraube *O* leicht von *N* entfernt

werden konnte. Da sich aufserdem noch andere Mängel in den Details der Construction zeigten, so beschlofs ich, den Apparat ganz umzubauen.

Der neue Apparat ist in Fig. 4, Taf. V abgebildet. In demselben ist der lange Hebel *URVWX* (Fig. 3) des alten Apparates ersetzt durch den geraden einarmigen Hebel *IU* (Fig. 4). Derselbe ist vermittelst einer Feder *I* aus dünnem, sehr hart geschlagenem Messingblech zwischen die beiden Hälften des Messingprismas *R* eingeklemmt. Diese Feder vertritt erstens die Drehungsaxe des Hebels *IU* und liefert zweitens durch ihre Spannung die Kraft, welche den an *IU* befestigten Anker *A* von seinem Elektromagnete *E* abreifst. Um der Feder *I* die dazu nöthige Spannung zu geben, ist das Messingprisma *R* um eine Axe senkrecht zur Ebene der Zeichnung drehbar, und seine Drehung geschieht vermittelst des Armes *R'* und der Schraube *Q*. Das Ende *U* des Hebels *IU* ist in seiner Bewegung begränzt durch die beiden Schrauben *C* und *C'*, und da der Extrastromcontact *N* in der Nähe der Schraube *C* angebracht ist, so kann er nicht mehr in vibrirende Bewegung gerathen. Die beiden Schrauben *C* und *C'* haben ihre Muttern in einem sehr soliden Messingstück. Ihr Abstand kann sich defshalb nicht mehr in Folge der Durchbiegungen ändern, wie es bei dem frühern Apparate der Fall war. Der Hebel *IU* geht, ebenso wie die Lamelle *L* frei durch den Zwischenraum der Aufhängungsfedern des Pendels *P* hindurch. Der Stromcontact wird gebildet durch die Schraube *S*, welche durch eine hinlänglich weite Oeffnung des Hebels *IU* frei hindurch geht, und durch ein Platinstück *M*, der Extrastromcontact durch einen mit *IU* fest vernieteten Platinstift und ein an *L* befestigtes Platinstück *N*. Der Elektromagnet *E* ist auf einem Schlitten befestigt und läfst sich durch eine Schraube *F'* seinem Anker *A* beliebig nähern. Der etwas schief abgefeilte Anker sitzt nicht fest auf *IU*, sondern auf einer darunter liegenden starken Messingfeder, welche an der rechten Seite mit *IU* ver-

nietet ist. Auf der linken Seite legt sich diese Feder gegen eine bei *I* befindliche Schraube, durch deren Hülfe sich der Anker den Polflächen des Elektromagnets parallel stellen läfst. Die übrigen Theile des Apparates bedürfen keiner weiteren Erklärung.

Bei diesem Apparate, der jetzt, kurze Unterbrechungen abgerechnet, ungefähr 1½ Jahre in Thätigkeit ist, bleiben die Contacte *vollständig rein*, und es ist selbst durch die Lupe keine Spur von Oxydation zu bemerken. Einen Funken habe ich, trotz wiederholter Aufmerksamkeit im Dunkeln, weder bei *M* noch bei *N* je gesehen. Der Stromcontact hat, so lange die Batterie in Ordnung war, nie versagt. Die Abnutzungen, welche die Contacte noch zeigen, sind rein mechanischer Natur, veranlafst durch das gegenseitige Reiben der beiden Theile, die sich ja nicht um denselben Mittelpunkt drehen. Jedenfalls können noch mehrere Jahre benutzt werden, ehe sie erneuert werden brauchen. Wahrscheinlich würden hier harte Metalle, wie das von Tiede benutzte Iridium gar keine Abnutzung zeigen. Der Zweck, den Contact *M* vor Oxydation zu schützen, darf also wohl als erreicht betrachtet werden.

Ein solcher Extrastromcontact kann überall da angewendet werden, wo es wünschenswerth ist, einen Stromcontact zu schonen. Soll z. B. (Fig. 5, Taf. V) der Stromcontact *M* geschützt werden, so darf man die Unterbrechung nicht dadurch herstellen, dafs man den bei *A* drehbaren Hebel direct aufhebt. Dieses Aufheben mufs vielmehr durch einen bei *B* drehbaren zweiten Hebel bewirkt werden, welcher bei *B* den Extrastromcontact bildet. Ist dann der Leitungsdraht in der angegebenen Weise mit *B* verbunden, so gleichen sich die Elektricitäten des Extrastromes über *A*, *N*, *C*, *B* aus. In dieser Weise könnte man bei den gewöhnlichen elektrischen Uhren, bei denen der Strom alle Minuten geschlossen wird, den Contact an der Normaluhr einrichten. Es müfste dann der Hebel *BC* durch die Uhr gehoben werden.

Wahrscheinlich wird auch an den Inductionsapparaten

der Extrastromcontact einen vollständigen Ersatz für den Condensator bilden. Doch hatte ich keine Gelegenheit, hierüber Versuche anzustellen.

Da man in neuerer Zeit bei den Uhren der Sternwarten dem Krille'schen Contacte vor andern den Vorzug zu geben scheint, weil er der Pendelbewegung ein möglichst geringes Hindernifs entgegensetzt, so möge hier erwähnt werden, dafs auch bei diesem die Einrichtung des Extrastromcontactes möglich ist, dadurch nämlich, dafs man zwischen die beiden Quecksilbergefäfse noch ein drittes einschaltet, welches nach den beiden äufseren hin horizontale, durchbohrte Spitzen hat. Fig. 8, Taf. V giebt einen Querschnitt durch die drei Gefäfse, dessen Ebene durch die horizontalen einander gegenüberstehenden Ausflufsöffnungen geht. Durch die Lücken zwischen *A* und *B*, sowie zwischen *B* und *C*, schwingen Glimmerblätter. Diese sind so angebracht, dafs die *untere* Kante des zwischen *A* und *B* schwingenden und die *obere* Kante des zwischen *B* und *C* schwingenden in einer horizontalen Ebene liegen. Dann wird in dem Augenblicke, wo durch Abschneiden des Quecksilberfadens zwischen *B* und *A* der Stromcontact geöffnet wird, der Extrastromcontact zwischen *B* und *C* hergestellt, so dafs der in *Y* entstehende Extrastrom über *B* und *C* verschwinden kann.

Es möge an dieser Stelle noch erwähnt werden, in welcher Weise ein einfacher Stromcontact mit den elektrischen Spiralen so verbunden werden kann, dafs er gleichzeitig die Stelle eines Extrastromcontactes vertritt. Die Anordnung ist aus Fig. 6, Taf. V ersichtlich. Ist der Contact bei *M* geöffnet, so geht der elektrische Strom durch die Spirale *Y*. Wird er geschlossen, so theilt sich der Strom zwischen *Y* und *MA*, und da der Widerstand zwischen *M* und *A* gegen den der Spirale *Y* als verschwindend klein zu betrachten ist, so geht (fast) der ganze Strom durch *MA*, und *Y* verliert seinen Magnetismus. Der dabei auftretende Extrastrom verschwindet auf dem Wege *BMA*. Da eine Unterbrechungsstelle hier nicht

vorhanden ist, so kann auch kein Funke auftreten. Diese Einrichtung habe ich bisher nicht durch Versuche geprüft. Man wird dieselbe aber auch in der Praxis darum nicht leicht verwenden, weil die Batterie unnützer Weise bedeutend in Anspruch genommen wird. Dieselbe ist nämlich immer geschlossen, einmal mit gröfserem Widerstande durch die Spirale *Y*, das andere Mal mit kleinem Widerstande über *BMA*, und diese Schliefsung ist für die verlangte Arbeit vollständig verloren. Doch wird diese Verbindungsweise sich eignen für solche Contacte, welche wie z. B. an Registrirapparaten nur auf kurze Zeit benutzt werden. Bringt man dann zwischen *K* und *B* oder *Z* und *A* eine Unterbrechungsvorrichtung an, so wird die Batterie nur während der kurzen Zeit des Registrirens selbst in Anspruch genommen.

Was nun die Frage angeht, ob das Pendel einen regelmäfsigen Gang habe, und ob es sich für genaue Zeitmessungen z. B. auf Sternwarten eigne, so kann ich dieselbe bis jetzt noch nicht günstig beantworten. Anfangs zeigte sich eine nicht unbedeutende Abhängigkeit des Schwingungsbogens von der Temperatur. Ein solcher Einflufs hat sich auch, wenn ich mich recht erinnere, früher an dem Tiede'schen Pendel gezeigt, und es wurde dieselbe wohl mit Recht von Prof. Förster dem Umstande zugeschrieben, dafs die Aufhängungsfedern sich erst mit der Zeit der Pendelbewegung vollständig anbequemen. Auch an meinem Pendel hat sich in der letzten Zeit diese Abhängigkeit nicht in auffallender Weise bemerkbar gemacht. Die Aufhängefedern sind provisorisch aus der dünnen Triebfeder einer kleinen Cylinder-Taschenuhr gemacht und harren noch immer der Ersetzung durch solche aus ganz feinem Pendelstahl. Letztere dürften ein weit besseres Ergebnifs liefern.

Weiterhin zeigt sich eine geringe Abhängigkeit des Schwingungsbogens von der *Stromstärke*, wenigstens bei *bedeutenden* Schwankungen derselben. Ich habe *absichtlich* solche dadurch hervorgerufen, dafs ich bei der Bat-

terie den verbrauchten Kupfervitriol nicht ersetzte. Eine Abnahme der Stromstärke verräth sich schon dem Gehöre, indem der Anschlag bei *C* und *C'* (Fig. 4, Taf. V) verschiedene Stärke hat. Nimmt nun der Strom ab, so ist die Feder I eher im Stande, den durch die Spirale *E* hervorgerufenen resp. den im Eisenkerne remanirenden Magnetismus zu überwinden, die Lamelle *L* wird früher abgehoben und der Schwingungsbogen in Folge dessen kleiner. Hauptsächlich scheint mir jedoch ein anderer Umstand einzuwirken. Je stärker der durch *E* hervorgerufene Magnetismus ist, desto mehr wird durch Anziehung des Ankers *A* der Hebel *IU* durchgebogen, und da ein Theil dieser Durchbiegung sich auch noch in der Amplitude zeigt, welche der Bewegung des Punktes *O* entspricht, so mufs eine Vergröfserung der Stromstärke eine Zunahme des Schwingungsbogens zur Folge haben. Eine der nächsten Verbesserungen, welche ich an dem Apparate anzubringen gedenke, wird deshalb die seyn, dafs ich den Hebel *IU* durch einen stärkeren ersetze und die Schraube *C'* unmittelbar unter *O* anbringe. Der letztere Umstand wirkt auch bei dem Tiede'schen Pendel ein, während der erstere wegfällt, da keine Abreifsfedern vorhanden sind.

§. 4. Secundäre elektrische Uhren.

Bei der im Folgenden beschriebenen Construction *secundärer Uhren*, d. h. solcher Uhren, welche in ihrem Gange vollständig mit einer Normaluhr übereinstimmen müssen, ging ich noch von der Ansicht aus, dafs es mir nicht gelingen würde, einen nicht sich oxydirenden Contact an der Normaluhr herzustellen. Die secundären elektrischen Uhren sollten deshalb so eingerichtet werden, dafs das Ausbleiben eines einzelnen der sie treibenden Stromimpulse keinen Einflufs auf ihren Gang hätte.

Die erste Idee dazu wurde in mir angeregt durch eine gelegentliche Aeufserung des Hrn. Prof. Förster, welcher bemerkte, es müsse möglich seyn, durch regelmä-

ſsige, alle Secunden eintretende Stromimpulse eine gewöhnliche Pendeluhr mit einer Normaluhr in Uebereinstimmung zu bringen. Selbstverständlich würde eine solche Uhr auch dann noch ruhig weiter gehen, wenn einzelne Stromimpulse ausblieben. Eine solche Pendeluhr, welche jedoch ohne Gewicht oder Federkraft lediglich durch den elektrischen Strom in Bewegung erhalten wird, ist im Folgenden beschrieben und in Fig. 7, Taf. V schematisch abgebildet.

Ein gewöhnliches Pendel (in dem ausgeführten Exemplare von Holz mit schwerer Linse) ist bei *H* an zwei Federn aufgehängt. Bei *B* trägt dasselbe einen horizontalen Arm *BD*, an dessen Ende die Schraube *S* durch ihre Mutter *D* hindurchgeht. Diese Schraube ist an ihrem oberen Ende mit einer einen Millimeter tiefen axialen Bohrung versehen. Um den Punkt *R*, drehbar in der Ebene der Zeichnung, bewegt sich ein Hebel *AN*, welcher bei *A* den Anker des Elektromagnets *Y* trägt. Dieser letztere ist auf einem Schlitten befestigt und läſst sich durch eine Schraube *I* gegen seinen Anker verstellen. Die Bewegung des Hebels *RN* ist nach Unten hin begränzt durch eine Schraube *L*. An seinem rechten Ende trägt er einen um *N* leicht drehbaren Hebel *CN*. Dieser hat bei *C* einen Sperrhaken und legt sich mit diesem durch sein eigenes Gewicht in die Zähne des Secundenrades *L'*. Ein Winkelhebel *KFE*, bei *F* leicht drehbar, wird gleichfalls durch das Gewicht *K* in die Zähne des Secundenrades gedrückt. Derselbe verhindert den Rückgang des Rades. Bei *M* ist der Hebel *RN* durchbohrt, und durch die Oeffnung kann sich mit verschwindender Reibung das dünner gedrehte Ende eines stählernen Stiftes *G* bewegen, während der dickere Theil dieses Stiftes nicht durch die bei bei *M* befindliche Oeffnung hindurchgeht. Dieser Stift *G* ist bei *G'* noch einmal besonders abgebildet. Derselbe ruht mit seinem unteren dünnen Ende in der axialen Bohrung der Schraube *S*.

Es möge nach Erklärung der Figur gestattet seyn, die

Entstehung der einzelnen Theile des Apparates näher zu beschreiben. Die Nothwendigkeit der einzelnen Theile wird dadurch besser verständlich.

Um die Ausführbarkeit der Idee zu prüfen, war ursprünglich nichts weiter vorhanden als das Pendel, der Arm *RN* mit dem Anker *A* und der Elektromagnet *Y*. Das Pendel trug den Arm *BD* ohne die Schraube *S*, und die Verbindung zwischen *M* und *D* bildete ein an beiden Enden conisch zugefeilter Stift, welcher in Vertiefungen bei *M* und *D* paſste. Wurde nun der Elektromagnet *Y* in den Stromkreis eingeschaltet (wie die Verbindung zwischen Figur 4 und 7, Taf. V zeigt), so übte *RN* auf *D* einen intermittirenden Druck aus, weil nach jeder Secunde der Anker *A* von *Y* angezogen wurde. Da das Pendel mit dem der Normaluhr nahezu gleiche Schwingungsdauer hatte, so addirten sich die Wirkungen der einzelnen Impulse, und das Pendel nahm in kurzer Zeit einen bedeutenden Schwingungsbogen an. Nicht lange dauerte es jedoch, so begannen die Schwingungen allmählich abzunehmen, das Pendel kam „aus dem Tacte" und stand bald darauf still. Dann wiederholte sich der geschilderte Vorgang. Durch Veränderung der Pendellänge gelang es mir, die beiden Pendel in fortwährender Uebereinstimmung zu erhalten.

Es wurde nun das Secundenrad mit den beiden Hebeln *CN* und *KFE* angebracht. Bei jeder Schwingung des Pendels nach links zieht der Haken *C* das Rad um einen Zahn weiter. Bei der Schwingung nach Rechts läſst sich *C* in die folgende Zahnlücke, während *E* den Rückgang des Rades hindert. Bei dieser Einrichtung, wo also die Schraube *L* noch fehlte, blieb der Apparat mehrere Monate in Thätigkeit.

Es zeigten sich jedoch einige wesentliche Mängel. Der Schwingungsbogen änderte sich nämlich fortwährend, auch bei geringen Stromschwankungen. Hatte er ein gewisses Maximum erreicht, so kam der Anker zu nahe in den Bereich des Elektromagnets, und die Einwirkung

des letzteren wurde so stark, dafs der Anker auf die Pole aufschlug und der *M* und *D* verbindende Stift herausfiel. Um dies zu verhindern, wurde die Schraube *L* angebracht, welche dann anstatt des ursprünglichen Stiftes den bei *G'* gezeichneten verlangte. Durch diese Einrichtung wurde zugleich noch einem anderen Uebelstande gesteuert. Der Haken *C* zog nämlich den jedesmal gefafsten Zahn des Secundenrades weiter als es nöthig gewesen wäre, um den Sperrhaken *E* in die nächste Zahnlücke fallen zu lassen, und es wurde in Folge dessen bei dem Zurückgange des Pendels eine zurückgehende Bewegung des Zeigers hervorgerufen. Ja es kam sogar bei stärkeren Stromschwankungen vor, dafs wegen der damit zusammenhängenden Zunahme des Schwingungsbogens zwei Zähne zugleich sich an dem Sperrhaken vorbei bewegten.

Die Schraube *L* erlaubt nun, die Bewegung des Hakens *C* so zu reguliren, dafs gerade ein Zahn des Secundenrades an dem Sperrhaken *E* vorbeigleitet.

In dieser Weise ist das Pendel schon seit ungefähr $1\frac{1}{2}$ Jahren mit dem Normalpendel verbunden, und seine Uebereinstimmung mit demselben ist *bei guter Regulirung* eine vollkommene. Auch bei stärkeren Stromschwankungen, wie sie bei absichtlicher Vernachlässigung der Batterie sich einstellten, wurde dieselbe nicht gestört. Freilich ist diese Regulirung schwer zu erreichen. Es fehlt nämlich an sicheren Kennzeichen, um zu entscheiden, ob das Pendel verkürzt oder verlängert werden müsse, damit sein Gang mit dem des Normalpendels übereinstimme. Das Pendel schwingt unter dem Einflusse zweier Kräfte, der Gravitation und der anziehenden Kraft des Elektromagnetes. Diese letztere aber variirt mit der Stromstärke, und kann mit der ersteren überhaupt nicht ohne Weiteres verglichen werden. Nicht selten habe ich tagelang reguliren müssen, weil die Uebereinstimmung zwar eine Zeit lang vorhanden war, bei einer geringen Stromschwankung aber wieder verloren ging. Es handelte sich jedoch dabei nicht um eine kleine Veränderung der Pendellänge,

sondern um eine solche von mehreren Umdrehungen der Correctionsschraube. Ist der Fehler in der Pendellänge unbedeutender, so vermag das Normalpendel das secundäre mit sich in vollständiger Uebereinstimmung zu halten. Es folgt daraus, dafs Veränderungen in der Länge des Normalpendels auch die gleiche Aenderung in der Schwingungszeit der secundären Pendel ohne weitere Correction derselben bewirken; und zwar sogar dann noch, wenn diese Abänderungen, wie der Versuch zeigt, eine Differenz von 1 bis 2 Minuten im täglichen Gange bewirken.

Ein Räderwerk, welches in Bewegung des Secundenrades auf einen Minuten- und Stundenzeiger hätte übertragen können, ist an diesem Apparate nicht angebracht worden, einerseits weil mir ein passendes nicht zu Gebote stand, andererseits, weil eine andere Einrichtung mehr Erfolg versprach.

Durch Einführung elektrischer Uhren nämlich, wenigstens so weit dies auf Sternwarten geschieht, verfolgt man weniger den Zweck, das Aufziehen zu ersparen, als den, eine vollständige Uebereinstimmung anderer Uhren mit einer Normaluhr hervorzubringen. Es kann daher die Bewegung des Zeigerwerkes der Wirkung eines Gewichtes überlassen bleiben. Wird dann das Pendel der Einwirkung des Gewichtes entzogen, und die Bewegung desselben lediglich dem elektrischen Strom in der zuletzt beschriebenen Weise anheimgegeben, so läfst sich eine solche Uebereinstimmung erzielen.

Um die Ausführbarkeit der Idee zu prüfen, wurde an einem alten Uhrwerke mit Federkraft, das Echappement geändert, so dafs die schiefen Flächen des Ankers, auf welche die Zähne des Echappementsrades ihre Bewegung übertrugen, wegfielen. Sonst blieb an der Uhr Alles unverändert. Das Pendel wurde durch die zuletzt beschriebene, und in der Fig. 7, Taf. V abgebildete Vorrichtung (bei der natürlich alles über *RN* Befindliche wegfällt) mit dem Normalpendel in Verbindung gesetzt. Da die Einrichtung sich bewährte, so übertrug ich sie auf eine

Pendule mit Schlagwerk, welche zufällig ein Halbsecundenpendel hatte. Hier hat sie zu meiner vollen Zufriedenheit fungirt. Sie geht schon seit langer Zeit in voller Uebereinstimmung mit dem Normalpendel, obgleich ihre Aufstellung auf einem Schreibtische keine feste ist, und die Erschütterungen des Fuſsbodens sich auf dieselbe übertragen. Bei dieser Uhr gelingt mir die Regulirung viel leichter, und dieſs wohl deſshalb, weil das Pendel keine besondere Arbeit zu verrichten hat. Bei der ersten Regulirung muſste das bis dahin richtig schwingende Pendel beinahe um ein Centimeter verlängert werden. Eine dauernde Uebereinstimmung ist übrigens merkwürdiger Weise (wie auch bei dem Apparat Fig. 7, Taf. V) nur dadurch zu erzielen, daſs man durch die Schraube *L* (Fig. 7) erst dann die Einwirkung des Elektromagnets auf das Pendel hemmt, wenn dasselbe über die Mitte seines Schwingungsbogens nach links hinausgegangen ist.

Bei der zuletzt beschriebenen Einrichtung bringt das Auffallen des Hebels *RN*. auf die Schraube *L* einen lauten Schlag hervor, welcher für den astronomischen Beobachter sehr lästig ist, da er nicht mit dem Schlage der Zähne des Echappementsrades gegen den Anker zusammenfällt. Um diesen Uebelstand zu heben, habe ich an *RN* bei *L* ein Stückchen Leder angebracht. In Folge dessen hört man nichts mehr als die gewöhnlichen Schläge der Uhr.

Wenn auch die Resultate der beschriebenen Versuche nicht allseitig befriedigen, so dürften dieselben doch zur Genüge gezeigt haben, daſs es möglich ist, zwei Pendel in vollständige und dauernde Uebereinstimmung zu bringen. Dabei darf ich jedoch nicht verhehlen, daſs die Art und Weise wie diese Uebereinstimmung *erhalten*, d. h. wie das zurückbleibende Pendel in ein rascheres, das voreilende in ein langsameres Tempo gebracht wird, mir noch nicht zu vollständiger Klarheit gekommen ist. Der Grund dafür liegt hauptsächlich darin, daſs es schwer wird, zu entscheiden, bei welcher Lage des Pendels der Elektromagnet *anfängt* seine Wirksamkeit zu äuſsern. *Factisch*

ist aber ein solcher regulirender Zwang des Normalpendels vorhanden. Wird nämlich die Uebereinstimmung der Pendel absichtlich gestört, so dauert es nur kurze Zeit, bei guter Regulirung des secundären Pendels kaum eine Minute, bis die Harmonie wieder vollständig hergestellt ist.

Es wurde schon bemerkt, daſs die anfängliche Regulirung der secundären Pendel mühsam ist. Ich glaube jedoch jetzt ein Mittel gefunden zu haben, sowohl diese anfängliche Regulirung zu erleichtern, als auch die secundären Uhren von der Stromstärke unabhängig zu machen. Dieses Mittel soll darin bestehen, daſs (wie in Fig. 4, Taf. V) der Elektromagnet keinen directen Einfluſs auf den Gang des Pendels ausübt, sondern bloſs dazu verwandt wird, eine Lamelle, die durch ihr Gewicht auf das Pendel einwirkt, zu heben. Versieht man diese Lamelle mit einem Contacte, so kann es durch passende Drahtverbindung ermöglicht werden, das Pendel zunächst unabhängig von der Normaluhr für sich zu reguliren und erst, wenn dies geschehen, es mit der Normaluhr zu verbinden.

Schlieſslich verdient noch erwähnt zu werden, daſs diese Einrichtung nur eine sehr kleine Batterie erfordert. Durch zwei Kupferelemente der primitivsten Art wird das Normalpendel mit zwei (zeitweilig drei) secundären Uhren in Bewegung erhalten, und ich bin überzeugt, daſs die Anzahl der letzteren sich bis auf vier wird vermehren lassen, ohne daſs es einer Vergröſserung der Batterie bedarf. Es hat sogar eine Zeitlang ein einziges Element den Dienst versehen, und es ist nur aus dem Grunde ein zweites hinzugefügt worden, weil bei einer der secundären Uhren der Elektromagnet nicht besonders gut construirt ist und deſshalb einen stärkeren Strom verlangt. Aus diesem Grunde kamen denn auch bei dieser Uhr, so lange nur ein Element wirkte, leicht Fehler vor, während das Normalpendel und die anderen secundären Uhren keine gröſsere elektrische Kraft erforderten.

Nachschrift. Während des Druckes erhielt ich durch Vermittelung des Herrn Director Schellen ein Schriftchen von Bröcking in Hamburg, welches die mir bis dahin unbekannten Versuche von Jones über Uhren mit gleichschwingenden Pendeln bespricht. Die in demselben beschriebene Vorrichtung ist von der im Vorstehenden angeführten im Principe wesentlich verschieden. Es übt nämlich der elektrische Strom nur dann einen Einfluſs auf den Gang des Pendels einer gewöhnlichen Pendeluhr, wenn dieselbe beginnt gegen das der Normaluhr vorzueilen oder zurückzubleiben. Im ersten Falle tritt er hemmend, im zweiten beschleunigend auf. Da es bei dem in Fig. 7, Taf. V abgebildeten Pendel möglich war, ohne irgend eine Aenderung in der Construction des Apparates das Jones'sche Princip in Anwendung zu bringen, so versuchte ich mich von der Zweckmäſsigkeit desselben zu überzeugen. Zu dem Zwecke wurde zunächst die elektrische Verbindung des Pendels mit der Normaluhr unterbrochen und ersteres soweit verkürzt, daſs es möglichst gleiche Schwingungsdauer mit der letzteren hatte. Nach Wiederherstellung der Stromverbindung wurde es angestoſsen, jedoch so, daſs es nach links schwang, während das Normalpendel sich nach rechts bewegte. Es können nun drei verschiedene Bedingungen erfüllt seyn.

1) Das nach links schwingende Pendel und das nach rechts schwingende Normalpendel erreichen gleichzeitig die Mitte des Schwingungsbogens. Während der nächsten halben Secunde ist jetzt der Strom geschlossen und macht Y (Fig. 7, Taf. V) magnetisch. In der ersten Hälfte dieser Zeit wirkt der Elektromagnet auf das Pendel beschleunigend, während der zweiten Hälfte um eben soviel verzögernd. Die Gesammtwirkung hebt sich also auf.

2) Das secundäre Pendel hat die Tendenz zurückzubleiben und kommt deſshalb eine sehr kleine Zeit später als das Normalpendel in der Mitte seines Schwingungsbogens an. Dann dauert also die beschleunigende Kraft des Magnets ebenso viel länger als $\frac{1}{4}$ Secunde, und die

verzögernde nimmt um eben soviel ab. Es ist also ein Ueberschufs der beschleunigenden Kraft über die verzögernde vorhanden. Das Pendel wird gezwungen rascher zu gehen.

3) Das Pendel hat die Tendenz vorzueilen, kommt also früher in der Mitte seines Schwingungsbogens an als das Normalpendel. Die Zeit also, während welcher die elektrische Kraft beschleunigend wirkt, ist kürzer als die Zeit, in der sie verzögert. Die verzögernde Kraft überwiegt die beschleunigende Kraft und hält das voreilende Pendel auf.

Der Fall 1) setzt ein Pendel voraus, dessen verlorene Bewegung durch eine andere Kraft als die regulirende elektrische ersetzt wird. Da dies bei meinem Pendel nicht der Fall ist, so mufs dasselbe, wenn seine verlorene Kraft ersetzt werden soll, ein wenig retardirend bleiben. In der That ist jedoch die Differenz zwischen den Schlägen des Normal- und des secundären Pendels kaum so grofs, dafs dieselbe mit dem Ohre wahrnehmbar ist.

Das Pendel geht seit ungefähr acht Tagen, so weit sich beobachten liefs, leidlich gut. Weitere Versuche habe ich natürlich in dieser kurzen Zeit mit demselben nicht machen können.

Uebrigens ist der Apparat von Jones in der Construction bedeutend verschieden von dem in Fig. 7, Taf. V abgebildeten Pendel. Die Einwirkung des Stromes geschieht bei demselben dadurch, dafs an der Pendelstange sich eine elektrische Spirale befindet, in deren Höhlung ein am Uhrgehäuse befestigter Magnetstab hineinragt.

IV. *Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeaequivalentes; von J. Puluj,*

Assistenten an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Aus d. Berichten d. Wien. Akad. Bd. LXXI vom Hrn. Verf. übersandt.)

In vorliegender Abhandlung wird die Beschreibung und Theorie eines Apparates von sehr einfacher Construction mitgetheilt, der mir zu Demonstrationen in Vorlesungen diente.

Die Bestandtheile des Apparates sind: Eine Schwungmaschine mit verticaler Spule, ein Calorimeter *c* (Fig. 5, Taf. VI) zur Messung der Wärme, welche in demselben durch Reibung erzeugt wird, und eine Hebelvorrichtung *hhrs* zur Messung der in die Wärme umgesetzten Arbeit.

Die Spule *a* (Fig. 6, Taf. VI) trägt ein conisches Metallstück *b*, welches innen mit Holz ausgefüttert ist, und mittelst dreier Stellschrauben in der Spule coaxial festgeklemmt werden kann. Das Calorimeter besteht aus zwei abgestutzten Hohlkegeln aus Gufseisen, welche fein polirt sind und in einander vollkommen passen, so dafs der innere Kegel aus dem äufseren etwas herausschaut und nicht ganz an den Boden desselben reicht. Die Kegel hatten folgende Dimensionen. — Aeufserer Kegel: Durchmesser der Basis 1,8 Cm.; äufserer Durchmesser der Oeffnung 2,96 Cm.; innerer Durchmesser derselben 2,85 Cm. Dicke der Mantelfläche 0,11 Cm. — Innerer Kegel: Durchmesser der Basis 1,68 Cm.; äufserer Durchmesser der Oeffnung 2,88 Cm.; innerer Durchmesser derselben 2,75 Cm.; Dicke der Mantelfläche 0,13 Cm. Beide Kegel waren von 4,7 Cm. Höhe.

Mittelst dreier Stellschrauben in dem Metallstücke *b* läfst sich auch das Calorimeter coaxial feststellen. Die Spitzen der Stellschrauben werden vom Calorimeter durch dicke Papierstreifen isolirt. Der innere Kegel trägt einen

dünnen Holzdeckel, an welchem ein leichter Balken aus Holz angeschraubt ist. Durch die Mitte des Balkens und Holzdeckels geht eine Bohrung von 1,3 Cm. Durchmesser und dient zur Aufnahme des Thermometers. Der innere Kegel wird ganz mit Quecksilber gefüllt. Der eine Arm des horizontalen Balkens ist an seinem Ende mit einem Häkchen versehen, an welchem der über die fixe Rolle *r* geschlungene Faden einer Waagschale befestigt ist. Der zweite Arm des Balkens dient als Gegengewicht.

Wird nun die Schwungmaschine in Bewegung gesetzt, so sucht der äuſsere Kegel den inneren und den mit ihm fest verbundenen Balken mitzunehmen und die Schale sammt Belastung zu heben. Durch wiederholte Versuche läſst sich diejenige Belastung finden, bei welcher der Balken mit dem horizontalen Theile des Fadens einen rechten Winkel einschlieſst. Das Gewicht der Schale sammt Belastung repräsentirt nun diejenige Kraft, welche die Reibung der Mantelflächen beider Kegel überwindet, und deren Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt wird. Diese Kraft bedarf noch einer Correction, denn dieselbe hat nicht blos die Reibung beider Kegel, sondern auch die Reibung an der Axe der Rolle zu überwinden. Das Correctionsgewichtchen wird auf folgende Weise bestimmt: Ist P das Gewicht, welches bei senkrechter Stellung des Balkens gegen den Faden die Reibung der Kegelmantelflächen überwindet, so wird die Axe der Rolle gegen die Lager mit $R = \sqrt{2}\, P$ gedrückt. Es wird daher die Schlinge *h* des Fadens ausgehängt, ein Gewicht $\frac{\sqrt{2}\, P}{2}$ angebunden und durch ein entsprechendes Gewicht in der Schale aequilibrirt. Jenes Zulegegewichtchen, welches nothwendig ist, um das Gleichgewicht zu stören, überwindet die Reibung an der Axe der Rolle und ist die gesuchte Correction; dieselbe ist von P abzuziehen. Für meinen Apparat ergab sich aus mehreren Versuchen eine Correction von 0,7 Gramm.

Die Arbeitsleistung der Kraft P läſst sich durch fol-

gende Ueberlegung mit Leichtigkeit bestimmen. Ist die Schwungmaschine in Bewegung, so dreht sich der äufsere Kegel, und der innere wird durch die Kraft P fix erhalten. Es wird an der Sache nichts geändert, wenn man sich den Fall umgekehrt denkt, nämlich der äufsere Kegel sey unbeweglich und der innere werde von der Kraft P so gedreht, dafs ihre Richtung zum Balken stets senkrecht bleibt. In diesem Falle ist die nach einmaliger Umdrehung des Kegels geleistete Arbeit

$$a = 2 l \pi P,$$

wenn l den Hebelarm der Kraft P bedeutet. Nach n-maliger Umdrehung ist die in Wärme umgesetzte Arbeit

$$A = 2 n l \pi P.$$

Bedeutet ferner c den Wasserwerth des Calorimeters, α die Zimmertemperatur, $\theta - \alpha$ die Temperaturzunahme im Calorimeter nach n-maliger Umdrehung, so ist die in Calorien ausgedrückte Wärmemenge

$$W = c(\theta - \alpha).$$

Es ergiebt sich somit für das mechanische Wärmeaequivalent die Formel

$$J = \frac{2 n l \pi P}{c(\theta - \alpha)}.$$

Macht der äufsere Kegel jene n-Umdrehungen in einer Secunde, so ist bei gleichförmiger Drehung der Rotationsmaschine nt die Anzahl der Umdrehungen in t Secunden, und daher, wenn $\theta - \alpha$ die der Zeit t entsprechende Temperaturzunahme bedeutet,

$$J = \frac{2 n \pi l P}{c(\theta - \alpha)} t \quad \ldots \ldots \quad (1),$$

und

$$\theta - \alpha = \frac{2 n \pi l P}{Jc} t \quad \ldots \ldots \quad (2).$$

Diese Formeln sind unter der Voraussetzung aufgestellt, dafs das Calorimeter keine Wärme ausstrahle, und können daher zur numerischen Berechnung von Versuchen verwendet werden, bei denen in kurzer Zeit viele

Umdrehungen gemacht werden, also auch viel Wärme erzeugt wird, gegen welche die ausgestrahlte Wärme vernachlässigt werden kann.

Während der Zeit, als [illegible]beit in Wärme umgesetzt wird, giebt das Calorimeter einen Theil seiner Wärme fortwährend an die Umgebung ab. Die ausgestrahlte Wärmemenge läſst sich in der Rechnung sehr leicht berücksichtigen. Es sey nun zu irgend einer Zeit t die Temperatur im Calorimeter θ. Wächst die Zeit, so wird auch die Temperatur zunehmen; zur Zeit $t + dt$ wird die Temperatur $\theta + d\theta$ seyn. Wird die Wärme ausgestrahlt, so ist die Temperaturzunahme nicht mehr der Zeit t proportional; die Formel (2) bleibt aber noch immer richtig für ein sehr kleines Zeitelement dt. In der Zeit dt wird die Arbeit $2nl\pi P dt$ in Wärme umgesetzt und in Folge dessen muſs das Thermometer um

$$\frac{2nl\pi P}{Jc} dt$$

steigen. Gleichzeitig wird aber das Calorimeter während des Zeitelementes dt auch eine gewisse Wärmemenge ausstrahlen, daher das Thermometer um

$$R(\theta - \alpha) dt$$

fallen, wenn R die Geschwindigkeit der Abkühlung des Calorimeters in einer Secunde und bei 1 Grad C. Temperaturdifferenz zwischen dem Calorimeter und der Luft bedeutet. Der Unterschied beider letzten Ausdrücke ist die wirkliche Temperaturzunahme $d\vartheta$ des Calorimeters. Es ergiebt sich somit für die Temperaturzunahme des calorimetrischen Apparates in der Zeit dt eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$d\theta = \frac{2n\pi lP}{Jc} dt - R(\theta - \alpha) dt,$$

oder

$$\frac{d\theta}{dt} + R(\theta - \alpha) - \frac{2n\pi lP}{Jc} = 0$$

und ihr Integral

$$\theta - \alpha = e^{-Rt}\left(C + \frac{2n\pi lP}{Jc} \cdot \frac{e^{-Rt}}{R}\right).$$

Die Constante C erhält ihre Bedeutung aus dem Anfangswerthe der Temperatur θ. Ist für $t = o$, $\theta = \theta_0$, so ergiebt sich aus der letzten Formel

$$C = -\frac{2n\pi lP}{JcR} + \theta_0 - \alpha,$$

und durch Wiedereinsetzung dieses Werthes erhält man schliefslich nach einigen Reductionen

$$\theta - \theta_0 = \left(\frac{2n\pi lP}{JcR} - \theta_0 + \alpha\right)(1 - e^{-Rt}) \qquad (3).$$

In dieser allgemeinen Formel mufs auch die Formel (2) als specieller Fall enthalten seyn. Wird nämlich die Geschwindigkeit der Abkühlung $R = o$ gesetzt, so resultirt aus (3)

$$\theta - \theta_0 = \frac{0}{0},$$

ein Druck von unbestimmter Form, welcher durch Derivation des Zählers und Nenners nach R und nachherige Substitution von $R = o$ in die schon erwähnte Formel

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{Jc} t$$

übergeht.

Ist θ_0 von der Zimmertemperatur α wenig verschieden, so kann in der Rechnung die Differenz $\theta_0 - \alpha$ gegen die grofse Zahl $\frac{2n\pi lP}{JcR}$ vernachlässigt werden, und die Formel (3) geht über in

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR}(1 - e^{-Rt}).$$

Ist auch die Dauer des Versuches kurz, so kann ferner wegen Kleinheit von R die Exponentialgröfse e^{-Rt} in eine Reihe entwickelt werden:

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR}\left(1 - 1 + \frac{Rt}{1!} - \frac{R^2t^2}{2!} + \frac{R^3t^3}{3!} - \ldots\right).$$

Bei Beibehaltung der drei ersten Glieder der Reihe erhält man die angenäherte Formel:

$$\theta - \theta_0 = \frac{2 n \pi l P}{J c}\left(1 - \frac{R t}{2}\right) t \quad . \quad . \quad (4),$$

und

$$J = \frac{2 n \pi l P}{c(\theta - \theta_0)}\left(1 - \frac{R t}{2}\right) t \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Für ein unendlich grofses t nähert sich die Formel (3) der Gränze

$$\theta - \theta_0 = \frac{2 n \pi l P}{J c R} t,$$

welchen Ausdruck man auch erhält ausgehend von dem Gedanken, dafs der Gränzwerth von $\theta - \theta_0$ dann erreicht seyn wird, wenn die in einer Secunde durch Reibung erzeugte Wärme der in derselben Zeit vom Calorimeter ausgestrahlten Wärmemenge gleich ist.

Unter Voraussetzung, dafs die Anzahl der Umdrehungen $n = o$ sey, dafs somit keine Wärme erzeugt werde, erhält man aus der oben angestellten Differentialgleichung

$$d\theta = - R(\theta - \alpha) d t,$$

und das Integral

$$\log \text{nat} (\theta - \alpha) = - R t + a,$$

welches mit Berücksichtigung der Gränzbedingungen $t = o$, $\theta = \theta_0$ das bekannte Newton'sche Abkühlungsgesetz

$$\theta - \alpha = (\theta_0 - \alpha) e^{-Rt}$$

liefert, welches aus der Formel (3) sich ergiebt, wenn darin $n = o$ gesetzt wird. Aus den zusammengehörigen Werthen von θ und t und der anfänglichen Temperaturdifferenz $\theta_0 - \alpha$ läfst sich auch die Abkühlungsgeschwindigkeit R berechnen. Bei einer anfänglichen Temperaturdifferenz von 4°,5 C. ergab sich aus vielen Versuchszahlen der Werth dieser Constanten

$$R = 0{,}000963$$

für eine Secunde und eine Temperaturdifferenz 1° C. Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist aber keineswegs eine constante, sondern eine mit der Temperaturdifferenz $\theta - \alpha$ veränderliche Gröfse. Um daher auch für Versuche, bei denen gröfsere Temperaturdifferenzen vorkommen, eine

Differentialgleichung aufzustellen, müfste man von der Dulong-Petit'schen Formel

$$\theta - \alpha = (\theta_0 - \alpha)\, e^{at + bt^2}$$

ausgehen, und hätte eine etwas allgemeinere Differentialgleichung

$$\frac{d\theta}{dt} - (a + 2bt)(\theta - \alpha) - \frac{2n\pi l P}{Jc} = o$$

zu integriren.

Die von mir angestellten Versuche dauerten nicht länger als 50 Secunden, und die dabei vorkommenden Temperaturdifferenzen waren immer kleiner als 4°,5 C. Ich verwendete daher zur numerischen Berechnung des mechanischen Wärmeaequivalentes die obige Formel (5).

Versuche.

Ich habe mit dem beschriebenen Apparate auch eine Reihe von Versuchen angestellt, deren numerische Berechnung ich weiter folgen lasse. Die Methode des Experimentirens ist sehr einfach. Vor Allem wird ermittelt, welches Gewicht nothwendig ist, um die Reibung der Kegelmantelflächen zu überwinden und den Balken senkrecht gegen den horizontalen Theil des Fadens zu erhalten. Hat der calorimetrische Apparat nahezu die Zimmertemperatur angenommen, so beginnt der eigentliche Versuch. Es wird eine etwas tiefere Temperatur notirt, der Balken gegen den Faden senkrecht gestellt, und in dem Augenblicke, da das Calorimeter die notirte Temperatur angenommen hat, das Schwungrad der Rotationsmaschine mit dem Schlage eines Secundenpendels in Bewegung gesetzt, dann der Balken losgelassen und die Anzahl von Umdrehungen gezählt. Bei meinen Versuchen machte das Schwungrad nur eine und die Spule 7,2 Umdrehungen in einer Secunde. Nach dem Versuche wurde in der Regel 10 Secunden lang gewartet, und in dem Augenblicke, da das Thermometer zu steigen aufhörte, die Temperatur des Calorimeters notirt. Die so abgelesene Temperatur ist etwas kleiner als jene, welche das Calori-

meter genau am Ende des Versuches hat, weil von demselben fortwährend Wärme ausgestrahlt wird. Die Temperaturablösung bedarf daher noch einer Correction

$$\Delta = 0,00963\,(\theta - \alpha),$$

worin θ die abgelesene Temperatur des Calorimeters und α die Zimmertemperatur bedeutet. Die Correction wird jedesmal zu der Temperaturzunahme $\theta - \theta_{0}$ hinzugegeben.

Bei der numerischen Berechnung der Versuche wurde für die specifische Wärme nach Regnault gesetzt:

Für Eisen 0,11379,
„ Quecksilber 0,03332,
„ Glas 0,19768.

Ferner war das Gewicht
des äuſseren Kegels 22,174 Gramm,
des inneren Kegels 40,250 Gramm,
des Quecksilbers
im Calorimeter 187,770 Gramm,
im Thermometer 13,573 Gramm.

Das Gewicht des Quecksilbers in der Thermometerkugel ist aus den Dimensionen derselben berechnet worden. Das Gewicht der Glaskugel sammt dem eingetauchten Stücke der Termometerröhre schätzte ich auf 0,49 Grm.

Aus diesen Zahlen berechnete ich den Wasserwerth des Calorimeters

$$c = 0,0139987 \text{ Kilogramm.}$$

Es war ferner die Länge des Hebelarmes, an welchem der Faden befestigt war, $l = 30,34$ Cm. Zur Ueberwindung der Reibung an der Axe der Rolle war ein Gewichtchen von 0,7 Gramm nöthig. Die Temperaturen wurden bis auf 0,02 eines Grades der Reaumur'schen Scale genau abgelesen. Vor jeder Versuchsreihe wurde das Calorimeter mit feinem Flieſspapier sorgfältig gereinigt.

In der nachfolgenden Tabelle bedeutet:

1. t die Dauer des Versuches in Secunden;
2. α die Zimmertemperatur in Celsius'schen Graden;
3. θ_0 und θ die Temperaturen des Calorimeters am Anfang und am Ende des Versuches;

4. $\theta - \theta_0$ die Temperaturzunahme des Calorimeters;
5. P das Gewicht der Schale sammt Belastung in Grammen,
6. J das mechanische Wärmeaequivalent in Kilogrammometern.

Die Temperaturen des Calorimeters sind in Reaumur'schen Graden beobachtet worden. In der Tabelle ist θ und θ_0 in C-Graden ausgedrückt.

Resultate der Beobachtungen:

No.	t	a	θ_0	θ	$\theta - \theta_0$	P	J
1.	20	11°,30	11°,375	12°,250	0°,875	20,6	440,2
	50	11,32	12,400	14,525	2,125	19,8	427,2
	30	11,31	12,125	13,450	1,325	20,6	431,8
	30	11,30	12,163	13,513	1,350	21,1	434,5
2.	50	9,50	9,600	11,7500	2,1500	19,7	421,8
	40	9,50	10,000	11,6875	1,6875	19,7	430,9
	50	10,00	10,125	12,4375	2,3125	21,3	425,3
	50	10,00	10,625	12,9625	2,3375	21,7	427,9
3.	40	13,70	13,8750	15,6250	1,7500	20,3	429,3
	20	13,71	15,0000	15,8750	0,8750	20,3	427,9
	40	13,50	15,2750	17,0000	1,7250	20,3	431,9
	50	13,00	13,2375	15,4375	2,2000	20,3	425,2
	30	13,00	13,8125	15,1625	1,3500	20,3	417,5
4.	20	10,30	10,5000	11,3750	0,8750	20,3	433,1
	40	10,29	11,7500	13,5000	1,7500	20,3	426,5
	30	10,30	11,0000	12,3125	1,3125	20,3	429,9
	20	10,30	12,9000	13,8000	0,9000	20,3	410,7
	30	10,90	11,0000	12,3750	1,3750	20,3	412,0
	50	13,00	13,2500	15,4375	2,1875	20,3	427,6
	30	13,00	13,6250	15,0000	1,3750	20,3	410,6
	30	13,00	14,6250	16,0000	1,3750	20,6	414,0
	30	12,97	15,375	16,7250	1,3500	20,6	419,5
	30	12,50	13,3125	14,6500	1,3375	20,5	426,0
5.	30	12,50	12,7125	14,0000	1,2875	19,5	422,1
	40	13,00	13,1875	14,8750	1,6875	19,5	427,1
6.	40	10,00	10,0875	11,8750	1,7875	20,6	427,1
	40	10,00	10,7875	12,6250	1,8375	20,6	423,7
	20	10,00	10,9250	11,8125	0,8875	20,3	423,8
						Mittel	425,2 ± 5,4

Das Mittel aus allen Werthen des mechanischen Wärmeaequivalentes 425,2 mit dem mittleren Fehler $\pm$ 5,4 ist in bester Uebereinstimmung mit der Zahl 424,9, welche Joule als Mittel aus einer grofsen Reihe sehr gut übereinstimmender Werthe gefunden hat. Dieses Resultat kann zugleich als Maafs der Genauigkeit gelten, mit der die Versuche mit Hülfe dieses einfachen Apparates sich ausführen lassen.

Zum Vortheil ist beim Experimentiren noch folgende Vorrichtung. Auf einem dünnen rechtwinkligen Holzdreieck Fig. 7, Taf. VI ist von *c* aus durch die rechtwinklige Ecke *a* mit dem Halbmesser von der Länge eines Balkenarmes ein Bogen *am* beschrieben und in Grade getheilt. Senkrecht zur Kathete *ac* sind parallel zur Kante *ab* Linien gezogen. Das Holzdreieck ruht horizontal auf einem Gestell und wird unter dem Balken so aufgestellt, dafs die Axe des letzteren mit der einen und der Faden mit der anderen Kathete desselben zusammenfallen. Bei einer Belastung, die etwas gröfser gewählt ist als jene, welche nöthig ist, um den Querbalken in der normalen Stellung gegen den Faden zu erhalten, wird der Balken mit der Kathete *ac* einen Winkel φ einschliefsen. Der Schlitten *ee* (Fig. 6, Taf. VI), auf dem die Rolle ruht, wird noch etwas auf der Tischplatte verschoben, bis der Faden mit den Linien auf dem Holzdreieck parallel läuft.

Der aus einer etwas zu grofsen Belastung nach der Formel (5) berechnete Werth des mechanischen Wärmeaequivalentes ist, wie leicht einzusehen, noch mit $\cos\varphi$ zu multipliciren.

$$J = J_{\varphi} \cos \varphi .$$

V. *Ueber die Polarisationsdrehung des Quarzes; von HH. J. L. Soret und E. Sarasin,*

(Aus d. *Archives d. sciences phys. et nat.* Nov. 1875 von HH. Verf. übersandt.)

Der Winkel, um welche eine rechtwinklig gegen die Axe geschnittene Quarzplatte die Polarisationsebene des Lichtes dreht, ist für Strahlen von verschiedener Brechbarkeit zwischen den Gränzen der Sonnenlinien *B* und *H* von Hrn. Broch [1]), und neuerdings von Hrn. Stefan [2]) bestimmt worden.

Wir haben geglaubt, dafs es von Interesse seyn würde, diese Bestimmungen auf die ultravioletten Strahlen auszudehnen, unter Benutzung des Spectroskops mit fluorescirendem Ocular, welches kürzlich der Eine von uns beschrieben hat [3]). Wir haben auch die Drehung in dem weniger brechbaren Theil des Spectrums gemessen, für die Wellenlängen der Linien *a* und *A*, welche unseres Wissens noch nicht in dieser Beziehung zum Gegenstand einer Untersuchung angewandt worden sind.

Wir haben die Methode der HH. Fizeau und Foucault angewandt, welche auch von den HH. Broch und Stefan bei ihren Arbeiten über den Quarz, so wie von anderen Physikern bei anologen Untersuchungen benutzt worden ist. Diese Methode ist zu bekannt, als dafs wir lange bei ihr zu verweilen brauchten; wir begnügen uns kurz die Einrichtung unseres Apparates zu beschreiben.

Das durch einen Metallspiegel (versilbertes Glas) horizontal reflectirte Sonnenlicht wurde durch eine convexe Linse von 72^{mm} Oeffnung und etwa $1{,}45^{m}$ Brennweite con-

1) Dove's Repertorium, Bd. VII, S. 115. *Ann. de chim. et de phys. Sér. III, T. XXIV, p.* 119.
2) Sitzungsber. d. Wien. Akad., Bd. L, S. 88. (Ann. Bd. 122, S. 631).
3) *Arch. d. sciences phys. et nat.* 1874, *T. XLIX, p.* 338. (Ann. Bd. 152, S. 167).

centrirt. Etwas vor dem Brennpunkt der Linse ging das Bündel durch ein groſses Nicol'sches Prisma, dann durch eine winkelrecht gegen die Axe geschnittene Quarzplatte, darauf durch einen zweiten, an einem graduirten Kreis befestigten Nicol und endlich in ein Spectroskop, dessen Spalte im Brennpunkt der Linse befindlich war.

Das unter diesen Umständen erhaltene Spectrum ist wie bekannt durchzogen von schwarzen Streifen, desto dichter, je dicker die Quarzplatte ist. Dreht man den zerlegenden Nicol, so kann man einen dieser Streifen mit dieser oder jener Linie des Sonnenspectrums in Coïncidenz bringen und daraus den Winkel herleiten, um welchen man die Rotation des Lichtes von entsprechender Brechbarkeit drehen muſs.

In dem durch das fluorescirende Ocular sichtbar gemachten ultravioletten Theil des Spectrums zeigen sich die schwarzen Streifen durchaus ebenso und man kann die Bestimmungen somit bis zur Linie *N* ausdehnen, welche man noch mit ziemlicher Deutlichkeit unterscheidet, wenn man Apparate aus optischen Gläsern und ein Prisma von weiſsem Flintglase anwendet.

Um über die Linie *N* hinauszugehen, müſsten die Linsen und das Prisma des Spectroskops aus Quarz oder Kalkspath bestehen; wir sind bei Herstellung von Apparaten dieser Art auf Schwierigkeiten gestoſsen, die uns bisher aufgehalten haben, die wir aber bald zu überwinden hoffen.

Das Verfahren zur Sichtbarmachung der ultravioletten Strahlen besteht darin, daſs wir in den Brennpunkt des Fernrohres des Spectroskops eine fluorescirende Platte brachten und sie mit einem gegen die Axe des Fernrohres geneigten Ocular beobachteten. Diese Einrichtung hat, seitdem wir sie beschrieben, einige Abänderungen erlitten, deren wesentlichsten folgende sind: 1) Die Linie, um welche das Ocular wie um eine Axe drehbar ist, während es gegen die allgemeine Axe des spectroskopischen Fernrohrs neigt, geht durch die fluorescirende Platte (nicht

mehr dahinter); daraus folgt, daſs das Centrum dieser letzteren immer im Brennpunkt des Oculars bleibt und daſs man nicht mehr nöthig hat, die Einstellung nach der Neigung abzuändern. 2) Die flüssigen fluorescirenden Lamellen sind von geringerer Dicke als früher; die dünnen Glasplatten, zwischen welchen die Flüssigkeit enthalten ist, stehen nur etwa ein halbes Millimeter auseinander, statt 1,5^{mm}, somit erhält man die Linien in gröſserer Deutlichkeit.

In gewissen Fällen haben wir Uranglas als fluorescirende Platte angewandt; z. B. wenn wir uns versichern wollten, ob man übereinstimmende Resultate erhalte, wenn man eine am Ende des sichtbaren Spectrums liegende Linie, wie *h*, bald mit seinem gewöhnlichen Ocular, bald mit einem fluorescirenden beobachte. Am häufigsten haben wir uns aber einer verdünnten Aesculinlösung bedient, da sie uns am zweckmäſsigsten erschien; in der That entwickeln die äuſsersten violetten und die ultravioletten Strahlen bis über *N* hinaus ihre Fluorescenz mit Lebhaftigkeit; überdieſs absorbirt sie nicht die Strahlen, welche sie aussendet, so daſs man das Spectrum, welches man beim Hindurchsehen erblickt, fast denselben Glanz hat, wie wenn man die Platte von der Seite, von der das Licht herkommt, betrachtet.

Für die Beobachtung der Linien *a* und *A* reicht es hin, vor der Spalte des Spectroskops ein blaues Kobaltglas anzubringen; dieſs läſst das äuſserste Roth durch und absorbirt die benachbarten mehr brechbaren Strahlen. Man unterscheidet dann diese beiden Linien sehr leicht und kann die Messungen vornehmen, von *a* wenigstens eben so genau als an dem Rest des Spectrums.

Fast alle unsere Beobachtungen haben wir mit einer links drehenden Quarzplatte von 30^{mm},085 Dicke gemacht. Einige Proben haben wir auch mit einer rechts drehenden Platte von 10^{mm} Dicke angestellt. Für die Linien zwischen *a* und *H* haben wir solchergestalt identische Zahlen erhalten, wie mit der 30^{mm} dicken Platte, allein in denjenigen Thei-

len des Spectrums, die keine grofse Helligkeit besitzen, sind die schwarzen Streifen, die man mit der Platte von 10mm erhält, zu breit, als dafs die Einstellung mit hinreichender Genauigkeit geschehen könnte.

Wenn man, wie wir, directes Sonnenlicht anwendet, mufs man vorab den Zerleger in solche Stellung bringen, dafs die Linie des Spectrums, mit welcher man operiren will, gut sichtbar sey; alsdann bringt man das Fadenkreuz des Fernrohrs in Coïncidenz mit dieser Linie, dreht darauf den Zerleger solchergestalt, dafs die Mitte eines schwarzen Streifens mit dem Fadenkreuz zusammenfällt und folglich mit der Linie, auf welcher sie fixirt ist; die Linie selbst hört im Allgemeinen auf sichtbar zu seyn.

Da die Einstellung nicht mit absoluter Genauigkeit geschehen kann, so mufs man in allen Fällen mehre Messungen machen und aus ihnen das Mittel nehmen.

Die verschiedenen Theile des Spectrums eignen sich nicht gleich gut zu der Beobachtung. Nach den Enden des Spectrums hin, wo das Licht rasch abnimmt, geschieht die Einstellung weniger genau. Es ist aufserdem gut, wenn die Linie, auf welche man visirt, etwas isolirt sey, und nicht einer complexen Gruppe angehöre, oder wenigstens in dieser Gruppe symmetrisch liege. Wir werden kurz die mehr oder weniger günstigen Bedingungen für die von uns beobachteten Linien angeben.

Bei *A* sind die Messungen schwierig wegen der geringen Intensität des weniger als diese Linie brechbaren Lichts.

Bei *a* kann man die Beobachtungen leicht anstellen, wenn man das Fernrohr auf die Mitte der beiden sehr benachbarten Linien richtet, deren Wellenlängen 7184,7 und 7172,5 (Mittel 7183,6) sind; man ist in der Mitte einer Gruppe, links und rechts welcher man ein ziemlich gleiches Licht hat, sobald man vor die Spalte des Spectroskops eine blaue Glasplatte von hinreichender Dicke stellt.

Bei *B* ist die Beobachtung schwierig. Man kann die

blaue Glasplatte nicht mehr anwenden, weil sie das Licht von dieser Brechbarkeit absorbirt. Wir haben es durch ein rothes Glas ersetzt; dann überwiegt das mehr als *B* brechbare Licht sehr an Helligkeit dasjenige, welches weniger brechbar ist. Ueberdieſs liegt die Linie *B* ($\lambda = 6867{,}4$) am Ende einer Gruppe von Linien.

Bei der Linie *C*, an welcher wir übrigens wenig Messungen gemacht haben, schien uns die Beobachtung ziemlich leicht zu seyn.

Die Linien *D* bieten keine Schwierigkeiten dar; wir haben auf die brechbarste von beiden ($\lambda = 5889{,}12$) visirt.

Eben so leicht ist die Beobachtung bei *E* und *F*.

Dagegen gehört *G* zu einer zu verwickelten Gruppe, als daſs sie sich leicht zu sehr guten Messungen eignete.

h zeigt günstige Umstände zur guten Einstellung, wir haben sie sowohl mit einem gewöhnlichen Ocular, als mit einem fluorescirenden (Uranglas) beobachtet, und keinen Unterschied in den Resultaten bemerkt.

Bei *H* ist die Messung weniger genau, weil man durch die Nähe der Linie H_2 gestört wird.

Ebenso eignen sich die zahlreichen Linien der Gruppe *L* sehr schlecht zu genauen Bestimmungen.

M dagegen ist leicht zu beobachten; wir visirten meistens auf die dritte der vier Linien, welche leicht sichtbar sind ($\lambda = 3720$). Besser ist noch, die eigentliche Linie *M* zu beobachten ($\lambda = 3726{,}8$), welche sich zwischen der zweiten und dritten der eben genannten vier Linien befindet.

Endlich ist *N* schwierig wegen Schwäche der Lichtstärke und wegen Nähe des Punkts, wo einerseits das Spectrum scheinbar aufhört und andererseits eine Gruppe weniger brechbarer Linien da ist. Uebrigens hängt die Leichtigkeit und selbst die Möglichkeit der Beobachtung viel von der Reinheit der Atmosphäre ab.

Die Resultate, welche wir mit der linksdrehenden Platte

von 30mm,085 erhielten, sind in folgender Tafel zusammengestellt:

Linien	Winkel der beobachteten Drehung					
	λ	1. Reihe	2. Reihe	3. Reihe	Zahl der Beob.	Mittel
A	7604,0	12°,62 (3)	12°,68		20	12°,68
		12,76				
a	7183,6	14,31	14,35	14°,34 (4)	16	14,33
B	6867,4	15,69	15,82		12	15,76
C	6562,1		17,35		6	17,35
D	5889,12	21,82 (4)	21,78		10	21,80
E	5269,0	27,68 (4)	27,56		10	27,61
F	4860,74	32,98 (4)		32,77 (4)	18	32,85
		32,86 (4)		32,82		
G	4307,25	42,67		49,50	12	42,63
h	4101,2	47,52	47,52 (8)		14	47,52
H_1	3968,1	51,21	51,23	51,37	46	51,22
		51,12 (10)	51,16	54,37 (4)		
			51,33 (4)			
			51,10 (4)			
L	3819,6		56,05		12	55,88
			55,71			
M	3726,8			59,04 (8)	8	50,04
(*M*)	3720,0		59,18	59,31 (9)	21	59,24
			59,20			
N	3580,6	64,76	64,74	64,28 (16)	28	64,47

Die erste Columne enthält die Bezeichnung der Linien des Sonnenspectrums, auf welche die Bestimmung sich bezieht. Die zweite enthält die entsprechende Wellenlänge nach Ångström und Cornu. Die dritte, vierte und fünfte Columne geben in Graden und Bruchtheilen derselben die Werthe der Drehungswinkel, wie sie bei drei Beobachtungsreihen gefunden wurden und bezogen auf eine Quarzdicke von 1 Mm. Die zweite Reihe der Versuche wurde gemacht mit zwei Prismen des Spectroskops von *A* bis *E*, und mit einem einzigen Prisma bei den brechbareren Linien; die erste und die dritte Reihe wurden mit einem einzigen Prisma gemacht. Die angegebenen Zahlen sind schon das Mittel aus einer gewissen Anzahl von Beobachtungen, meistens 6 (wenn die Anzahl abweicht von 6, so ist sie durch eine kleine Ziffer daneben

in Parenthese angegeben). Die sechste Columne giebt die gesammte Anzahl der an jeder Linie angestellten Beobachtungen. Und die siebente Columne enthält das Mittel aller an einer selben Linie ausgeführten Messungen.

Die Uebereinstimmung der verschiedenen Reihen ist, wie man sieht, befriedigend; sie schwankt etwas bei den Linien, bei denen, wie gesagt, nicht alle gleich einstellbar sind.

Die in der siebenten Columne obiger Tafel enthaltenen Besultate nähern sich sehr den von Hrn. Broch und Hrn. Stefan gefundenen.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Broch	15°,30	17°,24	21°,67	27°,46	32°,50	42°,20	
Stefan	15 ,53	17 ,22	21 ,67	27 ,46	32 ,69	42 ,37	50°,98.

Die Zahlen des Hrn. Stefan, die das gröſsere Vertrauen scheinen einflöſsen zu müssen, sind jedoch alle etwas geringer als die unserigen; wie man aus der obigen Tafel ersehen kann, steigen die Unterschiede auf etwa 5 bis 7 Tausendstel der ganzen Drehung; die Abweichung ist indeſs stärker bei der Linie *B*, deren Messung schwierig ist, wie wir schon bemerkt haben.

Unterschied	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
absoluter	0°,21	0°,13	0°,13	0°,15	0°,16	0°,26	0°,24
In Theilen der ganzen Drehung	0°,014	0°,0075	0°,006	0°,005	0°,005	0°,006	0°,005.

Diese geringen Divergenzen glauben wir zweien Ursachen zuschreiben zu können. Erstens muſsten wir unsere Versuche bei einer beträchtlich höheren Temperatur anstellen; denn wir arbeiteten an sehr heiſsen Tagen dieses Sommers, in Stunden wo die äuſsere Temperatur etwa 20° bis 25° C. betrug, überdieſs erhöhten die mittelst einer Linse auf der Quarzplatte concentrirten Sonnenstrahlen nothwendig auch diese Temperatur. Nun hat Hr. V. v. Lang neuerlich in einer Arbeit gezeigt [1]), daſs das Drehvermö-

1) Sitzungsberichte d. Wiener Akad. 1875 Apr., Bd. LXXI. (Ann. Bd. 156, S. 422.)

gen des Quarzes etwas mit der Temperatur zunimmt; er giebt für diese Zunahme die Formel:

$$\varphi_t = \varphi_0 (1 + 0,000149\, t),$$

wo φ_t und φ_0 die Drehungswinkel bei t^0 und 0^0. Angenommen, was wir für sehr möglich halten, dafs zwischen den Versuchen des Hrn. Stefan und den unserigen ein Temperaturunterschied von 20° herrschte, würde sich der Unterschied zwischen unseren Resultaten auf etwa 3 Tausendstel reduciren [1]).

Zweitens zeigt die von uns angewandte Quarzplatte in Bezug auf den Parallelismus ihrer Flächen und die Richtung gegen die Axe eine geringe Unvollkommenheit; überdies gehen die Strahlen nicht absolut winkelrecht durch sie hin, weil sie durch eine Linse von grofser Brennweite convergent gemacht wurden, eine Einrichtung, welche nothwendig war, um bei der Beobachtung des ultravioletten Theils des Spectrums ein hinreichend intensives Licht zu erhalten. Es gab also eine obgleich sehr kleine Fehlerquelle, welche die erhaltenen Zahlen zu vergröfsern strebte; sie mufste übrigens dem Drehungswinkel proportional seyn.

Zusammengefafst, glauben wir, dafs unsere Versuche sehr genäherte Werthe für die Quarzdrehung, bei 30° bis 35° ergeben, und dafs die kleine Berichtigung, deren sie noch bedürfen, sich nur auf die absoluten Werthe er-

1) Es läfst sich annehmen, dafs die Zahlen des Hrn. Stefan einer Temperatur von etwa 15° entsprechen; bei unseren Versuchen hatte das nach der Mittagsseite gelegene und den Strahlungen der Sonne ausgesetzte Arbeitszimmer 27° bis 28°; ohne Uebertreibung kann man voraussetzen, dafs die Quarzplatten, trotz ihres geringen Absorptionsvermögens, eine um 7 bis 8° höhere Temperatur annahmen, theils weil sie direct dem convergirenden Bündel Sonnenstrahlen ausgesetzt waren, theils weil sie in Berührung standen mit ihren metallischen Stützen. Sie mufsten also ungefähr 35° haben.

Wäre uns die Abhandlung des Hrn. V. v. Lang bekannt gewesen, als wir unsere Versuche anstellten, würden wir gesucht haben, die Temperatur des Quarzes zu bestimmen; wir werden diefs in einer Fortsetzung dieser Arbeit thun.

streckt, und nicht auf die relativen Werthe dieser Winkel, man also berechtigt ist, einige Schlüsse aus unseren Resultaten zu ziehen.

Um den Drehungswinkel ψ in Function der Wellenlenlänge λ auszudrücken, hat man die folgende Formel aufgestellt:

$$\psi = -A + \frac{B}{\lambda^2},$$

in welcher A und B zwei Constanten sind. Diese Formel, welche mit den zwischen B und H gemachten Beobachtungen eine fast genügende Uebereinstimmung zeigt, wird zwischen ausgedehnteren Gränzen unrichtig. Berechnet man die Constanten A und B nach den bei den Linien a und M beobachteten Werthen von ψ, so findet man für die Strahlen von intermediärer Brechbarkeit die von der Formel gegebenen Werthe beständig höher als die beobachteten Zahlen. Für die Linie G übersteigt die Abweichung 1°. Für die Linien A und N sind dagegen die berechneten Werthe kleiner als die beobachteten.

Ausgehend von der annehmbaren Idee, daſs die Drehung für Strahlen von unendlich groſser Wellenlänge Null seyn muſs, hat Hr. Boltzmann die Formel aufgestellt [1]):

$$\psi = \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} + \ldots$$

Er hat gezeigt, daſs diese Formel, reducirt auf die beiden ersten Glieder, sehr gut übereinstimmt mit den von Hrn. Stefan zwischen den Linien B und H gemachten Beobachtungen. Wir haben gleichfalls gefunden, daſs sie mit unseren Bestimmungen sehr genügend übereinkommt. Berechnet man die Coëfficienten B und C nach den Zahlen, welche wir für die Linien a und M gefunden haben, so wird die Formel:

$$\psi = \frac{7{,}10123}{10^6\,\lambda^2} + \frac{0{,}15195}{10^{12}\,\lambda^4}.$$

1) Poggendorff's Annalen, Jubelband, S. 128.

Folgende Tafel giebt einen Vergleich unserer Resultate mit den aus dieser Formel abgeleiteten Zahlen. Die Unterschiede sind in der letzten Spalte angegeben.

Drehungswinkel.

Spectrallinien	Beobachtet	Berechnet	Unterschied
A	12,68	12,74	+ 0,06
a	14,33	14,33	0
B	15,76	15,74	— 0,02
C	17,35	17,31	— 0,04
D	21,80	21,74	— 0,06
E	27,61	27,55	— 0,06
F	32,85	32,78	— 0,07
G	42,63	42,60	+ 0,06
h	47,52	47,58	+ 0,06
H	51,22	51,22	0
L	55,88	55,83	— 0,05
M	59,04	59,00	— 0,04
(*M*)	59,24	59,24	0
N	64,47	64,63	+ 0,16.

Man sieht, dafs innerhab der ausgedehnteren Gränzen unserer Beobachtungen die Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der Erfahrung und denen der Formel des Hrn. Boltzmann sehr vollständig ist. Die stärkste Abweichung findet sich bei der Linie *N* und überschreitet dennoch nicht die Gränzen der Beobachtungsfehler.

Wir haben uns vorgenommen, diese Untersuchung fortzusetzen, sobald die schöne Jahreszeit es uns erlauben wird, und wir hoffen mittelst gewisser Abänderungen unserer Apparate noch an Genauigkeit etwas zu gewinnen und andererseits unsere Messungen über die Linie *N* hinaus zu erweitern [1]).

1) Der in den *Compt. rend.* der Pariser Akademie (11. Oct. 1875) veröffentlichte Auszug von dieser Arbeit enthält Zahlen, die von den hier gegebenen etwas abweichen. Aufser einem Paar unwichtiger Unrichtigkeiten, die wir berichtigt haben, ist nämlich die Berechnung nach der Formel des Hrn. Boltzmann, mit Inbegriff der Bestim-

mung der constanten Coëfficienten, wiederholt unter Annahme der genauen Werthe für die Wellenlängen, welche Ångström und Hr. Cornu im Text ihrer Arbeiten über das Sonnenspectrum geben und nicht mehr die direct von der Abbildung mit geringerer Approximation abgenommenen Werthe.

Veranlafst durch diese Mittheilung an die Akademie hat Hr. Orouillebois eine Notiz veröffentlicht (*Compt. rend.* 18. Oct. 1875), in welcher er daran erinnert, dafs er der *British Association* i. J. 1872 eine Arbeit über denselben Gegenstand überreicht habe, von der aber nur der Titel in die *Compt. rend.* der Sitzung aufgenommen worden sey. Er hatte die Methode der HH. Fizeau und Foucault angewandt, nämlich das Spectrum auf ein mit fluorescirender Lösung getränktes Papier projicirt und war dadurch zu Resultaten übereinstimmend mit den unserigen gelangt.

VI. *Bemerkungen über die Wärmeleitung der Gase; von Ludwig Boltzmann.*

(Aus d. Berichten d. Wiener Acad. Bd. 72 vom Hrn. Verf. übersandt.)

In meinen „Weiteren Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolecülen“ (Sitzungsb. Bd. LXVI) machte ich darauf aufmerksam, dafs die Wärmeleitungsconstante der Gase auf theoretischem Wege durchaus nicht numerisch exact berechnet werden kann, da man aus der Gastheorie ohne nähere Kenntnifs der inneren Beschaffenheit der Molecüle nicht bestimmen kann, in welcher Weise sich die intramoleculare Bewegung der Molecüle von Molecül zu Molecül fortpflanzt. Es lag damals nur eine einzige genauere Bestimmung der Wärmeleitungsconstante der Luft durch Stefan vor; es war also damals auch noch nicht an der Zeit, den umgekehrten Weg einzuschlagen, und aus den Beobachtungen über Wärmeleitung Rückschlüsse auf die Art und Weise oder doch wenigstens auf die Geschwindigkeit zu ziehen, mit welcher sich die intramoleculare Bewegung fortpflanzt. Seitdem hat aber

Stefan seine Beobachtungen auf sehr viele Gase ausgedehnt, und wurden auch von anderen Beobachtern nach ähnlichen Methoden zuverlässige Bestimmungen ausgeführt, welche Anhaltspunkte zur Beantwortung dieser Frage bieten. Der Erste, welcher die Wärmeleitung der Gase in exacter Weise theoretisch berechnete, nämlich Maxwell, setzte in seinen Rechnungen wenigstens stillschweigend voraus, daſs sich die lebendige Kraft der intramolecularen Bewegung verhältniſsmäſsig gerade so schnell fortpflanzt, wie die der progressiven; genauer gesprochen, daſs beim Vorgange der Wärmeleitung sich die lebendige Kraft progressiver Bewegung, welche durch einen Querschnitt hindurchgeleitet wird, zur gesammten lebendigen Kraft, welche hindurchgeleitet wird, verhält, wie die im Gase enthaltene lebendige Kraft progressiver Bewegung zur gesammten darin enthaltenen lebendigen Kraft. Wenn diese Annahme Maxwell's auch, so lange keine experimentellen Daten vorlagen, vielleicht als die am nächsten liegende bezeichnet werden muſs, so ist doch klar, daſs eine theoretische Nöthigung zu derselben durchaus nicht besteht, ja daſs eine absolute Gleichheit der Geschwindigkeit der Leitung der lebendigen Kraft der progressiven nnd intermolecularen Bewegung *a priori* nicht einmal als wahrscheinlich bezeichnet werden kann. In der That sind die aus der Hypothese Maxwell's berechneten Wärmeleitungsconstanten der Gase durchaus zu groſs, woraus schon Stefan schloſs, daſs die intramoleculare Bewegung sich nur in geringerem Maaſse, als es von Maxwell vorausgesetzt wurde, an der Wärmeleitung betheiligt. Die extremste Vorstellung in dieser Beziehung wäre die, daſs die intramoleculare Bewegung gar nicht zur Wärmeleitung beiträgt, und diese nur durch die progressive Bewegung vermittelt wird. Unter dieser Voraussetzung würden sich die Gasmolecüle bei der Wärmeleitung wie einfache materielle Punkte verhalten. Der Werth der Wärmeleitungsconstante, welcher sich unter dieser Voraussetzung ergiebt, ist daher identisch mit demjenigen, den ich in den weiteren Studien

für die Wärmeleitungsconstante von Gasen erhielt, deren Molecüle einfache materielle Punkte sind, und welcher in calorischem Maafse gemessen war:

$$C_{prog} = JC = \frac{5p^2 J}{4\varrho^2 T A_2 k_1} + \frac{15 p J \mu}{4 \varrho T} \quad . \quad . \quad (1).$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist dieselbe, wie in den weiteren Studien. Wegen

$$(\gamma - 1)\, w = \frac{pJ}{\varrho T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

findet man

$$C_{prog} = \frac{15(\gamma - 1)\, w \mu}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Hiebei ist C_{prog} die in calorischem Maafse gemessene Wärmeleitungsconstante, welche sich unter der Hypothese ergiebt, dafs nur die Mittheilung der lebendigen Kraft der progressiven Bewegung die Wärmeleitung vermittelt. Bezeichnen wir mit C_{total} die Wärmeleitungsconstante, welche sich aus der oben detaillirten Hypothese Maxwell's ergiebt, so findet man (vergl. Maxwell, *Phil. mag. Sér. IV*, *vol.* 35 und meine weiteren Studien):

$$C_{total} = \frac{5}{2} w \mu.$$

Dabei ist μ der Reibungscoëfficient, w die Wärmecapacität bei constantem Volumen, γ dafs Verhältnifs der beiden Wärmecapacitäten.

Für Luft bei 15° C. dürfte man am besten setzen

$$\mu = 0{,}00019 \frac{\text{Masse d. Gramm}}{\text{Cent. Sec.}}$$

(vergl. Kundt und Warburg, Pogg. Ann. Bd. 155),

$$w = 0{,}169, \ \lambda = 1{,}405$$

(vergl. Röntgen, Pogg. Ann. Bd. 148). (w ist eine reine Verhältnifszahl, nämlich der Quotient der Wärmemenge, welche man braucht, um eine Wassermenge um eine gewisse Anzahl von Graden zu erwärmen, in die Wärmemenge, die man braucht, um das gleiche Gewicht Luft um dieselbe Zahl von Graden zu erwärmen.)

Hieraus ergiebt sich für Luft bei 15° C.

$$C_{prog} = 0{,}0000481\,,\ C_{total} = 0{,}0000803 \quad . \quad (4),$$

wogegen Stefan experimentell fand

$$C = 0{,}000055$$

(Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. LXV).

Um die relativen Wärmeleitungsvermögen verschiedener Gase zu vergleichen, ist es am besten die Formel (1) zu benutzen. Selbe zeigt, dafs das Wärmeleitungsvermögen verschiedener Gase sich wie $\frac{\mu}{\varrho}$ verhalte, wenn nur die Mittheilung der progressiven Bewegung die Leitung vermittelt, dagegen wie $\frac{\mu}{(\gamma - 1)\varrho}$ nach der Hypothese Maxwell's. Letzteres folgt aus Maxwell's Formel, σ ist die Dichte des Gases. Es wäre nicht empfehlenswerth, in der letzten Formel die direct experimentell gefundenen Werthe von $(\gamma - 1)$ zu substituiren, weil dieselben mit grofser Unsicherheit behaftet sind. Am Besten ist es, $\gamma - 1$ mittelst der Formel (2) zu eliminiren, nach welcher die Werthe von $\frac{1}{(\gamma - 1)\varrho}$ für verschiedene Gase sich wie die von w verhalten. Die Werthe von $\frac{1}{(\gamma - 1)\varrho}$ verhalten sich also wie die von $\mu\gamma$. Bezeichnet man die specifische Wärme bei constantem Drucke w', so ist für Luft $w' = 0{,}2374$, $\gamma = 1{,}405$, daher $w' - w = 0{,}0684$. Und da die Werthe von $w' - w$ nach Formel (1) der Dichte verkehrt proportional sind, so ist für andere Gase

$$w' - w = \frac{0{,}0684}{\varrho'},$$

wobei ϱ' ihrer Dichte relativ gegen Luft ist. Man sieht also, dafs das Endresultat folgendes ist: Nach der Hypothese Maxwell's müfsten sich die Wämeleitungsconstanten wie $\mu\left(w' - \frac{0{,}0684}{\varrho'}\right)$ verhalten. Ich glaube, dafs diese Methode der Berechnung zu den zuverlässigsten Zahlen führen dürfte. Uebrigens sind ja die Beobachtungen bisher noch so unsicher, dafs eine andere Berechnungsmethode

jedenfalls zu keinen ins Gewicht fallenden Abweichungen Veranlassung geben würde.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columne unter Γ_{total} die relativen Wärmeleitungsconstanten zu Luft unter Maxwell's Hypothese, also die Werthe von μ $\left(w' - \frac{0,0684}{\varrho'}\right)$, dividirt durch den Werth dieses Ausdruckes für Luft; in der zweiten Columne unter Γ_{prog} die relativen Wärmeleitungsvermögen unter der Hypothese, dafs nur die progessive Bewegung die Leitung vermittelt, also die relativen Werthe von $\frac{\eta}{\varrho'}$, in den übrigen die experimentell gefundenen relativen Wärmeleitungsconstanten.

	Theoretisch			Experimentell	
	Γ_{total}	Γ_{prog}	Stefan	Kundt	Winkelmann
Kohlensäure	0,854	0,550	0,642	0,590	0,609
Stickoxydul	0,897	0,547	0,665		0,691
Oelbildend. Gas	1,132	0,589	0,752		0,796
Kohlenoxyd	1,000	0,998	0,981		0,983
Luft	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Sauerstoff	1,025	1,000	1,018		1,018
Sumpfgas	1,715	1,110	1,372		1,246
Wasserstoff	6,987	7,020	6,718	7,100	6,331
Stickoxyd	0,969	0,939			0,886.

Die Zahlen der ersten Columne stimmen nicht ganz mit den von Stefan berechneten, was in meiner Berechnungsweise ihren Grund hat, die darauf hinausläuft, dafs ich nicht die experimentellen, sondern die aus der Wärmecapacität bei constantem Drucke aus der Formel $w' - w = \frac{pJ}{J\varrho}$ folgenden Werthe des Verhältnisses der Wärmecapacitäten zu Grunde legte. Doch sind die Abweichungen durchaus unwesentlich.

Die Zahlen, welche ich der Berechnung zu Grunde legte, sind also folgende:

	w'	ϱ	γ	μ
Kohlensäure	0,2169	44	1,260	0,755
Stickoxydul	0,2262	44	1,248	0,752
Oelbildendes Gas	0,4040	28	1,211	0,516
Kohlenoxyd	0,2450	28	1,403	0,870
Luft	0,2374	28,8	1,405	0,899
Sauerstoff	0,2175	32	1,395	1,000
Sumpfgas	0,5929	16	1,262	0,555
Wasserstoff	3,4090	2	1,407	0,439
Stickoxyd	0,2317	30	1,396	0,878.

Man sieht, daſs sowohl der Absolutwerth der Wärmeleitungsconstante der Luft, als auch die Relativwerthe der Wärmeleitungsconstanten der übrigen Gase zu der Luft, zwischen den beiden extremen Ansichten in der Mitte liegen, welche wir bisher der Rechnung zu Grunde legten.

Eine nähere Ueberlegung nun, daſs der Ausdruck

$$\tfrac{8}{13}\,C_{total} + \tfrac{10}{13}\,C_{prog},$$

den wir mit $C_{\frac{3}{13}}$ bezeichnen wollen, Werthe liefert, welche durchaus mit den experimentell gefundenen in guter Uebereinstimmung stehen. In Worten kann man dies etwa folgendermaaſsen ausdrücken: Wenn ein stationärer Wärmestrom durch eine cylindrische Gasmasse geht, so geht dabei von der lebendigen Kraft der intramolecularen Bewegung nur $\frac{3}{13}$ mal so viel durch jeden Querschnitt hindurch, als von derselben hindurchginge, wenn nach der Hypothese Maxwell's das Verhältniſs der intramolecularen zur progressiven lebendigen Kraft, welche sich zwei Molecüle beim Stoffe durchschnittlich mittheilen, dasselbe wäre, wie das der im Gase vorhandenen intramolecularen zur im Gase vorhandenen progressiven lebendigen Kraft. Nach Formel (4) finden wir zunächst für Luft

$$C_{\frac{3}{13}} = 0{,}0000555,$$

während Stefan experimentell fand

$$C = 0{,}0000558.$$

Um auch die relativen Wärmeleitungsconstanten möglichst leicht aus unserer Formel berechnen zu können,

stellen wir folgende Betrachtungen an. Mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen ist für irgend ein Gas

$$C_{\frac{3}{13}} = \frac{3}{13} C_{total} + \frac{10}{13} C_{prog} =$$

$$= \frac{3}{13} 0{,}0000803\, \Gamma_{total} + \frac{10}{13} 0{,}0000481\, \Gamma_{prog}.$$

Daher ist die relative Wärmeleitungsconstante gegen Luft für dieses Gas

$$\Gamma_{\frac{3}{13}} = \frac{C_{\frac{3}{13}}}{C_{Luft}} = \frac{3}{13} \cdot \frac{0{,}0000803}{0{,}0000555} \Gamma_{total} + \frac{10}{13} \cdot \frac{0{,}0000404}{0{,}0000555} \Gamma_{prog},$$

oder sehr nahe

$$\Gamma_{\frac{3}{13}} = \frac{1}{3} \Gamma_{total} + \frac{2}{3} \Gamma_{prog}.$$

Die nach dieser Formel berechneten Werthe der relativen Wärmeleitungsconstanten Γ sind in der folgenden Tabelle mit den beobachteten zusammengestellt.

		beobachtet		
	$\frac{3}{13}$ berechnet	Stefan	Kundt u. W.	Winkelmann
Kohlensäure	0,651	0,642	0,590	0,609
Stickoxydul	0,664	0,665		0,691
Oelbildendes Gas	0,770	0,752		0,796
Kohlenoxyd	0,999	0,981		0,983
Luft	1,000	1,000	1,000	1,000
Sauerstoff	1,009	1,018		1,084
Sumpfgas	1,312	1,372		1,246
Wasserstoff	7,009	6,718	7,100	6,331
Stickoxyd	0,949			0,886.

Bedenkt man, welche Unsicherheit dermalen noch den Beobachtungen anhaftet, so mufs die Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Zahlen als eine sehr befriedigende bezeichnet werden.

Es bedarf wohl nicht der Erwähnung, dafs damit noch nicht behauptet seyn soll, dafs das Verhältnifs des Betrages, den die intramoleculare Bewegung zur Wärmeleitung wirklich liefert, zu dem, welchen sie nach Maxwell's Hypothese liefern würde, für alle Gase genau den-

selben Werth haben müsse. Es kann seyn, daſs sich bei weiterer Verfeinerung der Beobachtungen herausstellen wird, daſs dieses Verhältniſs für verschiedene Gase verschieden ist; nur so viel geht aus dem Vorhergehenden hervor, daſs man den bisher vorliegenden Beobachtungen vollständig gerecht wird, wenn man dieses Verhältniſs für alle Gase gleich $\frac{3}{13}$ setzt.

Einige Worte, wie man sich diese geringe Theilnahme der intramolecularen Bewegung an der Wärmeleitung vorzustellen hat, dürfte hier noch am Platze seyn. Mit den beiden Gröſsen C_{total} und C_{prog} können wir noch eine dritte vergleichen. Nehmen wir an, zwei Schichten eines Gascylinders vom Querschnitte 1 werden auf constanten Temperaturen z. B. 0° und 100° erhalten.

Machen wir folgende Hypothesen, welche ich Kürze halber die Hypothesen A nennen will:

1. Die Molecüle sollen sich bei den Zusammenstöſsen nur verschwindend wenig lebendige Kraft intramolecularer Bewegung mittheilen.

2. Die mittlere lebendige Kraft der progressiven und auch die der intramolecularen Bewegung der Molecüle habe in der Schicht von 0° denselben Werth, als ob das ganze Gas ruhend und in allen Theilen gleichförmig 0° hätte, in der Schicht von 100° aber denselben Werth, als ob das ganze Gas 100° hätte; dann würde schon in Folge Diffusion der Gasmolecüle durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit eine gewisse lebendige Kraft intramolecularer Bewegung getragen, welche folgendermaaſsen gefunden werden kann. In den weiteren Studien fand ich für den Fall der Diffusion, daſs die Anzahl der Molecüle, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 geht, den Werth

$$-Nu = \frac{pp_*}{A_1 k \varrho \varrho_* (p + p_*)} \frac{dN}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

besitzt. Nehmen wir an, wir hätten nur ein Gas, dessen Molecüle aber eine gewisse Eigenschaft, z. B. eine Elek-

trisirung besitzen, von der wir aber annehmen, dafs sie die Molecularbewegung nicht alterirt. Die Elektricitätsmenge auf einem Molecüle von den Coordinaten xyz sey $E = Ax + B$, wobei A und B Constanten sind. Jetzt wird Elektricität durch Diffusion durch die verschiedenen Querschnitte durchgeführt, und die Formel (5) liefert die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 gehende Elektricitätsmenge, wenn wir schreiben $\frac{p}{\varrho}$ für $\frac{p_*}{\varrho_*}$, p für $p + p_*$, k_1 für k, $N\frac{dE}{dx}$ für $\frac{dN}{dx}$. Diese Elektricitätsmenge ist also

$$-\frac{pN}{A_1 k_1 \varrho^2} \frac{dE}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5a).$$

Wenn wir statt E die lebendige Kraft der intramolecularen Bewegung eines Molecüls setzen, so erhalten wir die lebendige Kraft intramolecularer Bewegung, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 geht, und die wir mit H bezeichnen wollen. Sey l die mittlere lebendige Kraft der progressiven Bewegung eines Molecüls, so ist $(\beta - 1)\, l = \frac{5 - 3\gamma}{3(\gamma - 1)}\, l$ die der intramolecularen, daher

$$H = \frac{pN}{A_1 k_1 \varrho^2} (\beta - 1) \frac{dl}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Ferner ist, wenn B eine Constante bedeutet,

$$l = BT,$$

also

$$H = \frac{pN}{A_1 k_1 \varrho^2} (\beta - 1) B \frac{dT}{dx}$$

und, da N die Molecülzahl in der Volumeinheit bedeutet,

$$p = \frac{Nmc^2}{3}$$

$$\frac{3}{2} p \cdot \frac{1}{Nm} \cdot m = l = BT = \frac{3}{2} \frac{p}{\varrho} m,$$

woraus

$$B = \frac{3pm}{2\varrho T}$$

und

$$H = \frac{3p^2 Nm}{2 A_1 k_1 \varrho^3 T} \frac{dT}{dx} = \frac{3p^2}{2 A_1 k_1 \varrho^2 T} (\beta - 1) \frac{dT}{dx}.$$

Multiplicirt man diese Gröfse mit $\frac{J}{\frac{dT}{dx}}$ und addirt sie zu

$$C_{prog} = \frac{5}{4} \frac{p^2 J}{A_2 k_1 \varrho^2 T},$$

so erhält man die durch $\frac{dT}{dx}$ dividirte Wärmemenge, welche unter der Hypothese A in der Zeiteinheit durch den Querschnitt 1 gehen würde, und welche wir mit C_{dif} bezeichnen wollen. Es ist also

$$C_{dif} - C_{prog} = \frac{3}{2}(\beta - 1)\frac{p^2 J}{A_1 k_1 \varrho^2 T},$$

wogegen

$$C_{total} - C_{prog} = \frac{5}{4}(\beta - 1)\frac{p^2 J}{A_2 k_1 \varrho^2 T}$$

ist. $\beta - 1$ ist gleich $\frac{5 - 3\gamma}{3(\gamma - 1)}$. $A_1 = 2{,}6595$, $A_2 = 1{,}3682$.

Endlich hat man

$$C_{\frac{8}{13}} - C_{prog} = \frac{15}{4} \cdot \frac{\beta - 1}{13} \frac{p^2 J}{A_2 k_1 \varrho^2 T}.$$

Für Luft ist $\beta = 1\frac{2}{3}$, daher

$$C_{dif} - C_{prog} = 0{,}514 \frac{p^2 J}{A_2 k_1 \varrho^2 T}$$

$$C_{total} - C_{prog} = 0{,}833 \frac{p^2 J}{A_2 k_1 \varrho^2 T}$$

$$C_{\frac{8}{13}} - C_{prog} = 0{,}192 \frac{p^2 J}{A_2 k_1 \varrho^2 T}.$$

Man sieht also, dafs um Uebereinstimmung mit der Erfahrung zu erlangen, angenommen werden mufs, dafs die intramoleculare Bewegung noch weit weniger zur Wärmeleitung beiträgt, als sie nach der Hypothese A dazu beitragen würde. Daraus würde folgen, dafs, wenn eine Schicht einer cylindrischen Gasmasse constant bei einer Temperatur, z. B. 0°, die andere bei einer anderen, z. B. 100°, erhalten würde, die intramoleculare Bewegung nicht in der ersten Schicht so grofs wie in einer Gasmasse seyn könnte, die in allen Theilen 0° hat und auch nicht in der zweiten Schicht so grofs, wie in einer Gasmasse von 100°, sondern dafs die intramoleculare Bewegung in

allen Schichten weit näher einem Mittelwerthe stände, z. B. der in einem Gase herrschenden intramolecularen Bewegung, dafs durchweg die Temperatur 50° hat. Es schiene sich also hienach die intramoleculare Bewegung nur langsam mit der progressiven auszugleichen. Hiebei ist aber noch eines zu bemerken. Da das Ausgleichsbestreben zwischen der lebendigen Kraft der progressiven und intramolecularen Bewegung umsomehr zur Wirksamkeit kommt, je dicker die Gasschicht ist, durch welche die Wärme geleitet wird, so könnte, wenn sich thatsächlich die intramoleculare Bewegung nur so wenig an der Wärmeleitung betheiligen würde, die Wärmeleitungsconstante nicht vollkommen unabhängig von der Dicke der leitenden Schicht herauskommen. Ein Versuch Stefan's scheint zwar die Unabhängigkeit der Wärmeleitungsconstante von der Dicke zu bestätigen, doch glaube ich, dafs bei der Schwierigkeit der betreffenden Versuche noch weitere Experimente hierüber abzuwarten sind, und erlaube mir daher blofs, die Differentialgleichungen mitzutheilen, deren Gültigkeit mir für diesen Fall am wahrscheinlichsten scheint. Sey c die specifische Wärme der Gewichtseinheit des Gases bei constantem Volumen, T die absolute Temperatur in Celsius'schen Graden, p die progressive, i die intramoleculare lebendige Kraft in der Gewichtseinheit, alle übrigen Buchstaben haben dieselbe Bedeutung, wie im zweiten Abschnitte meiner weiteren Studien, dann ist

$$c\,d\,T = \beta J d p.$$

Die durch die Einheit des Querschnittes in der Zeiteinheit gehende progressive lebendige Kraft

$$\frac{C_{prog}}{J}\frac{dT}{dx} = \frac{C_{prog}}{J} \cdot \frac{\beta . J}{c}\frac{dp}{dx}.$$

Der Betrag der lebendigen Kraft, welche sich in der Zeiteinheit aus progressiver in innere Bewegung verwandelt, sey $A\,[(\beta - 1)\,p - i]$. Die in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes gehende lebendige Kraft intramolecularer Bewegung aber ist nach Formel (5a)

$$\frac{pN}{A_1 k_1 \varrho^2}(\beta - 1)\frac{dl}{dx},$$

oder da $i = \frac{N}{\varrho}(\beta - 1)\, l$,

$$\frac{p}{A^1 k_1 \varrho}\, \frac{di}{dx}.$$

Daraus ergeben sich für die Veränderung von p und i leicht folgende partielle Differentialgleichungen:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta}{c\varrho} C_{pro} \frac{d^2 p}{dx^2} + A\,[i - (\beta - 1)p]$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{p(1+\lambda)}{A_1 k_1 \varrho^2} \frac{d^2 i}{dx^2} + A\,[(\beta - 1)p - i].$$

Die Constante λ rührt daher, dafs wir annehmen, dafs sich bei den Zusammenstöfsen die stofsenden Molecüle auch etwas intramoleculare Bewegung mittheilen. Für eine feste Wand von der Temperatur T dürften etwa folgende Gränzbedingungen gelten:

$$\frac{dp}{dx} + ET - Fp - Gi = 0$$

$$\frac{di}{dx} + HT - Kp - Li = 0,$$

wo E, F, G, H, K, L Constanten sind, und zwar

$$F = E\frac{\beta J}{e} - G(\beta - 1),\; K = H\frac{\beta J}{c} - L(\beta - 1).$$

Vielleicht genügt es aber $\lambda = 0$ zu setzen, und als Gränzbedingungen

$$p = MT,\; \frac{di}{dx} = 0$$

anzunehmen, wobei M wieder eine Constante ist.

Ich bemerke übrigens, dafs alle diese Schlüsse wesentlich darauf basiren, dafs zwei *Molecüle* während eines Zusammenstofses in der von Maxwell (*Phil. mag.* 4. *Ser. vol* 35) vorausgesetzten Weise aufeinander wirken. Da für ein anderes Wirkungsgesetz die exacte numerische Berechnung bisher noch nicht gelungen ist, so läfst sich gegenwärtig nicht bestimmen, wie sich die Formeln für ein anderes Wirkungsgesetz gestalten würden. Doch ist sehr wohl möglich, dafs dann die Wärmeleitungsconstante mit

einem anderen numerischen Factor behaftet erschiene, wodurch dann auch alle anderen Consequenzen wesentlich verändert werden.

Der Verf. publicirte gleichzeitig in der Wien. Akad. eine Abhandlung „über das Wärmegleichgewicht in Gasen, auf welche äufsere Kräfte wirken“ worin er durch Rechnung nachwies, dafs durch dieselben weder die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Richtungen noch der verschiedenen Gröfsen der Geschwindigkeiten, sondern blofs die Dichtigkeit in den verschiedenen Volumelementen beeinflufst wird.

VII. *Notiz zur Theorie der Interferenzerscheinungen; von O. Chwolson, Cand. Univ. Petrop.*

Die bei der Interferenz zweier Lichtstrahlen theoretisch abzuleitende Lichtstärke F ist bekanntlich eine einfach periodische Function des Phasenunterschiedes; die auf einander folgenden Maxima und Minima sind untereinander gleich. In Wirklichkeit zeigt es sich aber, dafs mit wachsendem Phasenunterschiede die Maxima dunkler, die Minima heller werden, in Folge dessen die Deutlichkeit der Interferenzstreifen abnimmt und die ganze Erscheinung mehr und mehr verschwimmt. Die gewöhnliche Interferenzformel ist somit richtig nur bis zu einem Gangunterschiede von Einer Wellenlänge. Man kann aber für F eine Formel aufstellen, welche nicht nur die abwechselnden Maxima und Minima zeigt, sondern *auch die Veränderungen der Letzteren* bis zum Erlöschen der ganzen Erscheinung. Allerdings müfsten nach dieser Formel bei weiter wachsendem Gangunterschiede die verschwundenen Streifen allmählich wieder hervortreten, was bisher

wenigstens nie beobachtet worden ist; trotzdem bietet die Formel eine gröſsere Annäherung an die Wirklichkeit als die gewöhnlich übliche, welche, wie erwähnt, bei einem Gangunterschiede von zwei Wellenlängen ein mit der Beobachtung nicht mehr völlig stimmendes Resultat giebt.

Da die Ursache des Widerspruches zwischen Rechnung und Beobachtung darin liegt, daſs letztere von der Annahme *homogener* Strahlen ausgeht, so werden wir annehmen, daſs wir nicht mit einzelnen, homogenen Strahlen, sondern mit Strahlencomplexen zu thun haben, in welchen Strahlen von allen möglichen Wellenlängen zwischen $B-\tau$ und $B+\tau$ enthalten sind. Hier ist B die Wellenlänge eines mittleren Strahles und τ eine, im Vergleiche zu B sehr kleine Gröſse. Die Entfernung y des Theilchens von der Ruhelage zur Zeit t ist gleich

$$y = \Sigma a \sin \frac{2\pi t}{x},$$

wo x von $B-\tau$ bis $B+\tau$ variirt. Wir fassen nun die Strahlen paarweise zusammen, so daſs in jedem Paar der Unterschied in den Wellenlängen gerade τ beträgt und nehmen an, daſs die Paare unter einander identisch seyen.

Wir ziehen also die Unhomogenität des Strahles wohl in Betracht, vernachlässigen aber den Umstand, daſs die Wellenlängen in den verschiedenen Strahlenpaaren unter einander wieder ein wenig verschieden seyn werden. Vernachlässigen wir hierbei τ im Vergleiche zu B, so erhalten wir, wenn $\frac{B}{\tau} = r$ (eine sehr groſse Zahl) gesetzt wird

$$y = A \cos \frac{\pi t}{Br} \sin 2\pi \frac{t}{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1);$$

hier ist A die Amplitude für den Fall von homogenem Licht. Wir erhalten somit eine Schwingung mit der veränderlichen Amplitude

$$S = A \cos \frac{\pi t}{Br} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

die zwischen Null und A schwankt. Von einem Maximum der Amplitude bis zur nächsten vergeht die Zeit Br; es

finden also r Schwingungen statt, deren Gesammtheit wir eine *Schwebung* nennen werden. Die Lichtstärke F ist proportional dem Quadrat der gröfsten Amplitude, also kurz

$$F = A^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Betrachten wir nun die bei der Interferenz zweier solcher Büschel sich zeigenden Erscheinungen. Es seyen x und x' die von den beiden Strahlen durchlaufenen Wege, dann sind deren Gleichungen

$$Y = A \cos \frac{\pi}{r}\left(\frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda}\right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

und

$$Y' = A \cos \frac{\pi}{r}\left(\frac{t}{B} - \frac{x'}{\lambda}\right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{B} - \frac{x'}{\lambda}\right),$$

wenn λ die Wellenlänge des mittleren Strahls bedeutet; $x - x'$ ist der Gangunterschied. Setzt man

$$\left.\begin{aligned} \frac{\pi}{r}\left(\frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda}\right) &= \alpha \\ 2\pi \frac{x - x'}{\lambda} &= \delta \end{aligned}\right\} \quad (4),$$

so erhält man für die Amplitude S der resultirenden Schwingung unsere Hauptformel

$$S^2 = A^2 \left\{ \cos^2\alpha + \cos^2\left(\alpha + \frac{\delta}{2r}\right) + 2\cos\alpha \cos\left(\alpha + \frac{\delta}{2r}\right)\cos\delta \right\} \quad (5),$$

wo α von der Zeit und δ vom Gangunterschiede abhängt. Setzt man $r = \infty$, so ist $\alpha = 0$ und man erhält die gewöhnliche Interferenzformel. Es ist nun S an verschiedenen Punkten, d. h. bei verschiedenen δ näher zu untersuchen.

I. *Es sey* $x - x' = n\lambda$, also $\delta = 2n\pi$. In diesen Punkten giebt die gewöhnliche Theorie ein von n unabhängiges Maximum der Lichtstärke gleich $4A^2$. Die Formel (5) aber giebt die Amplitude

$$S_1 = A\left[\cos\frac{\pi}{r}\left(\frac{t}{B} - \frac{x}{\lambda}\right) + \cos\frac{\pi}{r}\left(\frac{t}{B} - \frac{x'}{\lambda}\right)\right]$$

oder

$$S_1 = 2A \cos\frac{n\pi}{2r} \cdot \cos\frac{\pi}{r}\left(\frac{t}{B} - \frac{x'+x}{2\lambda}\right).$$

Diese Formel entspricht dem Ausdruck (2), nur dafs statt A wieder ein Product steht. S_1 schwankt zwischen Null und $2A\cos\frac{n\pi}{2r}$; die Lichtstärke F_1 ist also gleich

$$F_1 = 4A^2 \cos^2\frac{n\pi}{2r};$$

sie ist also von n abhängig und sinkt mit wachsendem n.

II. Es sey $x - x' = \frac{2n+1}{2}\lambda$, also $\delta = (2n+1)\pi$. Auf demselben Wege erhalten wir für die Lichtstärke:

$$F_2 = 4A^2 \sin^2\frac{(2n+1)\pi}{4r},$$

welche mit n wächst.

Ehe wir zur Untersuchung der Lichtstärken für beliebige Gangunterschiede $x - x'$ übergehen, wollen wir beweisen, dafs sich die Maxima und Minima nicht etwa *verschoben* haben, dafs die Lichtstärke nirgends Null seyn kann. Die Bedingung $S = 0$ kann nämlich auf die Form

$$\left\{\frac{\cos\alpha - \cos\left(\alpha + \frac{\delta}{2r}\right)}{2\cos\frac{\delta}{2}}\right\}^2 = -\cos\alpha\cos\left(\alpha + \frac{\delta}{2r}\right)$$

gebracht werden, welche, da die linke Seite *positiv* ist, für *jedes* α nur bei $\delta = 2r\pi$ d. h. bei $x - x' = r\lambda$ erfüllt seyn kann. Innerhalb der ersten r Streifen, wo r eine aufserordentlich grofse Zahl ist, kann somit die Lichtstärke nirgend Null seyn.

Um nun S für beliebiges δ zu untersuchen, stellen wir die Gleichung $\frac{\partial(S^2)}{\partial\alpha} = 0$ auf, welche die Form hat:

$$\operatorname{tg}^2\alpha - 2\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{cotg}\frac{\delta}{2r} = 1.$$

Ihre Wurzeln sind

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{\delta}{4r}, \\ \alpha_2 &= \frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{4r} \end{aligned}\right\} \quad (6).$$

Dies in (5) eingesetzt ergiebt für beliebiges δ das Maximum und Minimum der Amplitude:

$$\left.\begin{aligned} S_1' &= 2A\cos\frac{\delta}{4r}\cos\frac{\delta}{2} \\ S_2' &= 2A\sin\frac{\delta}{4r}\sin\frac{\delta}{2} \end{aligned}\right\} \quad (7).$$

Setzt man aber die (6) in den zweiten Differentialquotienten von S nach α ein, so erhält man die zwei Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \Omega_1 &= -4\left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right) \\ \Omega_2 &= +4\left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right) \end{aligned}\right\} \quad (8).$$

Dies zeigt, dafs

1) in denjenigen Punkten, in welchen $\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r} > 0$, ist das Maximum der Amplitude durch S_1', das Minimum durch S_2' ausgedrückt; folglich ist die Lichtstärke gleich

$$F_1' = 4A^2\cos^2\frac{\delta}{4r}\cos^2\frac{\delta}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (9);$$

2) in denjenigen Punkten, in welchen $\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2} < 0$, ist das Maximum durch S_2', das Minimum durch S_1' ausgedrückt; folglich ist die Lichtstärke gleich

$$F_2' = 4A^2\sin^2\frac{\delta}{4r}\sin^2\frac{\delta}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Längs der Curve, welche die Interferenzstreifen senkrecht durchschneidet, ändert sich $\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}$ beständig und wird bald positiv, bald negativ, so dafs man für die Lichtstärke bald (9), bald (10) zu gebrauchen hätte. Ehe wir zur *Wegschaffung* dieses Uebelstandes gehen, wollen wir eine interessante Punktreihe betrachten, nämlich diejenige, für welche

$$\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

ist. Die Wurzeln von (11) sind

$$\delta_0 = \left.\begin{matrix} (2n+1)\pi \dfrac{2r}{2r+1}, \\ (2n+1)\pi \dfrac{2r}{2r-1} \end{matrix}\right\} \quad . \quad . \quad (12),$$

wo n eine beliebige ganze Zahl ist. Ich nenne jene Punkte Aequivalenzpunkte. Sie liegen, wie (12) zeigt, paarweise zu beiden Seiten der sub II betrachteten Punkte, für welche $\delta = (2n+1)\pi$, also $\lambda = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$. Die Entfernung Δ der beiden Punkte eines solchen Paares wird ausgedrückt durch

$$\Delta = 4\pi \frac{2n-1}{r},$$

sie wächst also mit n.

Um zu bestimmen, welche Bewegung in den Aequivalenzpunkten stattfindet, haben wir in (7) zu setzen $\delta = \delta_0$ und $\cos\delta_0 = -\cos\frac{\delta_0}{2r}$. Dies giebt

$$S_1' = 2A\cos\frac{\delta_0}{4r}\cos\frac{\delta_0}{2} = A\sqrt{\left(1+\cos\frac{\delta_0}{2r}\right)(1+\cos\delta_0)}$$

$$= A\sqrt{\left(1+\cos\frac{\delta_0}{2r}\right)\left(1-\cos\frac{\delta_0}{2r}\right)} = A\sin\frac{\delta_0}{2r}$$

und ebenso

$$S_2' = A\sin\frac{\delta_0}{2r}$$

d. h. also

$$S_1' = S_2' = A\sin\frac{\delta_0}{2r}.$$

Das Maximum der Amplitude ist gleich ihrem Minimum, *es findet also in den Aequivalenzpunkten eine Schwingung statt mit constanter Amplitude, als hätten wir nicht zwei interferirende unhomogene Strahlencomplexe, sondern einen homogenen Strahl, von der Intensität*

$$A^2\sin^2\frac{\delta_0}{2r} = A^2\sin^2\frac{2n+1}{2r\pm1}\pi.$$

Die Formeln (9) und (10) können leicht in eine zusammengefaſst werden, wenn man mit abs. bezeichnet, daſs der Ausdruck, vor welchem diese Buchstaben stehen, seinem absoluten Werthe nach, unabhängig vom Vorzeichen,

genommen werden soll. (9) und (10) lassen sich leicht in die Form:

$$F_1' = A^2 \left[1 + \cos\frac{\delta_0}{2r}\cos\delta + \left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right)\right],$$

$$F_2' = A^2 \left[1 + \cos\frac{\delta}{2r}\cos\delta - \left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right)\right]$$

bringen.

Die erste Formel giebt uns die Lichtstärke, wenn $\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r} > 0$, die zweite wenn $\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r} < 0$ ist. Beide Formeln können somit *durch den allgemeinen Ausdruck*

$$F = A^2 \left[1 + \cos\frac{\delta}{2r}\cos\delta + \text{abs.}\left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right)\right]$$

ersetzt werden, welcher uns die Lichtstärke für beliebige δ *giebt.*

Durch dieselben Betrachtungen erhalten wir aus (7) die allgemeinen Formeln *für das Maximum der Amplitude*

$$S_1 = A \sqrt{1 + \cos\frac{\delta}{2r}\cos\delta + \text{abs.}\left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right)} \quad (14)$$

und für das Minimum

$$S_2 = A \sqrt{1 + \cos\frac{\delta}{2r}\cos\delta - \text{abs.}\left(\cos\delta + \cos\frac{\delta}{2r}\right)} \quad (15),$$

als Functionen von δ.

Wenn also zwei Strahlencomplexe, in deren jedem die Amplitude von Null bis A sich verändert, interferiren, so erhalten wir eine Schwingung mit einer Amplitude, die zwischen einem Maximum S_1 *und einem Minimum* S_2 *sich verändert, welche ihrerseits Functionen des Gangunterschiedes sind. Das Minimum* S_2 *ist Null in denjenigen Punkten, in welchen der Gangunterschied gleich* $n\frac{\lambda}{2}$ *ist, wo n eine ganze Zahl; in diesen Punkten hat also die Schwingung denselben Charakter, wie bei nur Einem Strahlencomplexe. Andererseits existirt eine Punktreihe, für welche* $S_1 = S_2$, *die Amplitude constant ist, die Schwingung also denselben Cha-*

rakter hat wie bei einem homogenen Strahle. Diese Punkte werden definirt durch den Gangunterschied

$$x - x' = \frac{2n+1}{2r \pm 1} r \lambda.$$

Die gesuchte allgemeine Formel für die Lichtstärke als die Function des Gangunterschiedes ist gefunden in (13).

Eine einfache Untersuchung der Gröfse $\frac{\partial F}{\partial \delta}$ zeigt nun, dafs mit Vernachlässigung äufserst kleiner Gröfsen Maximum und Minimum der Lichtstärken auch jetzt in den sub I und II betrachteten Punkten liegen werden, in welchen wir

$$F_1 = 4 A^2 \cos^2 \frac{n\pi}{2r}$$

$$F_2 = 4 A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{2r}$$

gefunden haben. Bei $n = \frac{r}{2}$ wird $F_1 = F_2$, die Interferenzstreifen verschwinden total.

St. Petersburg den $\frac{4}{16}$ Dec. 1875.

VIII. *Ueber die Tiefe der Bilder bei optischen Apparaten; von Dr. Hugo Krüfs in Hamburg.*

(Vom Verfasser aus der Zeitschrift des Akademischen Vereins der Polytechniker zu Hannover [1]) mitgetheilt.)

Vor Kurzem veröffentlichte ich unter dem obigen Titel eine Arbeit über ein Thema der Dioptrik, welchem bisher noch wenig Beachtung geschenkt wurde. In einem Aufsatze „Das Prüfen und Wählen der Photographen-Objective“ von Dr. Adolph Steinheil [2]) findet sich eine Discussion dieses Gegenstandes, soweit derselbe in dem vorliegenden Falle in Betracht kam; die mathematischen

1) Helwing'sche Hofbuchhandlung, Hannover.

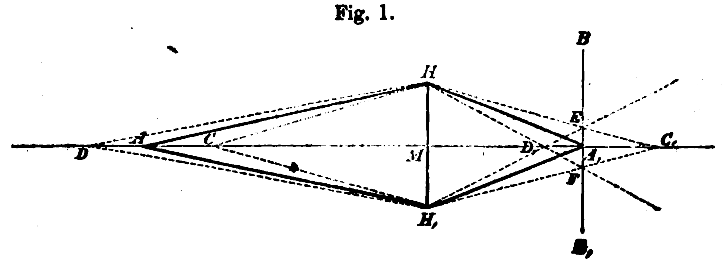
2) Photographische Correspondenz No. 57, März 1869, S. 59.

Entwicklungen, an welche sich die Schlufsfolgerungen knüpfen, sind jedoch, als für den Zweck nicht erforderlich, an jener Stelle fortgelassen. Die Tabelle, aus deren Daten Steinheil die Gesetze über die Abhängigkeit der Tiefe von den Elementen eines optischen Systems ableitet, ist aber wohl nach ähnlichen Formeln berechnet wie die folgenden.

Man sagt, ***ein Apparat liefert tiefe Bilder, wenn er von ungleich weit entfernten Objecten in derselben Ebene gleichzeitig deutliche Bilder zu erzeugen vermag.*** Es ist klar, dafs eine Tiefe der Bilder unmöglich ist, wenn absolut scharfe Bilder verlangt werden. Diese Forderung wird aber nie gestellt, es genügt, wenn die Bilder so deutlich sind, dafs ihre Undeutlichkeit von einem normalen Auge nicht mehr erkannt wird.

Es sey nun in Fig. 1 das brechende System, gleichviel welcher Art dasselbe sey, mag es aus einer einzigen Linse bestehen, mag es ein achromatisches Objectiv oder mag es vielfach zusammengesetzt seyn, wie ein photographischer Apparat, nur dargestellt durch die gerade

Fig. 1.



Linie HH_1, welche man sich als Durchschnitt einer Hauptpunktsebene mit der Ebene der Zeichnung vorstellen kann. Die Oeffnung des Systems sey dargestellt durch die Länge der Linie HH_1 und die auf der Mitte derselben senkrecht stehende Gerade AA_1 sey die optische Axe des Systems. Das Bild des Axenpunktes A liege in A_1, d. h. alle Strahlen (AH bis AH_1), welche von A aus auf das System fallen, sollen sich in A_1 wieder vereinigen; es wird also ein vollkommen fehlerfreier optischer Apparat

vorausgesetzt. Die Bilder aller Punkte der Axe, welche näher oder weiter entfernt liegen als A, werden nun nicht in die durch den Bildpunkt A_1 zur Axe senkrecht gelegte Ebene BB_1 fallen können, sie werden weiter oder näher zur Linse liegen als A_1. Durch die Unfähigkeit des Auges, einen kleinen Kreis von einem Punkte zu unterscheiden, oder vielmehr durch seine Fähigkeit, einen Kreis von bestimmtem kleinen Durchmesser noch als Punkt zu sehen, ist es aber möglich, daſs das betrachtende Auge die Bilder der Punkte C und D, welche eigentlich in C_1 und D_1 liegen, in der Ebene des Bildes A_1 ebenso deutlich eingestellt sieht wie A_1 selbst. Es ist hierzu nur erforderlich, daſs die von C resp. von D kommenden Strahlen, welche sich nach der Brechung in C_1 resp. in D_1 wieder vereinigen, in der Ebene BB_1 Zerstreuungskreise bilden, deren Durchmesser so klein ist, daſs sie vom einstellenden Auge als Punkte wahrgenommen werden.

Nimmt man an, daſs EF gleich dem Maximum (d) dieses Durchmessers seyn soll, so findet man daraus leicht die demselben entsprechenden Bildpunkte C_1 und D_1 und die zugehörigen Objectpunkte C und D. Es ist dann die Strecke CD die Tiefe (T) des Apparates, wenn A streng eingestellt ist, wobei man AC die Tiefe in die Nähe (t_n) und AD die Tiefe in die Ferne (t_f) nennen kann.

Es sey die Brennweite des Systems $= p$, die Oeffnung $HH_1 = o$, die Objectabstände $AM = a$ und $CM = a'$, die Bildabstände $MA_1 = a_1$ und $MC_1 = a'_1$. Dann ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\left\{\begin{array}{ll} 1) & \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1} = \frac{1}{p} \\ 2) & \frac{1}{a'} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{p} \\ 3) & \frac{a'_1 - a_1}{d} = \frac{a'_1}{o}. \end{array}\right.$$

Die ersten beiden Gleichungen stellen die allgemein bekannte Beziehung dar zwischen der Brennweite des Systems und zwei conjugirten Vereinigungsweiten; die dritte

Gleichung ergiebt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke HC_1H_1 und EC_1F.

Aus diesen drei Gleichungen findet sich die Tiefe in die Nähe, d. i. die Differenz $a - a'$ mit Leichtigkeit:

$$t_n = \frac{ad(a-p)}{op + d(a-p)}.$$

Auf die analoge Weise ergiebt sich die Tiefe in die Ferne:

$$t_f = \frac{ad(a-p)}{op - d(o-p)}$$

und die Gesammttiefe des Apparates:

$$T = \frac{2aopd(a-p)}{o^2 p^2 - d^2 (a-p)^2}.$$

Aus der Betrachtung dieser Formel gehen alle Gesetze über den Zusammenhang der Tiefe und der Elemente des Systems hervor, welche Steinheil aus seinen Beispielen ableitet. Vernachlässigt man die Gröfse $d^2 (a-p)^2$, welche im Verhältnifs zu den übrigen immer sehr klein ist, so erlangt man die einfachere Formel

$$T = \frac{2a(a-p)d}{op}.$$

Hieraus folgt, dafs die *Tiefe der Bilder* eines Apparates *proportional* ist der Gröfse d, d. i. dem Maximaldurchmesser des noch als Punkt wahrgenommenen Zerstreuungskreises. Ferner ist sie *proportional dem Producte* $a(a-p)$ oder dem Producte aus der Entfernung des Objectes und der Differenz dieser Entfernung und der Brennweite. Ist a sehr grofs im Vergleich zu p, so kann man die Tiefe als proportional dem Quadrate der Entfernung des Objectes annehmen. Endlich ist die Tiefe bei gleichem Objectabstand *umgekehrt proportional der wirksamen Oeffnung des Systems* und *nahezu umgekehrt proportional der Brennweite* desselben.

Hier scheine ich in directem Widerspruch mit Steinheil zu stehen, denn Steinheil sagt[1]): „Hieraus folgt, dafs die Tiefe der Bilder von der Helligkeit und vom

1) l. c. S. 64.

Gröfsenverhältnifs zwischen Object und Bild, *aber nicht von der Brennweite des Objectives abhängig ist*". Diese Bemerkung Steinheil's gründet sich jedoch auf der Voraussetzung, dafs die Helligkeit und das Gröfsenverhältnifs zwischen Object und Bild nicht geändert werde, denn die Beispiele, aus deren Vergleich er seinen Schlufs ableitet, beziehen sich auf verschiedene Brennweiten des Systems bei derselben Helligkeit und derselben Vergröfserung. In demselben Verhältnifs, in welchem nun die Brennweiten in den verschiedenen Fällen zu einander stehen, in demselben Verhältnifs stehen demnach die Oeffnungen (gleiche Helligkeit) und die Objectabstände (gleiche Vergröfserung) und da die Tiefe umgekehrt proportional ist der Oeffnung und der Brennweite, aber gerade proportional dem Quadrate des Objectabstandes, so mufs in den von Steinheil derartig zusammengestellten Fällen die Tiefe unverändert bleiben.

Zur Veranschaulichung der angeführten Verhältnisse möge folgende Zusammenstellung dienen, welche derjenigen Steinheil's sehr ähnlich ist.

p	o	a	d	t_n	t_f	T
100	20	1700	0,02	26,7	27,6	54,3
200	20	1700	0,02	12,4	12,9	25,3
100	10	1700	0,02	52,7	56,2	108,9
100	20	3400	0,02	108,6	119,1	227,7
100	20	1700	0,04	52,7	56,2	108,9

Die geringen Abweichungen der in dieser Tabelle enthaltenen Werthe von der oben abgeleiteten Proportionalität rühren her von der Berücksichtigung des vorher vernachlässigten Gliedes im Nenner von T. Die Tiefe in die Ferne ist immer etwas gröfser als die Tiefe in die Nähe, da der Nenner von t_f um $2d(a-p)$ kleiner ist als derjenige von t_n.

Bisher war ein vollkommen fehlerfreier optischer Apparat vorausgesetzt. Es ist leicht ersichtlich, dafs die Tiefe der Bilder durch die Fehler des Apparates verrin-

gert wird. Wenn z. B. das Bild nicht eben ist, so wird gewöhnlich eine mittlere Einstellung zwischen der Mitte des Bildes und seinem Rande gewählt, diese Verrückung aus dem scharfen Bilde geht natürlich an der Tiefe verloren.

Ein ganz besonderes Interesse verdient die Anwendung der obigen Erörterungen auf das menschliche Auge. Hier ist die Sache jedoch etwas verwickelter, da das Auge für jede Entfernung des Objectes accommodirt; seine Wirkung entspricht demgemäfs einem System von veränderlicher Brennweite p_1, welche abhängig ist von der Entfernung a, für welche accommodirt wird. Es ist nämlich

$$p_1 = \frac{ap}{a + p}.$$

Vollzieht man noch einige aus dieser Betrachtung hervorgehende Aenderungen, so erlangt man für das auf einen Punkt in der Entfernung a accommodirende Auge die Formeln

$$t_n = \frac{a^2 d}{op + ad}$$

$$t_f = \frac{a^2 d}{op - ad}$$

$$T = \frac{2a^2 dop}{o^2 p^2 - a^2 d^2}.$$

Zum Zwecke einiger Beispiele ist es nothwendig, für die Gröfsen d, o und p bestimmte Zahlenwerthe anzunehmen. Die hintere Brennweite p des Auges beträgt nach Helmholtz[1]) 19,875^{mm}, in Listing's[2]) schematischem Auge ist sie zu 20,0746^{mm} angenommen. Die Oeffnung o der Pupille ist sehr veränderlich, man kann sie zum Zwecke eines Beispiels gleich $\frac{1}{6}p$ annehmen. Den Maximaldurchmesser des noch als Punkt auf der Netzhaut wahrgenommenen Zerstreuungskreises hat man übereinstimmend ge-

1) H. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, Leipzig 1867, S. 111.

2) J. B. Listing, Dioptrik des Auges in R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie IV, 1854, S. 451.

funden mit dem Durchmesser der Zapfen der Netzhaut und für diesen haben verschiedene Forscher Werthe von $0,0034^{mm}$ bis $0,0068^{mm}$ ermittelt. Es sey deshalb angenommen

$$p = 20^{mm}$$
$$o = 3\tfrac{1}{3}^{mm}$$
$$d = 0,0050.$$

Dann wird

a	$t_{\shortparallel}$	$t_{\prime}$	T
25^{cm}	$4,61^{mm}$	$4,77^{mm}$	$9,38^{mm}$
40^{cm}	$11,68^{mm}$	$12,33^{mm}$	$24,02^{mm}$
100^{cm}	$70,26^{mm}$	$80,43^{mm}$	$150,69^{mm}$
∞			— 26,66 Meter.

Der Werth von T für $a = \infty$ hat eine etwas andere Bedeutung als diejenige, welche bisher der Tiefe beigelegt wurde. Es wird dadurch die Länge einer Strecke bezeichnet, deren Endpunkte je um $13\tfrac{1}{3}^{m}$ vor oder hinter der Netzhaut liegen, d. h. Strahlen, welche aus einem Punkte kommen, der um $13\tfrac{1}{3}^{m}$ vor dem Auge liegt, oder welche auf einen Punkt zielen, welcher um ebenso viel hinter demselben liegt, bilden auf der Netzhaut einen Zerstreuungskreis, der noch als Punkt erkannt wird. Es geht hieraus hervor, dafs das Auge keinerlei Accommodationsanstrengungen zu machen braucht, wenn die gesehenen Gegenstände mehr als $13\tfrac{1}{3}^{m}$ entfernt sind; wenn man meilenweit entfernte Gebirge deutlich sieht, so bildet sich *zugleich* ein Gegenstand, welcher nur $13\tfrac{1}{3}^{m}$ entfernt ist (sowie alle dazwischen liegende Gegenstände), auf der Netzhaut deutlich ab.

IX. *Neue constructive Bestimmung von Bild- und Gegenstandsweite bei sphärischen Linsen; von C. Bender.*

Die bekannte Gleichung für biconvexe Linsen ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \ldots\ldots \quad (1),$$

wenn f die Brennweite, a die Gegenstandsweite und b die Bildweite bedeutet.

Wir werden in Nachfolgendem eine ähnliche Gleichung entwickeln, welche uns zu einer neuen constructiven Methode führt.

Fig. 1.

Es sey Fig. 1 ein Dreieck mit den Seiten c und d und den von diesen Seiten eingeschlossenen Winkel φ gegeben. Man ziehe in diesem Dreieck eine beliebige Transversale f, wodurch der Winkel φ in die beiden Theile μ und ν getheilt werde. Es gilt nun die Gleichung

$$cd \sin\varphi = f\,(c \sin\nu + d \sin\mu)$$

oder

$$\frac{1}{f} = \frac{\sin\nu}{d\sin\varphi} + \frac{\sin\mu}{c\sin\varphi} \quad \ldots\ldots \quad (2).$$

Setzen wir nun:

$$\frac{\sin\nu}{d\sin\varphi} = \frac{1}{a}; \quad \frac{\sin\mu}{c\sin\varphi} = \frac{1}{b}$$

oder

$$\frac{a}{d} = \frac{\sin\varphi}{\sin\nu}; \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin\varphi}{\sin\mu} \quad \ldots\ldots \quad (3),$$

so gestatten uns diese Gleichungen (3) folgendes auszusprechen:

Sind c und d zwei beliebige Seiten eines Dreiecks, φ der von ihnen eingeschlossene Winkel, ist f die Größe

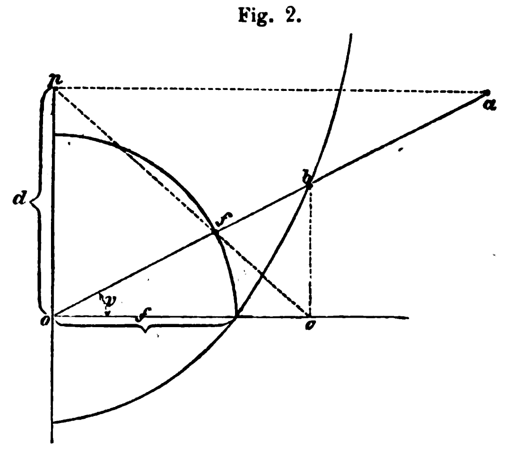
der Brennweite einer biconvexen sphärischen Linse, welche als Transversale des eben definirten Dreiecks auftritt und den Winkel φ in die Theile μ und ν theilt, so kann die Bildweite als Seite eines anderen Dreiecks angesehen werden, dessen zweite Seite c ist und dessen Winkel respective φ und μ sind. Das Dreieck, welches die Gegenstandsweite liefert, besitzt die Stücke a, d, φ, ν.

Da der Winkel φ beliebig ist, so werden wir ihn zweckmäſsig $= 90^0$ wählen und die Gleichungen (3) werden zu

$$a \sin \nu = d; \quad b \sin \mu = c. \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Um nun die Bildweite aus der Gegenstandsweite und der Brennweite der Linse zu bestimmen (Fig. 2), geben wir

Fig. 2.



dem einen Schenkel eines rechten Winkels die beliebige Gröſse d und ziehen in diesem Abstande eine Parallele zu dem andern Schenkel. Auf dieser Parallelen wählen wir denjenigen Punkt, welcher von dem Scheitel des rechten Winkels um die gegebene Gegenstandsweite a absteht und ziehen die Verbindungslinie. Auf dieser Verbindungslinie wird f abgetragen und der Endpunkt von f mit dem Endpunkte von d verbunden, wodurch bei gehöriger Verlängerung auf dem andern Schenkel des rechten Winkels die Gröſse c abgeschnitten wird. Eine Parallele

zu d von dem Endpunkte des c aus schneidet auf der Gegenstandsweite die gesuchte Bildweite ab.

Diese Construction ist allgemein gültig, man hat nur für d je nach der Gröfse der gegebenen Gegenstandsweite andere Werthe zu nehmen.

So lange $a > f$ kann $d > f$,
wenn $a = f$ mufs $d = f$,
wenn $a < f$ mufs $d < f$

gewählt werden.

Aus Fig. 2 folgt:

$$(af + fo) \cos v = d \operatorname{cotg} v,$$

woraus

$$af = \frac{d}{\sin v} - fo,$$

andererseits erhalten wir aus ähnlichen Dreiecken:

$$\frac{d}{of} = \frac{(of + fb) \sin v}{fb}.$$

Durch Substitution entsteht:

$$fb \,.\, fa = fo^2 \quad \ldots \ldots \quad (5),$$

eine Relation, welche zuerst von J. Müller[1]) angegeben wurde.

Lassen wir den Gegenstand (Lichtpunkt) aus dem Unendlichen kommen und sich dabei auf einer Parallelen zu dem Schenkel c in dem Abstande d bewegen, so beschreibt der Bildpunkt eine krumme Linie, welche ausgedrückt ist durch die Gleichung:

$$\frac{x^2}{f^2} + y^2\left(\frac{1}{f^2} - \frac{1}{d^2}\right) - \frac{2y}{d} = b,$$

wobei der Anfangspunkt der Coordinaten in dem Punkte o liegt und d zur Y-Axe, c zur X-Axe gewählt wurde. Wir erhalten nun für

$d > f$ eine Ellipse,
$d = f$ eine Parabel,
$d < f$ eine Hyperbel.

1) Pogg. Ann. Jubelband S. 460.

Wir haben in unserer Figur den ersten dieser drei Fälle gezeichnet. Die halbe grofse Axe der Ellipse ist $\frac{d^2 f}{d^2 - f^2}$ und die halbe kleine Axe $\frac{df}{\sqrt{d^2 - f^2}}$. Beide Ausdrücke sind leicht construirbar. Obige Gleichung (6) ist die Gleichung eines Kegelschnittes, auf den Brennpunkt bezogen. Der Punkt o ist also der Brennpunkt des betreffenden Kegelschnitts.

Betrachtungen dieser Art zeigen deutlich die Zusammengehörigkeit der drei Kegelschnittslinien, welche hier nach denselben constructiven Methoden erhalten werden. Sie gewähren weiter den Vortheil, zu analytisch geometrischen Aufgaben zu führen, welche sich *a priori* wohl kaum aufstellen lassen. So können wir hier folgenden Satz aufstellen:

Zieht man von dem Brennpunkt o eines Kegelschnitts einen beliebigen Radiusvector ob, projicirt denselben auf den verlängerten Parameter der Curve und verbindet den Endpunkt der Projection mit einem festen Punkte p der Hauptaxe, so ist der geometrische Ort des Schnittpunktes dieser Geraden pc mit dem Radiusvector ob ein Kreis, dessen Mittelpunkt im Brennpunkt liegt und dessen Radius gleich dem Parameter ist.

X. *Berichtigung betreffend die angebliche Vorzüglichkeit des Ebonits an Stelle des Glases bei Influenzmaschinen; von W. Holtz.*

Obwohl ich nur wenig Gewicht auf die Priorität einer Abänderung lege, welche sich nach den darüber angestellten Versuchen im Allgemeinen als wenig practisch erwiesen hat, so fühle ich mich doch durch die Art und

Weise, in welcher Hr. Mechaniker Schlosser in Königsberg die Benutzung von Ebonit an Stelle der Glasscheiben bei Influenzmaschinen als sein Verdienst reclamirt, veranlaſst, eine kleine Berichtigung eintreten zu lassen.

Bereits im Februar 1867 wanderte eine kleine von mir ausgedachte und von Hrn. Borchardt ausgeführte Cylinder-Influenzmaschine nach Paris, welche der Hauptsache nach aus einem festen und einem um diesen rotirenden Ebonitcylinder bestand. Diese Maschine wurde nebst verschiedenen anderen von Hrn. Borchardt auf der damaligen Weltausstellung ausgestellten Influenzmaschinen mit einem Preise bedacht, und sie findet sich in dem österreichischen Ausstellungsbericht (Klasse 10 bis 23, S. 139) des Hrn. Dr. Pisko ausführlich beschrieben. Man wird mir wohl einräumen, daſs ich die schwierige Ausführung dieser Maschine nicht unternehmen lieſs, ohne über die elektromotorische Wirkung von Ebonitscheiben bereits vollständig orientirt zu seyn. Schon damals jedoch zeigte sich, daſs die fragliche Masse aus verschiedenen Gründen wenig empfehlenswerth sey; und sie wurde nur gewählt, weil sich genau laufende Glascylinder nicht herstellen lassen, Ebonit aber genau laufend gedreht werden konnte. Diese Anschauung entsprach auch der Ansicht des Hrn. Prof. Poggendorff, welcher mehr oder weniger gleichzeitig mit mir Versuche mit Ebonitscheiben angestellt hatte. Hr. Borchardt hat später auf wiederholte Anfrage seiner Kunden diese Versuche fortgesetzt, aber namentlich wegen der groſsen Veränderlichkeit der Masse stets negative Resultate erhalten. Ich für meinen Theil würde übrigens solche Scheiben schon ihrer Undurchsichtigkeit halber verwerfen, welche namentlich für Schulen das Verständniſs der Maschine erschwert.

Gleichwohl bin ich noch einmal zur Construction einer Maschine übergegangen, in welcher nicht bloſs die Scheiben, sondern sämmtliche Theile mit Ausnahme der nothwendigen Leiter aus Ebonit bestanden. Dies geschah im Sommer 1874, als obenerwähnter Hr. Schlosser an

Hrn. Borchardt die Bitte gerichtet hatte, ihm eine besonders billige, wenn auch kleine Maschine zukommen zu lassen. Da ich zugleich prüfen wollte, wie klein die Dimensionen seyn dürften, um noch eine namhafte Wirkung zu erzielen, so gab ich der rotirenden Scheibe eine Gröſse von 140^{mm}; da aber eine so kleine Scheibe, um einigermaſsen wirksam zu seyn, nothwendig sehr schnell rotiren muſste, so durfte sie nur äuſserst leicht und von gleichmäſsiger Dicke seyn, Bedingungen, welche Glasscheiben leider nicht erfüllen. Das war der Hauptgrund, weshalb ich hier der Ebonitmasse den Vorzug gab. Ein anderer Grund war der, daſs die Maschine vermuthlich, gleichsam für den Jahrmarkt bestimmt, in Hände gerathen würde, für welche Glas seiner Zerbrechlichkeit wegen weniger angemessen sey. Durch Verlegung des Schnurrades unmittelbar hinter die feste Scheibe und durch eine besondere Vorrichtung, nämlich mit Hülfe zweier auf einmal verstellbaren Rollen, war dafür gesorgt, daſs das groſse Schnurrad, ohne einen wesentlichen Raum zu beanspruchen, und ohne, daſs das kleine etwa 10^{mm} groſse Schnurrad weniger als zur Hälfte umgespannt war, fast die Gröſse der rotirenden Scheibe hatte. Das letztere war nöthig, um die groſse Rotationsgeschwindigkeit ohne Schleifen der Schnur bewerkstelligen zu können. Die Wirkung war wohl den Dimensionen entsprechend, denn es lieſs sich, aber freilich nur bei günstiger Witterung, eine Funkenlänge von 35 bis 40^{mm} erhalten, und Hr. Schlosser hat sich in einem von 17. Sept. 1874 datirten Briefe über diese Funkenlänge zufrieden geäuſsert. Aber auch bei diesem Maschinchen zeigte sich die Unbrauchbarkeit des Ebonits, weil die Scheibe, was ich bei dem kleinen Durchmesser derselben kaum erwartet hatte, sich durch die elektrische Anziehung nicht nur momentan — so daſs sie zuweilen an der festen klebte —, sondern auch dauernd verbog. Auſserdem zeigte sie sich, trotzdem sie aus der besten käuflichen Sorte gewählt war, im unlackirten Zustande hygroskopischer, als gutes Glas, und konnte

alsdann nicht, wie eine Glasscheibe, erwärmt werden, weil Ebonit gegen nichts empfindlicher als gegen Temperaturveränderung ist.

Da sowohl in der zuerst genannten, als in der letzten Maschine weder von Hrn. Borchardt, noch von mir wesentliche Vorzüge entdeckt wurden — eben so wenig wie in der Anwendung laufender Gummi- oder Guttaperchabänder, welche ich gleichfalls in verschiedener Weise zur Construction von Influenzmaschinen benutzte —, so hielt ich es nicht für werth, darüber zu berichten. Jedenfalls glaube ich aber behaupten zu dürfen, daſs ich der erste war, welcher die Glasscheiben durch andere Isolatoren ersetzte, und daſs Hr. Schlosser am wenigstens die Priorität dieser Abänderung beanspruchen kann.

XI. *Ueber das Verhalten des elektrodynamischen Grundgesetzes zum Princip von der Erhaltung der Energie und über eine noch weitere Vereinfachung des ersteren; von R. Clausius.*

(Aus d. Schriften d. Niederrhein. Gesellsch. f. Natur- u. Heilkunde mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Das vor Kurzem von mir mitgetheilte neue elektrodynamische Grundgesetz bietet in Bezug auf seine Zulässigkeit und die etwa noch bestehende Möglichkeit einer Vereinfachung Veranlassung zu einer sehr wesentlichen Betrachtung, welche ich mir erlauben will ebenfalls mitzutheilen.

Zwei in Bewegung befindliche Elektricitätstheilchen e und e' mögen zur Zeit t die rechtwinkligen Coordinaten x, y, z und x', y', z' haben, und es sey zur Abkürzung gesetzt:

$$\xi = x - x', \quad \eta = y - y', \quad \zeta = z - z'.$$

Ferner bezeichne man den Abstand der beiden Theilchen von einander mit r, zwei gleichzeitig von ihnen durchlaufene Bahnelemente mit ds und ds', den Winkel zwischen denselben mit ε und die Geschwindigkeiten mit v und v'. Wenn dann die in die Coordinatenrichtungen fallenden Componenten der Kraft, welche das Theilchen e von dem Theilchen e' erleidet, durch Xee', Yee', Zee' dargestellt werden, so gelten zu ihrer Bestimmung Gleichungen, welchen ich in meiner vorigen Mittheilung zunächst folgende allgemeinere Form gab:

$$X = \frac{\xi}{r^3} - k\left(\frac{\xi}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\xi}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\xi}{dt}\right)$$

$$Y = \frac{\eta}{r^3} - k\left(\frac{\eta}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\eta}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\eta}{dt}\right)$$

$$Z = \frac{\zeta}{r^3} - k\left(\frac{\zeta}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\zeta}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\zeta}{dt}\right),$$

worin k die auf das Gröſsenverhältniſs zwischen der elektrodynamischen und der elektrostatischen Kraft bezügliche Constante ist, und n eine vorläufig unbestimmt gelassene Constante bedeutet.

Es entsteht nun die Frage, ob das durch diese Gleichungen ausgedrückte Kraftgesetz mit dem Princip von der Erhaltung der Energie vereinbar ist.

Wenn die elektrodynamische Einwirkung der beiden Theilchen auf einander durch einen zwischen ihnen befindlichen Stoff vermittelt wird, so ist es nicht durchaus nothwendig, daſs die Kräfte, welche die beiden einzelnen Theilchen erleiden, schon für sich allein jenem Princip genügen, da ja der vermittelnde Stoff auch an der Wirkung theilnimmt. Aber für die von geschlossenen galvanischen Strömen auf einander ausgeübten Wirkungen darf man, gemäſs den darüber bekannten Gesetzen, erwarten, jenes Princip auch ohne Mitberücksichtigung eines zwischen ihnen befindlichen Stoffes erfüllt zu finden.

Multiplicirt man nun die obigen Ausdrücke von X, Y und Z der Reihe nach mit $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dz}{dt}$, und ebenso die Ausdrücke, welche für die auf das Theilchen e' bezüglichen Componenten X', Y' und Z' in entsprechender Weise gebildet sind, mit $\frac{dx'}{dt}$, $\frac{dy'}{dt}$ und $\frac{dz'}{dt}$, addirt sie dann sämmtlich und multiplicirt die Summe noch mit dem Producte ee' und dem Zeitelement dt, so erhält man den Ausdruck der während dieses Zeitelementes von den beiden Kräften geleisteten Arbeit. Diesen Ausdruck kann man, wenn man die mit dem Factor n behafteten Glieder vorläufig fortläfst, in folgende Form bringen:

$$-d\,\frac{ee'}{r}\left[1-k\,(v^2+v'^2-vv'\cos\varepsilon)\right]-\frac{k}{2}\,\frac{ee'}{r}\,d\,(v^2+v'^2).$$

Hierin ist das erste Glied ein vollständiges Differential, wie es dem Princip von der Erhaltung der Energie entspricht, das zweite Glied dagegen erfüllt diese Bedingung noch nicht.

Betrachten wir nun aber zwei galvanische Stromelemente, welche sich irgendwie bewegen und in ihrer Intensität veränderlich seyn können, so haben wir anzunehmen, dafs sich in jedem dieser Elemente gleich viel positiver und negativer Elektricität befinde. Bezeichnen wir diese Elektricitätsmengen mit $+e$, $-e$, $+e'$, $-e'$ und combiniren $+e$ mit $+e'$, $+e$ mit $-e'$, $-e$ mit $+e'$ und $-e$ mit $-e'$, so haben wir für jede dieser vier Combinationen einen Ausdruck von der vorstehenden Form zu bilden und diese vier Ausdrücke zu addiren. Dabei erhalten wir aus dem letzten Gliede, welches durch Auflösung der Klammer in zwei zerfällt, im Ganzen acht Glieder, von denen je zwei gleich und entgegengesetzt sind, so dafs sie sich sämmtlich unter einander aufheben. Die Summe besteht dann also nur noch aus den dem ersten Gliede des vorstehenden Ausdruckes entsprechenden vier Gliedern, welche, wie schon gesagt, dem Princip von der Erhaltung der Energie genügen.

Was ferner noch die oben fortgelassenen, mit dem Factor n behafteten Glieder anbetrifft, so heben sich diese zum Theil ebenfalls schon in dem auf zwei einzelne Stromelemente bezüglichen Ausdrucke der Arbeit auf, und die übrig bleibenden werden bei der Integration über geschlossene Ströme Null.

Demnach sind die obigen Gleichungen in der Weise, wie es nach den experimentell feststehenden Thatsachen erforderlich ist, mit dem Princip von der Erhaltung der Energie im Einklange.

Ferner habe ich schon in meiner vorigen Mittheilung gesagt, es sey theoretisch am wahrscheinlichsten, dafs die Constante n den Werth Null habe. Dadurch fallen die zuletzt besprochenen, mit dem Factor n behafteten Glieder von selbst fort, und das Princip von der Erhaltung der Energie ist somit nicht nur für geschlossene Ströme, sondern auch für die einzelnen Elemente derselben erfüllt.

Aufser dieser Vereinfachung läfst sich nun aber noch eine zweite einführen, welche sich ebenfalls nur auf einen die Wirkungen eines geschlossenen galvanischen Stromes nicht beeinflussenden Bestandtheil der Formeln bezieht.

Ich bin schon bei der Ableitung der obigen Gleichungen in einigen wesentlichen Punkten von den bisherigen Anschauungen abgewichen. Ich habe nämlich nicht blos die relative Bewegung der beiden Elektricitätstheilchen, sondern auch ihre absoluten Bewegungen in Betracht gezogen, und ferner habe ich für die von den Theilchen auf einander ausgeübten elektrodynamischen Kräfte von der Annahme, dafs ihre Richtung in die Verbindungslinie der Theilchen fallen müsse, abgesehen. Dagegen habe ich an der Voraussetzung, dafs die beiden Kräfte einander gleich und entgegengesetzt seyen, noch festgehalten. Indessen ist auch diese Voraussetzung für Kräfte von der Art, wie die elektrodynamischen sind, nicht nothwendig. Läfst man auch sie noch fallen, so kann man den Grundgleichungen folgende Form geben:

$$X = -\frac{d\frac{1}{r}}{dx}(1 - kvv'\cos\varepsilon) - k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx'}{dt}\right)$$

$$Y = -\frac{d\frac{1}{r}}{dy}(1 - kvv'\cos\varepsilon) - k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dy'}{dt}\right)$$

$$Z = -\frac{d\frac{1}{r}}{dz}(1 - kvv'\cos\varepsilon) - k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dz'}{dt}\right).$$

Die durch diese Gleichungen bestimmte auf das Theilchen e wirkende Kraft und die ihr entsprechende auf das Theilchen e' wirkende Kraft genügen schon für sich allein dem Princip von der Erhaltung der Energie. Die während eines Zeitelementes von ihnen gethane Arbeit wird nämlich durch das folgende vollständige Differential dargestellt:

$$-d\frac{ee'}{r}(1 + kvv'\cos\varepsilon).$$

Auch kann man durch Anwendung eines bei anderer Gelegenheit von Lagrange eingeführten Verfahrens die einzelnen Kraftcomponenten einfacher ausdrücken. Setzt man nämlich:

$$U = \frac{ee'}{r}$$

$$V = k\frac{ee'}{r}vv'\cos\varepsilon$$

$$= k\frac{ee'}{r}\left(\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}\right)$$

und betrachtet U als Function der sechs Coordinaten x, y, z, x', y', z', und V als Function dieser sechs Coordinaten und ihrer Differentialcoëfficienten nach t, so kann man schreiben:

$$Xee' = \frac{d(V-U)}{dx} - \frac{d}{dt}\left(\frac{dV}{d\frac{dx}{dt}}\right),$$

und ebenso kann man die übrigen fünf Kraftcomponenten aus den beiden Functionen U und V durch Differentiation ableiten.

Für die Componenten der Kraft, welche ein galvanisches Stromelement ds von einem Stromelemente ds' erleidet, ergeben sich aus der vereinfachten Form der Grundgleichungen folgende Ausdrücke:

$$c i i' \, ds \, ds' \left(\frac{d \frac{1}{r}}{dx} \cos \varepsilon - \frac{d \frac{1}{r}}{ds} \frac{dx'}{ds'} \right)$$

$$c i i' \, ds \, ds' \left(\frac{d \frac{1}{r}}{dy} \cos \varepsilon - \frac{d \frac{1}{r}}{ds} \frac{dy'}{ds'} \right)$$

$$c i i' \, ds \, ds' \left(\frac{d \frac{1}{r}}{dz} \cos \varepsilon - \frac{d \frac{1}{r}}{ds} \frac{dz'}{ds'} \right).$$

XII. *Vorlesungsversuche;*

von Max Rosenfeld,
Reallehrer in Teschen.

Ein hübscher Vorlesungsversuch, durch den man die Explosion bei der Entzündung des Knallgases auf höchst einfache und ganz gefahrlose Weise zeigen kann, gelingt folgendermaſsen: Durch eine Kugelpipette, deren Rohr etwa einen Durchmesser von 8^{mm} besitzt, deren Spitze von der Kugel, mit einem Durchmesser von 3 Cm., etwa 5 Cm. entfernt ist, und deren anderer Arm 15 Cm. Länge hat, läſst man in der Weise Wasserstoff streichen, daſs man sie mit dem weiteren Ende an ein zu einer Spitze ausgezogenes Ausströmungsrohr eines Wasserstoff-Entwickelungsapparates hält. Ist die Luft aus derselben verdrängt, so wird das aus der Spitze der Pipette ausströmende Gas entzündet, sodann die Pipette von der Ausströmungsöffnung behutsam entfernt, und in der Weise *vertical* emporgehalten, daſs die Spitze nach aufwärts gerichtet ist.

Der Wasserstoff brennt einige Secunden ruhig ab; im Momente des Verlöschens aber erfolgt die Entzündung des in der Kugel sich bildenden Knallgases mit einer ziemlich heftigen Detonation, ohne daſs die Pipette jedoch irgend welchen Schaden nimmt.

Führt man das Experiment im Dunkeln aus, so sieht man im Momente der Explosion die Pipette eine Lichterscheinung durchzucken, welche über die beiden Oeffnungen hinausragend, in Büscheln endigt.

Dieselbe Pipette kann auch dazu benutzt werden, um ein Gemenge von Schwefelkohlenstoffdämpfen und Sauerstoff auf einfache Weise zur Entzündung zu bringen. Man verfährt dabei so, daſs man mit einigen Tropfen Schwefelkohlenstoff die innere Wandung der Pipette benetzt, aus einem Gasometer Sauerstoff durchleitet, die Pipette rasch entfernt, und die Spitze derselben, ein wenig *nach abwärts* geneigt, schnell mit einer Flamme in Berührung bringt. Die Entzündung erfolgt mit einer sehr heftigen Explosion. Auch dieses Experiment ist ganz gefahrlos.

Es ist selbstverständlich, daſs dieser Versuch sich auch auf andere Gasgemische ausdehnen läſst; ob es sich bei einem Gemenge von Chlor und Wasserstoff ähnlich verhalte, werde ich nächstens berichten.

XIII. *Neue Bestimmungsweise der Sonnenparallaxe.*

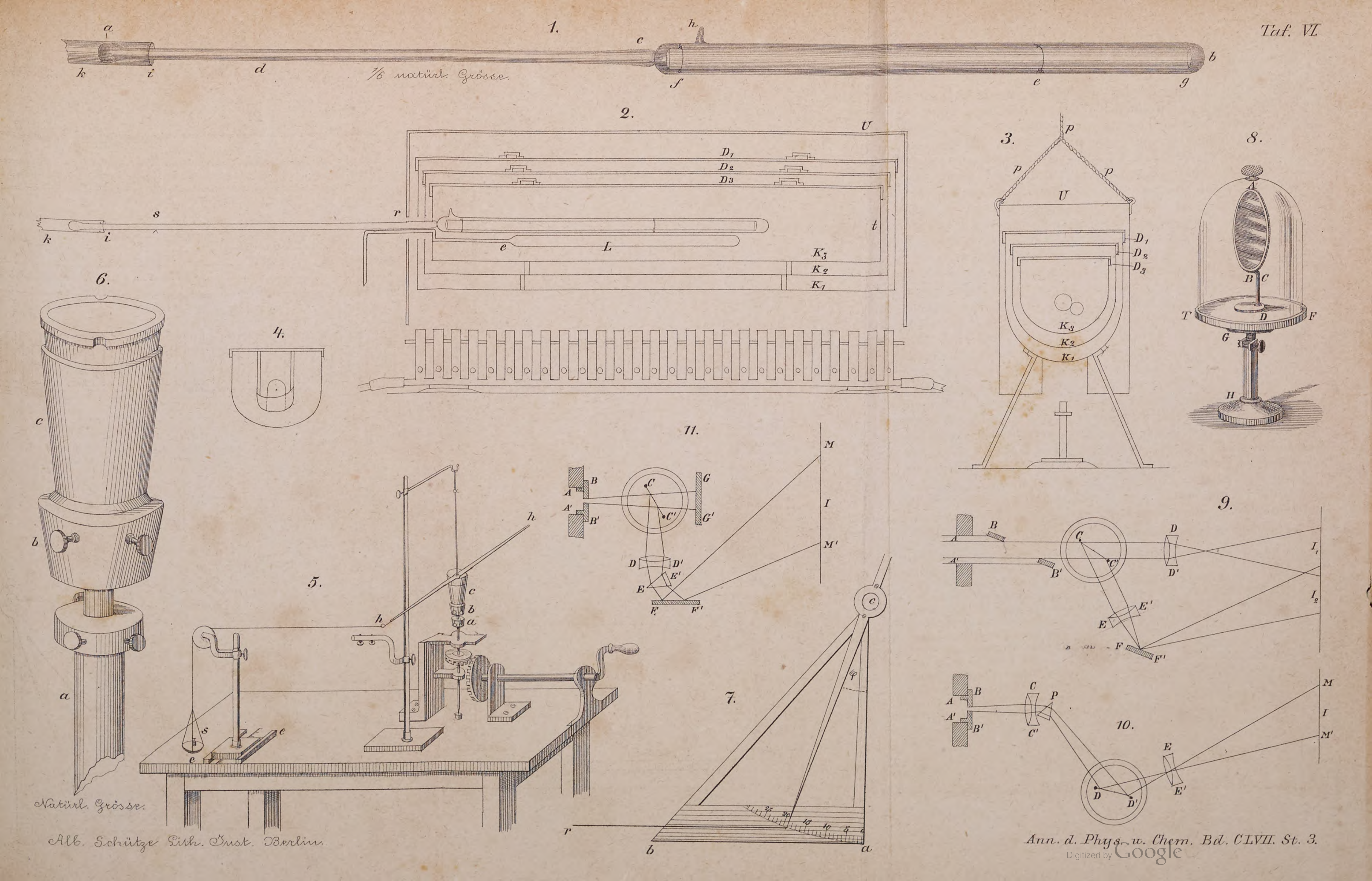
(Aus dem Tageblatt der Naturforscher-Versammlung zu Breslau im September 1874, S. 77.)

Hr. Galle (Director der Sternwarte zu Breslau) berichtete über die Ergebnisse einer von ihm vorgeschlagenen und im vorigen Jahre zur Ausführung gelangten Bestimmung der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen eines der kleinen Planeten auf mehren Sternwarten der nördlichen und südlichen Halbkugel. Das Beobachtungs-Verfahren beruht auf der Messung von Declinations-Differenzen zwischen dem Planeten und nahe nördlich oder südlich gelegenen Sternen mittelst des Fadenmikrometers an einem Aequatoreal. Obwohl die kleinen Planeten wegen der

gröfseren Entfernung an sich ungünstiger sind zur Bestimmung der Sonnen-Parallaxe als Venus und Mars, so wird doch dieser Nachtheil wiederum compensirt durch die gröfsere Genauigkeit der Einstellung, indem dieselben in den Fernröhren als fixsternartige Punkte erscheinen, während die Beobachtung von Venus und Mars durch die Rücksichten auf Durchmesser, Irradiation, Phase, etc. erschwert wird. In Anerkennung dessen ist im vorigen Herbst eine Cooperation zur Beobachtung des Planeten *Flora* zu Stande gekommen, der in den Monaten October und November v. J. die seltene Erdnähe von 0,87 der Sonnen-Entfernung erreichte. Der Planet wurde auf der nördlichen Halbkugel beobachtet auf den neun Sternwarten in Dublin und Parsontown in Irland, Lund und Upsala in Schweden, Washington und Clinton in Nord-America, Moskau, Leipzig und Bothcamp bei Kiel; auf der südlichen Halbkugel am Cap der guten Hoffnung, in Melbourne in Australien und in Cordoba in Südamerica (Argentinische Republik) auf allen zwölf Sternwarten mit grofsen Fernröhren ersten Ranges. Die soeben von dem Vortragenden beendete Rechnung hat ein mit den neueren Bestimmungen der Sonnenparallaxe gut übereinstimmendes und dieselben aufs Neue bestätigendes Resultat ergeben, wonach die Entfernung der Erde von der Sonne sehr genau gleich der runden Zahl von 20 Millionen geogr. Meilen und der Winkelwerth der Sonnenparallaxe gleich 8",86 sich findet [1]), den der Vortragende mit den einzelnen neueren Bestimmungen dieser Zahl in Vergleichung stellte.

1) Also genau derselbe Werth, den Foucault aus der Lichtgeschwindigkeit und der Aberration, d. h. aus der Umlaufsgeschwindigkeit der Erde, hergeleitet hat (Ann. Bd. 118, S. 485 und 487). — Dafs Encke die Parallaxe aus den Beobachtungen von 1761 = 8",5309, aus denen von 1769 = 8",6030 und aus beiden Reihen = 8",5776 fand, erklärt Hr. Le Verrier dadurch, dafs derselbe bei der Berechnung die schlechten Beobachtungen nicht von den guten sonderte, vielmehr alle unterschiedslos der Methode der kleinsten Quadrate unterwarf (*Compt. rend.* 1875, *T. LXXX*, *p.* 290). — Es bestätigt diefs, was Dr. Philipp Fischer in der Vorrede zu seinen „*Untersuchungen über die Gestalt der Erde*" (Darmstadt 1868, 8°) sagt, „dafs die Methode der kleinsten Quadrate öfters unter anscheinend ganz unverdächtig erscheinenden Umständen nicht allein nicht die besten Resultate ergiebt, sondern recht fehlerhafte." P.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.


Taf. VI.
1/6 natürl. Grösse.
Natürl. Grösse.
Alb. Schütze Lith. Inst. Berlin.
Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. CLVII. St. 3.

1876. ANNALEN № 4.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVII.

I. *Ueber die Wärmeleitung der Gase;*

von A. Winkelmann.

Zweiter Theil [1]).

(Auszugsweise in der naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Aachen am 13. Dec. 1875 mitgetheilt.)

1. Die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur.

§. 1.

Die Bestimmung des Einflusses der Temperatur auf die Wärmeleitung der Gase scheint auf den ersten Blick mit noch gröfseren Schwierigkeiten verbunden zu seyn, als die Bestimmung der Wärmeleitung der Gase überhaupt. Es ist dies aber in der That nicht der Fall, sobald man annimmt, dafs zwei verschiedene Gase in gleicher Weise mit der Temperatur ihre Wärmeleitung verändern.

Bei der früheren Bestimmung wurde nachgewiesen, dafs die Strömungen, welche wegen der verschiedenen

1) Berichtigung zum ersten Theil dieser Abhandlung:

Die Formel II (d. Ann. Bd. 156, S. 508), welche zur Bestimmung der Wärmeleitung k dient, mufs heifsen:

$$\frac{P.C(v_1-v_2)}{2\pi(h-2r)}=k\left\{\frac{1}{l_{nat}\frac{R_1(r+h)}{r(3R_1+h-2r)}}-\frac{1}{l_{nat}\frac{R_2(r+h)}{r(3R_2+h-2r)}}\right\}.$$

Ferner ist S. 514 für k der Werth

$$k=0{,}0000532$$

statt des Werthes

$$k=0{,}0000528$$

zu setzen.

Das vorletzte Gas in den Reihen S. 526 und 527 ist nicht Stickoxyd, sondern Stickoxydul.

Dichte der Gase in der abschliefsenden Hülle in Folge der Schwere eintreten, durch hinreichende Druckverminderung ausgeschlossen werden, und dafs daher die beobachtete Abkühlung aufser durch Leitung nur noch durch Strahlung hervorgebracht wird. Um die Strahlung von der Leitung zu trennen, wurde bei der Bestimmung der absoluten Werthe der Leitung die Abkühlung *desselben* Körpers in verschieden grofsen, aber ähnlichen Hüllen beobachtet. Da die Strahlung unabhängig von der Gröfse der Hülle ist, die Abhängigkeit der Leitung von derselben aber bekannt ist, so liefsen sich durch Combination der beiden Versuche die beiden unbekannten Gröfsen, Leitung und Strahlung berechnen.

Ich versuchte nun zunächst denselben Weg auch bei den folgenden Versuchen anzuwenden, überzeugte mich aber bald, dafs die Apparate die hohen Temperaturen, ohne eine Veränderung zu erleiden, nicht aushalten konnten. Um diefs mit Sicherheit zu constatiren, wurde ein Apparat mit Wasserstoff von dem Drucke 100^{mm} Quecksilber gefüllt und zunächst die Abkühlungsgeschwindigkeit zwischen 20° und 10° beobachtet, wenn der Apparat in Eis stand; alsdann wurde derselbe in einem Luftbad bis zu der Temperatur von 120° erwärmt und einige Zeit dieser Temperatur überlassen. War der Apparat vollständig dicht geblieben und hatte auch keine sonstige Veränderung erfahren, so mufste sich bei der später folgenden Abkühlung in Eis innerhalb desselben Temperaturintervalles wie früher auch die gleiche Abkühlungsgeschwindigkeit ergeben; eine geringe Undichtigkeit mufste aber in Folge des Luftzutritts die Abkühlungsgeschwindigkeit bedeutend vermindern. Auf diese Weise wurde constatirt, dafs die zu den früheren Versuchen benutzten Apparate hier nicht zu verwerthen waren, und dafs nur durch Apparate, die ganz aus Glas bestehen, das Ziel zu erreichen war.

Die Apparate aus Glas bieten aber gegenüber jenen aus Metall zwei Nachtheile dar, einerseits dadurch, dafs

die Strahlungsconstante viel gröſser, als für Metall ist, andererseits dadurch, daſs bei Glasapparaten der Abstand des abzukühlenden Körpers von der Hülle, unter der Voraussetzung, daſs beide von einander zu trennen sind, nicht so klein gewählt werden kann, als bei Apparaten aus Metall. Durch den zuletzt erwähnten Umstand wird ebenfalls bewirkt, daſs der Antheil der Strahlung bei der Abkühlung wächst, was für die Bestimmung der Leitung unvortheilhaft ist. Läſst man zwar die Bedingung fallen, daſs der Glaskörper, welcher als Thermometer dient, aus der Hülle zu entfernen ist, so kann auch hier der fragliche Abstand sehr klein gemacht werden. Unter dieser Voraussetzung läſst sich aber nicht in der früher erwähnten Art die Gröſse der Strahlung bestimmen und es fragte sich daher, ob nicht auch in anderer Weise dieses zu erreichen sey.

Wie schon im Eingange erwähnt wurde, ist eine solche Bestimmung möglich, wenn man die für gewisse Gase jedenfalls berechtigte Annahme macht, daſs die Abhängigkeit der Leitung von der Temperatur für beide Gase die gleiche ist. Um die Berechnung zu zeigen, seyen folgende Zeichen eingeführt.

Die Abkühlungsconstante, welche sich bei der Temperatur τ^0 ergiebt, wenn der Apparat mit Luft gefüllt, sey

$$V_{l,\,\tau}.$$

Dieselbe Gröſse werde für Wasserstoff mit

$$V_{w,\,\tau}$$

bezeichnet.

In diesen Gröſsen ist *Leitung* und *Strahlung* zusammengefaſst; es werde der Antheil an der Abkühlung, welcher durch die Leitung der Luft veranlaſst wird, mit

$$l_\tau$$

bezeichnet, und jener Antheil, welcher der Strahlung angehört, mit

$$s_\tau.$$

Dann hat man, wenn man die entsprechende Bezeichnung für Wasserstoff wählt, die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} V_{l,\tau} = l_\tau + s_\tau \\ V_{w,\tau} = w_\tau + s_\tau \end{array}\right\} \text{I.}$$

Ist nun bei einer zweiten Temperatur T die Leitung der Luft

$$A \,.\, l_\tau$$

und die Leitung des Wasserstoffs

$$A \,.\, w_\tau ,$$

so hat man

$$\left.\begin{array}{l} V_{l,T} = A \,.\, l_\tau + s_T \\ V_{w,T} = A \,.\, w_\tau + s_T \end{array}\right\} \text{II.}$$

Aus diesen Gleichungen in Verbindung mit den Gleichungen I ergiebt sich

$$A = \frac{V_{w,T} - V_{l,T}}{V_{w,\tau} - V_{l,\tau}}.$$

Man erhält also in der angegebenen Weise durch die Gröſse A das Verhältniſs der Leitungsconstante für die beiden Temperaturen T und τ.

§ 2.

Zu den Versuchen dienten drei Apparate, welche in ihren Dimensionen sehr verschieden waren, um hierdurch constatiren zu können, daſs die gefundenen Werthe unabhängig von der Form der Apparate seyen. Dieselben bestehen im Wesentlichen aus einem Thermometer, welches ein kugelförmiges Gefäſs besitzt, und aus einer Glashülle, welche das Gefäſs concentrisch umgiebt. Die Hülle ist an den Stiel des Thermometers so angeschmolzen, daſs die Kugel, welche von der Hülle gebildet wird, in der unmittelbaren Umgebung des Stieles von der wirklichen Kugelform etwas abweicht, und sich in Form einer kleinen Ausbuchtung an den Stiel anlegt. Die Glashülle besitzt in der oberen Hälfte eine seitliche kleine Oeffnung, in welche ein Glasrohr mit Hahn, parallel zum Stiel des Thermometers, angeschmolzen ist. Durch diese Anordnung konnte der Zwischenraum von Thermometergefäſs und Hülle mit verschiedenen Gasen gefüllt werden.

Die Apparate wurden von Hrn. Dr. H. Geifsler in Bonn in gewohnter vorzüglicher Art ausgeführt und verdanke ich Diesem auch die Mittheilung der Quecksilbermengen, welche die einzelnen Gefäfse enthielten.

Der Apparat I enthält 419,8 Gramm Quecksilber
„ „ II „ 123,2 „ „
„ „ III „ 110,45 „ „

Betrachtet man die Gefäfse als Kugeln, so ergeben sich, ohne Berücksichtigung der Glasdicke, folgende Werthe für die Radien:

$$r_1 = 1{,}946 \text{ Cm.}; \; r_2 = 1{,}294; \; r_3 = 1{,}247.$$

Die beiden ersten Apparate hatten eine Theilung in 0,2 Grade und gestatteten Temperaturablesungen in der Nähe von 0° und 100°. Um den Stiel der Apparate abzukürzen, war in der Mitte zwischen 0° und 100° eine kugelförmige Erweiterung der Röhre angebracht. Der Apparat III hatte eine fortlaufende Theilung in 0,5 Grade von — 10° bis + 220°.

Um eine vollständige Anschauung von der Form der Apparate zu ermöglichen, füge ich noch bei, dafs der Abstand der Hülle vom Gefäfs

beim Apparat I 0,318 Cm.[1]) betrug.
„ „ II 0,142 „ „
„ „ III 1,109 „ „

§ 3.

Die Beobachtungen sind so angestellt, dafs der Apparat, welcher an der Luftpumpe zuerst sorgfältig getrocknet und mit dem gewünschten Gase gefüllt war, in Eis eingesenkt und dann die Abkühlungszeit von 18 bis 8° von Grad zu Grad beobachtet wurde. Um die Abkühlungszeiten bei einer höheren Temperatur zu beobachten, wurde der Apparat in ein Luftbad eingesenkt und bis zu einer Temperatur von 125° erwärmt. Alsdann wurde derselbe in ein Gefäfs mit siedendem Wasser eingetaucht und hier die Abkühlungszeit von 118 bis 108°, ebenso

1) Wie diese Gröfsen berechnet sind, ist in §. 20 angegeben.

wie früher von Grad zu Grad beobachtet. Für diese letzteren Beobachtungen war an dem Apparat ein Kork befestigt, welcher den Termometerstiel und das seitliche Glasrohr umfaſste, und eine solche Gröſse hatte, daſs durch Einsetzen des Apparates in das Luftbad dieses geschlossen war. Das benutzte Siedegefäſs hatte eine ebensolche Oeffnung und gestattete eine seitliche Entweichung des entwickelten Dampfes.

Zur Bestimmung der Siedetemperatur des Wassers wurde der jedesmalige Barometerstand abgelesen und ein besonderes Thermometer unmittelbar nach der Beobachtung in ganz gleicher Weise, wie der Apparat, in das Wasser eingetaucht, um die Differenz zwischen der Temperatur des Wassers und der Dämpfe zu constatiren. Es betrug diese Differenz 0°,15 bis 0°,17, so daſs das Wasser eine etwas höhere Temperatur, als die Dämpfe besaſs.

Anfangs wurde versucht, die Abkühlung des Apparates anstatt in siedendem Wasser in den Dämpfen erfolgen zu lassen; es zeigte sich aber an dem ganzen Gang der Beobachtungen, daſs dies nicht möglich sey. Der Grund davon ist darin zu sehen, daſs die Dämpfe nicht im Stande sind, die äuſsere Hülle auf die constante Temperatur, die ihnen selbst zukommt, zu bringen und auf derselben zu erhalten. Da die Hülle von dem innern Gefäſs durch Leitung und Strahlung fortwährend Wärme empfängt, so reichen die Dämpfe nicht hin, um diese Wärme fortzuschaffen; anders aber bei dem siedendem Wasser; die Wassertheilchen, welche von der warmen Oberfläche der Hülle berührt werden, werden sofort in Dampf verwandelt und so wird die Wärme der Hülle zur Verdampfung verbraucht.

§ 4.

Bevor ich die Beobachtungen mittheile, ist eine Besprechung über die Berechnung der Abkühlungsconstante v nothwendig.

Dieselbe ergiebt sich mittels der Formel

$$v = \log \left\{\frac{\tau_0 - \vartheta}{\tau_1 - \vartheta}\right\} \frac{1}{\log e} \cdot \frac{1}{t_1}.$$

Es bezeichnet

ϑ die constante Temperatur der Hülle,

τ_0 die Temperatur des Termometers zur Zeit 0,

τ_1 „ „ „ „ „ „ t_1.

Da in jeder Beobachtungsreihe etwa zehn Beobachtungen der Temperatur und zugehörigen Zeit vorliegen, so erhält man ebenso viele Bestimmungen von v; auf welche Temperatur das nach der obigen Formel berechnete v zu beziehen ist, werde ich später zeigen.

Für eine genaue Bestimmung des Werthes von v ist es zunächst erforderlich, die constante Temperatur der Hülle mit jener zu vergleichen, welche der Apparat angiebt, wenn er selbst vollständig diese Temperatur erhalten hat. Eine solche Vergleichung ist für die beiden Temperaturen des schmelzenden Eises und siedenden Wassers leicht durchzuführen, da man ohne Mühe im Stande ist, die Temperaturen constant zu erhalten. Eine weitere Vergleichung der Apparate von Grad zu Grad mit nach dem Lufthermometer corrigirten Normalthermometer oder mit dem Luftthermometer selbst, ist aber sehr schwierig, da eine scharfe Bestimmung, wie erwähnt, voraussetzt, daſs man für eine sehr lange Zeit eine constante Temperatur herstelle. Ich habe mich daher bei den beiden ersten Apparaten darauf beschränkt, dieselben bei der Zimmertemperatur und bei einer Temperatur von 117° einer Controle zu unterwerfen. Für die erste Bestimmung wurden die Apparate zugleich mit einem Normalthermometer in ein groſses Wasserbad eingesenkt und der Gang derselben in mehreren aufeinanderfolgenden Stunden notirt. Das Wasserbad war in einem Raum aufgestellt, welcher nahezu eine constante Temperatur hatte, wie sich daraus ergiebt, daſs die gröſste Differenz, welche das Thermometer des Bades innerhalb fünf Stunden zeigte, nur 0°,25 betrug.

Die Vergleichung bei der höheren Temperatur von 117° konnte nur so erreicht werden, dafs die Apparate in eine siedende Flüssigkeit eingetaucht wurden, deren Siedepunkt in der Nähe von 117° lag. Als Flüssigkeit diente eine Lösung von Chlorcalcium. Zugleich mit dem Apparat tauchte ein Normalthermometer, welches in 0°,2 getheilt war, in die Lösung ein. Um einen constanten Siedepunkt zu erzielen, war es nothwendig, die Dämpfe zu condensiren und der Lösung wieder zuzuführen; zu diesem Zwecke war eine ähnliche Kühlvorrichtung angebracht, wie sie sich an den neueren Apparaten **Regnault's** zur Bestimmung der specifischen Wärme findet. Wie vortrefflich sich diese Einrichtung bewährte, zeigt folgende kleine Zusammenstellung:

Temperaturangabe des Thermometers	Zeit
117,3	5^h 45^m
25	50
22	6 0
20	20
30	35
22	45
25	55

Innerhalb einer Stunde schwankte also der Siedepunkt nicht mehr als 0°,1.

Die Apparate zeigten nun bei der Vergleichung, dafs sie besonders oberhalb 100° Fehler in ihrer Graduirung enthielten, d. h., dafs sie bei 100° und bei einer höheren Temperatur etwa 117° nicht dieselbe Differenz gegenüber dem Luftthermometer zeigten. Da es, wie erwähnt, sehr schwierig gewesen wäre, eine Vergleichung der Apparate mit dem Normalthermometer von Grad zu Grad vorzunehmen, so fragt es sich, welchen Einflufs der beobachtete Fehler auf die Berechnung von v ausübt, wenn man annimmt, dafs der Fehler sich gleichmäfsig auf das beobachtete Intervall vertheilt. Unter gleichmäfsiger Vertheilung verstehe ich hier eine solche, dafs der Fehler sich

auf jeden Grad in derselben Weise vertheilt; wenn z. B. das Thermometer bei 100 und 110° mit dem Luftthermometer verglichen ist, und bei 100° — 99°,5 —, bei 110° aber — 109° — angiebt, so nehme ich an, dafs dasselbe bei 101° die Temperatur 100°,45, bei 102° die Temperatur 101°,40 usw. anzeigen würde.

Ein solcher Fehler übt nun, wie im Folgenden allgemein gezeigt ist, nur einen sehr geringen, unter Umständen gar keinen Einflufs auf die Berechnung von v aus.

Es seyen zwei Vergleichungen mit dem Thermometer ausgeführt und zwar eine in der Nähe der Temperatur, welche die Hülle während der Versuche besitzt, und eine zweite in der Nähe jener Temperatur, welche das Thermometer des Apparates während der Versuche zur Zeit 0 besitzt.

Ist bei der ersten Vergleichung die wirkliche Temperatur τ_m, so zeige das Thermometer

$$\tau_m + \delta_m;$$

bei der zweiten Vergleichung sey die wirkliche Temperatur τ_n und das Termometer zeige

$$\tau_n + \delta_n.$$

Es sind dann $(\tau_n - \tau_m)$ Grade in Wirklichkeit gleich

$$[\tau_n + \delta_n - (\tau_m + \delta_m)]$$

Geraden des Apparats, oder 1 Grad des Apparates in dem betrachteten Intervall ist gleichwerthig

$$\frac{\tau_n - \tau_m}{\tau_n + \delta_n - (\tau_m + \delta_m)} = \alpha$$

wirklichen Graden.

Zur Bestimmung von v ist es nothwendig, den Quotienten der wirklich vorhandenen Temperaturdifferenzen zur Zeit 0 und zur Zeit t_1 zu kennen. Um diesen zu bestimmen, werde angenommen, dafs die constante Temperatur der Hülle während des Versuches gleich $\vartheta = \tau_m + \varepsilon$ sey. Der Apparat zeige zur Zeit 0 die Temperatur τ_0, zur Zeit t_1 die Temperatur τ_1.

In Wirklichkeit ist aber die Temperatur des Apparates zur Zeit 0 nicht τ_0, sondern

$$\tau_m - \delta_m \alpha + (\tau_0 - \tau_m)\,\alpha$$

wie sich durch folgende Ueberlegung ergiebt.

Es ist vorausgesetzt, daſs bei der Temperatur τ_m der Apparat die Temperatur $\tau_m + \delta_m$ zeige; da δ_m Grade des Apparates $\delta_m . \alpha$ wirklichen Graden gleichwerthig sind, so wird, wenn der Apparrat die Temperatur τ_m zeigt, die wirkliche Temperatur $(\tau_m - \delta_m \alpha)$ seyn. Zeigt der Apparat die Temperatur $(\tau_m + 1)$, so ist die wirkliche Temperatur gleich $(\tau_m - \delta_m \alpha + \alpha)$; usw.

Ebenso ergiebt sich, daſs, wenn der Apparat die Temperatur τ_1 zeigt, die wirkliche Temperatur

$$\tau_m - \delta_m \alpha + (\tau_1 - \tau_m)\,\alpha$$

ist.

Der Quotient der wirklich vorhandenen Temperaturdifferenz zur Zeit 0 und zur Zeit t_1 ist daher

$$\frac{\tau_m - \delta_m \alpha + (\tau_0 - \tau_m)\,\alpha - (\tau_m + \varepsilon)}{\tau_m - \delta_m \alpha + (\tau_1 - \tau_m)\,\alpha - (\tau_m + \varepsilon)} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

$$\frac{\tau_0 - \delta_m - \left(\tau_m + \frac{\varepsilon}{\alpha}\right)}{\tau_1 - \delta_m - \left(\tau_m + \frac{\varepsilon}{\alpha}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Würde die Graduirung des Apparates keinen Fehler besitzen, so wäre $\delta_m = \delta'_n$, daher auch $\alpha = 1$, und man erhielte für den Quotienten

$$\frac{\tau_0 - \delta_m - (\tau_m + \varepsilon)}{\tau_1 - \delta_m - (\tau_m + \varepsilon)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Derselbe unterscheidet sich von dem vorigen nur dadurch, daſs in (3) α gleich 1 gesetzt ist.

Ist die Temperatur der Hülle während des Versuches nicht $(\tau_m + \varepsilon)$, sondern τ_m, so ist in (2) und (3) ε gleich 0 zu setzen, wodurch die beiden Ausdrücke identisch werden. Im Fall also die Beobachtung der Abkühlung bei derselben Temperatur der Hülle vorgenommen wird, welche auch zur Vergleichung des Apparates mit dem Normal-

thermometer gedient hat, hat ein Fehler der vorausgesetzten Art in der Graduirung, keinen Einfluſs auf die Bestimmung der Gröſse v. Es ist dies immer der Fall, wenn die Abkühlung in schmelzendem Eise beobachtet wird.

Bei der Abkühlung in siedendem Wasser kann ε verschiedene Werthe haben; da aber ε bei den Versuchen niemals den Werth 1 erreicht hat, so ist auch hier die Correction nur sehr gering.

Um an einem Beispiel die Berechnung zu zeigen, wähle ich den Apparat I, welcher einen auffallend groſsen Fehler in der Graduirung zeigt und vorzugsweise zur genauen Untersuchung der fraglichen Verhältnisse Veranlassung gegeben hat.

Zwei Vergleichungen mit dem Luftthermometer ergaben:

Der Apparat zeigt die Temperatur 98°,9, wenn die wirkliche Temperatur $\tau_m = 99°,50$ ist; es ist also $\delta_m = -0,6$.

Der Apparat zeigt die Temperatur 114,05, wenn die wirkliche Temperatur $\tau_n = 117,12$ ist; daher ist $\delta = -3,07$.

Aus diesen Daten folgt $\alpha = 1,156$.

Bei dem Versuche mit Kohlensäure war die Temperatur des siedenden Wassers gleich 99°,07; daher $\varepsilon = -0,43$.

Für den Quotienten der wirklich vorhandenen Temperaturdifferenzen erhält man nach Formel (2), wenn man $\tau_0 = 118°$ und $\tau_1 = 117°$ setzt, den Werth

$$\frac{118 + 0,6 - \left(99,50 - \frac{0,43}{1,156}\right)}{117 + 0,6 - \left(99,50 - \frac{0,43}{1,156}\right)} = \frac{19,47}{18,47} = 1,05414.$$

Ohne Berücksichtigung der Fehler in der Graduirung erhält man für denselben Quotienten

$$\frac{118 + 0,6 - (99,50 - 0,43)}{117 + 0,6 - (99,50 - 0,43)} = \frac{19,53}{18,53} = 1,05396.$$

Wie man sieht, ist der Unterschied nur gering. Ich

will bemerken, dafs in dem ersten Werthe der Zähler 19,47 nicht die wirkliche Temperaturdifferenz von Gefäfs und Hülle zur Zeit 0 angiebt, sondern einen kleineren Werth, welcher nach Formel (2) berechnet wurde; die wirkliche Temperaturdifferenz erhält man, wenn man den Werth 19,47 mit α multiplicirt; das Gleiche gilt vom Nenner 18,47. Die Formel (2) hat die für die Berechnung bequemere Form, weil nach derselben die Differenz von Zähler und Nenner eine ganze Anzahl von Graden ist, so dafs es genügt, für eine Temperaturangabe die Correction zu berechnen.

Durch den gegebenen Nachweis, dafs ein Fehler in der Graduirung des Thermometers auf den mafsgebenden Quotienten der Temperaturdifferenzen nur einen äufserst geringen Einflufs ausübt, gewinnen die Resultate ganz bedeutend an Sicherheit, so dafs es jetzt nur noch wesentlich ist, die Vergleichung in der Nähe der Temperatur vorzunehmen, welche die Hülle während des Versuches besitzt. Ein Fehler in dieser Bestimmung hat einen grofsen Einflufs, so dafs eine Unsicherheit von 0°,1, den Werth v um fafst 1 Procent berührt.

Von dem dargestellten Gesichtspunkt aus könnte man glauben, dafs eine weitere Vergleichung als jene, welche die Temperaturangabe der unteren Gränze controlirt, überhaupt überflüssig sey; dem gegenüber ist aber festzuhalten, dafs die vorige Berechnung nur gilt, wenn die Fehlervertheilung die angenommene ist. Es war daher wünschenswerth, die Gröfse des Fehlers zu constatiren, um ein Urtheil zu gewinnen über die Ungenauigkeit, die möglicher Weise darin liegt, die angenommene Fehlervertheilung als die richtige vorauszusetzen.

§. 5.

Die Versuche erstrecken sich auf drei Gase, Kohlensäure, Luft und Wasserstoff. In den folgenden Tabellen sind anstatt der direct abgelesenen Temperaturen diejenigen angegeben, welche zur Berechnung von $v \,.\, \log e$ be-

nutzt sind. Dieselben wurden so bestimmt, dafs die Temperaturdifferenzen nach der Formel (2) des §. 4 berechnet wurden.

Die Bestimmung des Nullpunktes und Siedepunktes ist mehrfach wiederholt, und zeigten sich hier kleine Verschiedenheiten, wie sie bei jedem neuen Thermometer vorkommen. Zugleich bemerke ich, dafs die Versuche nicht durchgehends in der Reihenfolge angestellt sind, wie ich sie hier folgen lasse.

Apparat I.

A. Abkühlung in schmelzendem Eise.

Bei Vergleichung des Apparates mit einem Normalthermometer ergab sich, dafs der Apparat 14°,92 zeigte, als das Thermometer 14°,71 angab. Eine folgende Bestimmung des Nullpunktes des Apparates liefert diesen bei + 0°,19.

1. Kohlensäure.

Dieselbe wurde durch Einwirkung von Chlorwasserstoffsäure auf Marmor entwickelt und durch eine Lösung von kohlensaurem Natron geleitet.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei + 0°,2.

	Druck 750mm		Druck 5mm	
Temperaturen	Zeiten [1])	$v \cdot \log e$	Zeiten	$v \cdot \log e$
17,8	0		0	
16,8	76	0,0003304	78	0,0003219
15,8	157	296	160	235
14,8	243	299	248	232
13,8	336,5	285	344	214
12,8	437,5	296	447	226
11,8	548	276	561	183
10,8	669	243	688	154
9,8	802	230	825	140
8,8	950	220	977	132
7,8	1120	199	1145	129
		Mittel 0,0003265		Mittel 0,0003186

1) Die Zeiten sind in Secunden angegeben und sind das Mittel aus zwei Beobachtungsreihen.

2. Luft [1]).

Druck 2^{mm}.

Temperaturen	Zeiten	$v \log e$
17,8	0	
16,8	58	0,0004329
15,8	118,5	367
14,8	183,5	368
13,8	254,5	343
12,8	328,5	359
11,8	412,5	328
10,8	503,5	308
9,8	603	297
8,8	713	291
7,8	839	271
		Mittel 0,0004328

3. Wasserstoff.

Derselbe wurde durch Einwirkung von Schwefelsäure auf Zink unter Zusatz eines Tropfens Platinchlorid entwickelt.

	Druck 750^{mm}.		Druck 98^{mm}.	
Temperaturen	Zeiten	$v \log e$	Zeiten	$v \log e$
17,8	0		0	
16,8	13	0,001931	13	0,001931
15,8	26	89	26,5	53
14,8	40,5	79	41	55
13,8	56	74	57	39
12,8	73	62	73,5	47
11,8	91,2	58	92	41
10,8	111,7	43	112,5	29
9,8	133,5	33	135,0	19
8,8	158,5	32	159,5	18
7,8	186,5	21	187,5	11
		Mittel 0,001952		Mittel 0,001934

1) Bei Atmosphärendruck wurde für $v \log e$ der Werth 0,0004380 erhalten.

	Druck 2mm		Druck 0,65mm		
Temperaturen	Zeiten	v log e	Zeiten		v log e
17,8	0		0	0	
16,8	16	0,001569	19 [1]	18,5	0,001343
15,8	32,5	593	39	38,5	37
14,8	50	603	60,5	60	32
13,8	69	602	84	83	24
12,8	90	591	109	108	20
11,8	112	94	136	135	17
10,8	137	85	165	164	18
9,8	163,5	85	198	197	12
8,8	194	77	234	233	10
7,8	227	79	275	273	08
		Mittel 0,001588			Mittel 0,001322

B. Abkühlung in siedendem Wasser.

Der Apparat zeigt in siedenden Dämpfen, deren Temperatur 99°,50 ist, die Temperatur 98,90. Bei der Vergleichung mit dem Luftthermometer zeigt der Apparat in einer Lösung von Chlorcalcium, deren Temperatur 117°,12, die Temperatur 114°,05. Dieser letzte Unterschied ist auffallend grofs und viel gröfser, als bei den zwei andern Apparaten. Es wurde daher die Bestimmung später so wiederholt, dafs der Apparat vorher erwärmt war und sich in der Lösung auf die Temperatur derselben abkühlte. Es ergaben sich folgende Werthe:

Apparat	Thermometer	Zeit	Differenzen
114,6	117,3	5h 45m	2,7
42	25	50	2,83
25	22	60	2,97
20	20	20	3,00
25	30	35	3,05
20	22	45	3,02
22	25	55	3,03

Es unterliegt danach keinem Zweifel, dafs der Apparat wirklich die grofse Differenz zeigt. Um zu erfahren, ob der Fehler in der früher bezeichneten Art vertheilt werden

1) Der Grund, warum hier beide Versuchsreihen mitgetheilt sind, wird später angegeben.

darf, wurde noch eine Vergleichung bei 109°,9 vorgenommen; der Apparat zeigte bei dieser Temperatur 107,98. Wäre die Vertheilung der Fehler genau die angenommene, so hätte der Apparat die Temperatur 107,87 anzeigen müssen. Für diesen geringen Unterschied habe ich keine besondere Rechnung ausgeführt, sondern in der Weise, wie im vorigen §. gezeigt wurde, die Bestimmung gemacht.

1. Kohlensäure.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,07.

Druck 100mm.

Temperaturen	Zeiten	v log e
118,54	0	
117,54	36,0	0,0006306
116,54	74,5	325
115,54	114,5	348
114,54	157,7	327
113,54	203,7	328
112,54	253	326
111,54	307	303
110,54	365	296
109,54	428,5	287
108,54	499	273
		Mittel 0,0006312

2. Luft.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,93.

Druck 100mm.

Temperaturen	Zeiten	v log e
118,65	0	
117,65	31	0,0007694
116,65	64,5	608
115,65	100	586
114,65	137,5	592
113,65	178	582
112,65	223	529
111,65	271	505
110,65	323	496
109,65	381	459
108,65	445	445
		Mittel 0,0007550

3. Wasserstoff.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,50.

Druck 98mm.

Temperaturen	Zeiten	$v \log n$
118,6	0	
117,6	8,5	0,002747
116,6	17,5	45
115,6	27	48
114,6	37,2	43
113,6	48,0	46
112,6	59,5	51
111,6	72	53
110,6	86,2	36
109,6	101,2	34
108,6	117,5	37
	Mittel	0,002748

§. 6.

Die mitgetheilten Zahlen beweisen zunächst, daſs in dem Apparat I die Strömungen der Gase, wenn der Druck 750mm beträgt, nur einen sehr geringen Beitrag zur Abkühlung liefern. Für Kohlensäure wurde bei diesem Drucke 0,0003265 für $v \log e$ gefunden, während bei dem Drucke von 5mm der Werth 0,0003186 erhalten wurde; ebenso wurde für Luft bei Atmosphärendruck 0,0004380 und bei dem Drucke von 2mm 0,0004328 beobachtet. Da im ersten Theile dieser Arbeit nachgewiesen ist, daſs der Werth von Luft bis zu einem Drucke von 1mm unabhängig vom Drucke ist, so ist die Differenz, welche sich zwischen den Werthen für Atmosphärendruck und dem Druck von 5mm resp. 2mm ergeben hat, durch Strömungen zu erklären. Da aber diese Differenz einen sehr kleinen Werth besitzt, so folgt, daſs bei diesem Apparat innerhalb einer weiten Druckgränze, etwa von 1 bis 100mm, die Strömung keinen Einfluſs mehr besitzt [1]).

1) In den früheren Versuchen ist direct nachgewiesen, daſs bei dem dort mit III bezeichneten Apparat der Werth für die Abkühlungsgeschwindigkeit bei Luft innerhalb der Drucke 43,3mm und 1mm constant erhalten wurde; bei dem Drucke von 750mm wurde aber ein Werth erhalten, welcher 5 Proc. gröſser war.

Für Wasserstoff ergiebt sich hier eine Bestätigung der früher erlangten Resultate. Der Werth 0,001952, welcher bei 750^{mm} erhalten wurde, unterscheidet sich von dem Werthe 0,001934 bei 98^{mm} nur um 1 Proc. und wird dieser geringe Unterschied durch die Strömungen erklärt. Bei dem Druck von 2^{mm} ist der gefundene Werth bedeutend kleiner, nämlich 0,001588 und bei 0,5^{mm} noch viel kleiner. Für die letzte Bestimmung habe ich beide Versuchsreihen für die beobachteten Zeiten angegeben, um zu zeigen, dafs die Werthe sehr nahe übereinstimmen; es folgt daraus, dafs der Apparat keine Aenderung erlitten hatte. Für die Berechnung ist der Werth 0,001934, welcher bei 98^{mm} gefunden wurde, einzuführen, da schon hier die Strömung als verschwindend zu betrachten ist. Die weitere Abnahme der Werthe bei vermindertem Drucke kann in den etwa noch vorhandenen Strömungen ihren Grund nicht haben, wie ich schon früher gezeigt habe und wie sich auch im Verlaufe dieser Arbeit noch bestätigen wird.

§. 7.

Verfolgt man in einer Beobachtungsreihe die Werthe von $v \,.\, \log e$, so findet man, dafs dieselben meistens stetig abnehmen. Der Grund hierfür ist darin zu sehen, dafs die Abkühlungsconstante v nicht unabhängig von der Temperatur ist, sondern zugleich mit dieser abnimmt. Es fragt sich daher, für welche Temperatur der nach der Formel des §. 4 berechnete Werth von v gilt und für welche Temperatur das Mittel sämmtlicher Werthe gilt. Man könnte zunächst versuchen, aus der Abnahme der Werthe von $v \,.\, \log e$ die Abhängigkeit dieser Gröfse von der Temperatur zu bestimmen; indessen ist das zu Gebote stehende Temperaturintervall so gering, dafs sehr kleine Beobachtungsfehler oder Fehler in der Theilung des Apparates eine derartige Bestimmung sehr unsicher machen würden. Ich habe daher folgenden Weg gewählt. Angenommen, es werde die Abkühlungszeit beobachtet, die erforderlich ist, damit der Apparat sich von der Tempe-

ratur τ_0 auf die Temperatur τ_1 abkühle, während die Hülle die Temperatur 0^0 habe. In der Berechnung von v aus der Gleichung des §. 4 liegt die Voraussetzung, dafs die Abkühlung constant ist und es bezieht sich v auf die Zeiteinheit und auf die Temperaturdifferenz 1 von Gefäfs und Hülle. Da nun v nicht unabhängig von der Temperatur ist, so wird das unter dieser Voraussetzung berechnete v für eine Mitteltemperatur gelten, die zwischen den Gränzwerthen, also zwischen 0^0 und τ_0^0, liegt.

Um diese Temperatur zu finden, werde mit v_τ die Abkühlungsconstante für die Temperatur τ bezeichnet, so dafs

$$v_\tau \,.\, d\tau$$

der Wärmemenge proportional ist, welche in der Zeiteinheit von Gefäfs zur Hülle geht, wenn das Gefäfs die constante Temperatur τ und die Hülle die Temperatur $(\tau - d\tau)$ hat.

Die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit übergeht, wenn das Gefäfs die constante Temperatur τ, die Hülle die Temperatur 0^0 hat, ist proportional

$$\int_0^\tau v_\tau \, d\tau.$$

Die unter der letzten Voraussetzung bestimmte Wärmemenge ist aber auch

$$v_\vartheta \,.\, \tau$$

proportional, wo ϑ eine Mitteltemperatur bezeichnet, die durch die Gleichung

$$\int_0^\tau v_\tau \, d\tau = v_\vartheta \,.\, \tau$$

definirt ist.

Bei den Versuchen ist die Anfangstemperatur des Gefäfses gleich τ_0; würde das Gefäfs die Temperatur τ_0 constant behalten, so würden die Versuche v_{ϑ_0} ergeben, welches der Gleichung

$$\int_0^{\tau_0} v_\tau \, dt = v_{\vartheta_0} \cdot \tau_0$$

genügt.

Es kühlt sich aber das Gefäfs von τ_0 auf τ_1 ab und daher ist der Werth $v_{\vartheta_{0,1}}$, den der Versuch ergiebt, wenn die Abkühlung von τ_0 auf τ_1 beobachtet wird, während die Hülle die Temperatur 0° hat, durch die Gleichung

$$v_{\vartheta_{0,1}} = \frac{1}{\tau_0 - \tau_1} \cdot \int_{\tau_1}^{\tau_0} v_{\vartheta} \, . \, d\tau$$

oder

$$v_{\vartheta_{0,1}} = \frac{1}{\tau_0 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_0} \frac{d\tau}{\tau} \int_0^{\tau} v_\tau \, d\tau$$

bestimmt.

Um aus vorstehender Gleichung $\vartheta_{0,1}$ zu bestimmen, nehme ich an, dafs v_τ in dem Intervall von 0 bis τ^0 durch

$$v_\tau = v_0 (1 + a\tau)$$

darstellbar sey, eine Annahme, die für das kleine Intervall jedenfalls gestattet ist. Alsdann erhält man

$$v_{\vartheta_{0,1}} = v_0 (1 + a\vartheta_{0,1}) = v_0 \left\{1 + \frac{a}{4}(\tau_0 + \tau_1)\right\}$$

oder

$$\vartheta_{0,1} = \frac{\tau_0 + \tau_1}{4}.$$

Es würde nach dieser Berechnung beispielsweise der erste Werth 0,0003304, welcher für Kohlensäure durch die Beobachtung der Abkühlung von 17°,8 auf 16°,8 für $v \, . \log e$ gefunden wurde, für die Temperatur 8°,6 gelten, der letzte Werth 0,0003199, welcher durch die Beobachtungszeit der Abkühlung von 17°,8 auf 7°,8 erhalten ist, für die Temperatur 6°,4.

Da für v_τ eine lineare Function eingesetzt ist, so ergiebt sich leicht, dafs das arithmetische Mittel, welches aus den Werthen $v_{\vartheta_{0,1}}$, $v_{\vartheta_{0,2}}$, u. s. w. gebildet wird, für *die* Temperatur gilt, welche wieder das arithmetische Mittel der Werthe $\vartheta_{0,1}$, $\vartheta_{0,2}$ u. s. w. ist.

Ist daher die Beobachtung so geführt, dafs von τ_0 ausgehend für die Temperaturen τ_1, $\tau_2 \ldots \tau_n$ die Abkühlungszeiten bestimmt wurden, so gilt der Mittelwerth der Beobachtungen von $v \,.\, \log e$ für die Temperatur τ, welche bestimmt ist durch

$$\tau = \frac{(\tau_0 + \tau_1) + (\tau_0 + \tau_2) + \ldots + (\tau_0 + \tau_n)}{4n}$$

$$= \frac{n\tau_0 + \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \ldots + \tau_n}{4n}.$$

Diese Formel vereinfacht sich unter der Voraussetzung, welche bei den Versuchen erfüllt war, dafs

$$\tau_1 = \tau_0 - 1$$
$$\tau_2 = \tau_0 - 2$$
$$\vdots$$
$$\tau_n = \tau_0 - n$$

zu der folgenden

$$\tau = \frac{\tau_0}{2} - \frac{n+1}{8}.$$

§. 8.

Die im vorigen §. angegebene Berechnung der Temperatur, für welche der gefundene Mittelwerth gilt, ergiebt für die Abkühlungsversuche in schmelzendem Eise für alle drei Gase, dieselbe Temperatur nämlich 7°,5. Man hat also

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,0003186	
Luft	0,0004328	7°,5.
Wasserstoff	0,001934	

Bei der Berechnung der Versuche in siedendem Wasser ist zu beachten, dafs der Apparat gegenüber dem Luftthermometer den in §. 5 angegebenen Fehler zeigt. Die mitgetheilten Temperaturen in den Tabellen sind nach der Formel (2) des §. 4 berechnet, und stellen daher, wie schon erwähnt wurde, nicht die wahre Temperatur dar.

Aus den mitgetheilten Daten ergiebt sich leicht, welche wirkliche Temperatur der Apparat bei Angabe einer bestimmten Gradzahl besitzt. Berücksichtigt man diese Verhältnisse, so findet man folgende Werthe:

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,0006312	108,7
Luft	0,0007550	109,3
Wasserstoff	0,002748	108,9.

Um durch Combination der vorliegenden Werthe die Strahlung in der Art, wie in §. 1 angegeben ist, zu eliminiren, ist es nothwendig, die Werthe auf die gleiche Temperatur zu reduciren. Es wird hierzu am einfachsten die mittlere Temperatur gewählt, damit die Aenderungen möglichst klein bleiben. Die Differenz von diesem Mittelwerthe — 109,0 — beträgt nur 0°,3 und hat diese daher auch nur einen geringen Einfluſs auf den direct beobachteten Werth. Die Reduction wurde in folgender Weise vorgenommen: es sey

$$v_T = v_t\,[1 + h\,(T - t)],$$

wo v_T und v_t die beobachteten Werthe sind.

Aus vorstehender Gleichung ergiebt sich h und es ist dann

$$v_{(T+r)} = v_T + v_t \,.\, h \,.\, r.$$

Man erhält so die Werthe:

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,0006321	
Luft	0,0007541	109,0.
Wasserstoff	0,002749	

§. 9.

Zur Bestimmung des Verhältnisses der Leitung bei der Temperaturen 7°,5 und 109°,0, combiniren wir zuerst die Werthe von Luft und Wasserstoff, indem wir voraussetzen, daſs diese Gase in der gleichen Weise ihre Wärmeleitung mit der Temperatur ändern, so daſs das Verhältniſs ihrer Leitungsfähigkeit von der Temperatur unabhängig ist.

Nach Gleichung III des §. 1 erhält man für die Gröſse A

$$A_1 = \frac{0{,}002749 - 0{,}0007541}{0{,}001934 - 0{,}0004328} = 1{,}3289,$$

so daſs, wenn man die Leitung von Luft oder Wasserstoff bei 7°,5 gleich 1 setzt, dieselbe bei 109°,0 gleich 1,3289 ist. Ich bemerke, daſs an diesem Werthe noch eine Correction anzubringen ist, welche in §. 14 besprochen wird.

Combinirt man ebenso Wasserstoff und Kohlensäure, so erhält man

$$B_1 = 1{,}3104.$$

Die Gröſsen A und B zeigen einen geringen Unterschied; derselbe kann entweder in der Ungenauigkeit der Versuche begründet seyn, oder darin, daſs die Kohlensäure nicht in der gleichen Gröſse wie Luft und Wasserstoff ihre Wärmeleitung mit wachsender Temperatur ändert. Ehe wir diese Frage discutiren und eine weitere Berechnung an die gewonnenen Zahlen anknüpfen, mögen zuerst die Resultate der übrigen Apparate mitgetheilt werden. Es sey noch bemerkt, daſs die Combination der Werthe von Kohlensäure und Luft keine auch nur annähernd genauen Resultate liefern kann, da die Werthe zu wenig von einander verschieden sind, so daſs die zu bildenden Differenzen zu klein werden.

§. 10.

Apparat II.

A. Abkühlung in schmelzendem Eise.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei 0°,0. Eine Vergleichung mit einem Normalthermometer ergab, daſs der Apparat 14°,72 zeigte, wenn jenes 14°,71 angab.

1. Kohlensäure.
Druck 100mm.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
18	0	
17	27	0,0009193
16	56,7	183
15	86,7	132
14	120	095
13	156	054
12	194,7	044
11	236	063
10	282	052
9	333	040
8	390	030
	Mittel	0,0009089

2. Luft.
Druck 90mm.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
18	0	
17	19,25	0,001289
16	40,25	71
15	62	77
14	86,7	59
13	112	62
12	139	67
11	170	58
10	203,5	54
9	240,5	51
8	284,5	51
	Mittel	0,001264

3. Wasserstoff.
Druck 100mm.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
18	0	
14	17,5	0,006149
12	28,5	178
10	41,5	151
8	57,5	098
6	78	117
	Mittel	0,006138

B. Abkühlung in siedendem Wasser.

Der Apparat zeigt in Dämpfen, deren Temperatur 99°,82 ist, die Temperatur 99,22. Bei einer Vergleichung mit einem Normalthermometer in einer Lösung von Chlorcalcium zeigt der Apparat die Temperatur 116°,25, wenn das Normalthermometer 117°,40 angiebt. Während also der Apparat beim Siedepunkt 0°,6 zu niedrig zeigt, steigt diese Differenz bei 117° auf 1°,15. Berechnet man α, so erhält man $\alpha = 1{,}03$, und da die früher mit ε bezeichnete Gröfse im Maximum 0°,7 ist, so ist $\frac{\varepsilon}{\alpha}$ dann 0,68. Die Differenz gegen 0,7 ist so klein, dafs sie bei Berechnung von $v \log e$ nicht zu berücksichtigen ist, wohl aber bei Bestimmung der Mitteltemperatur.

1. Kohlensäure.

Druck 100mm.

Die Temperatur des siedenden Wassers ist 99°,13.

Temp.	Zeiten	v log e
118,6	0	
117,6	14,5	0,001567
116,6	30	72
115,6	46,25	71
114,6	63,75	67
113,6	82	72
112,6	102,25	65
111,6	123,5	66
110,6	146,5	68
109,6	172,5	62
108,6	201	58
		Mittel 0,001567

2. Luft.

Druck 90mm.

Die Temperatur des siedenden Wassers ist 99°,6.

Temp.	Zeiten	v log e
118,6	0	
117,6	12,25	0,001917
116,6	25,25	13
115,6	39	13
114,6	53,75	09
113,6	69,5	08
112,6	86,5	04
111,6	105	01
110,6	124,5	07
109,6	146,75	893
108,6	170,75	900
		Mittel 0,001906

3. Wasserstoff.

Druck 100mm.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,55.

Temp.	Zeiten	v log e
118,6	0	
114,6	12,25	0,008355
112,6	20	214
110,6	28,5	296
108,6	39	288
106,6	52,5	233
		Mittel 0,008275

§. 11.

Berechnet man die Temperaturen, für welche die gefundenen Mittelwerthe gelten, so erhält man folgende Werthe:

	v log e	Temp.	v log e	Temp.
Kohlensäure	0,0009089	7,6	0,001567	107,8
Luft	0,001264	7,6	0,001906	108,0
Wasserstoff	0,006138	7,0	0,008275	107,3

Reducirt man diese Werthe in der früher angegebenen Art auf die beiden mittleren Temperaturen, so findet man

	v log e	Temp.	v log e	Temp.
Kohlensäure	0,0009077	7,4	0,001566	107,7
Luft	0,001263		0,001904	
Wasserstoff	0,006146		0,008283	

Das Verhältniſs der Wärmeleitung bei 7°,4 und 107°,7, berechnet aus den Werthen für Luft und Wasserstoff, ist

$$A_2 = 1{,}3063$$ [1]).

Verbindet man ebenso die Werthe von Wasserstoff und Kohlensäure, so erhält man

$$B_2 = 1{,}2817.$$

Auch bei diesem Apparat ist also die Gröſse B_2 kleiner als die entsprechende Gröſse A_2.

§. 12.

Apparat III.

A. Abkühlung in schmelzendem Eise.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei 0°,0, ebenso zeigte eine Vergleichung mit dem Normalthermometer, daſs der Apparat bei 14°,5 die richtige Temperatur angab.

1. Kohlensäure. Druck 5mm.			2. Luft. Druck 5mm.		
Temp.	Zeiten	v log e	Temp.	Zeiten	v log e
18	0		18	0	
17	69	0,0003600	17	56	0,0004432
16	142	602	16	117,5	352
15	219	615	15	181,5	363
14	305	578	14	251,5	339
13	394	597	13	325,5	342
12	494	564	12	408	316
11	600	565	11	495	321
10	718	556	10	593	305
9	850	542	9	701	294
8	997	532	8	822	284
	Mittel	0,0003571		Mittel	0,0004335

1) Für diesen Werth gilt dasselbe, was schon bei A_1 erwähnt wurde, daſs nämlich noch eine Correction nothwendig ist.

3. Wasserstoff.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei $-0^{\circ},15$.

Temp.	Druck 10^{mm}. Zeiten		$v \log e$	Druck $47^{mm},9$ Zeiten	Druck $3^{mm},62$ Zeiten
18,15	0	0		0	0
17,15	15,5	16	0,001563	15,5	16
16,15	32,5	32,5	60	32	33
15,15	50	51	53	50	51
14,15	69	70	55	69	70,5
13,15	89	90	64	89	91
12,15	111,5	112	59	111	113,5
11,15	135,5	136,5	52	136	138
10,15	161	162	63	161	164
9,15	191	192	53	191	195
8,15	224	224,5	50	224	228
		Mittel	0,001557		

B. Abkühlung in siedendem Wasser.

Der Apparat zeigt in siedenden Dämpfen von der Temperatur $99^{\circ},34$ die Temperatur $98^{\circ},5$. Bei der Vergleichung in höherer Temperatur zeigte der Apparat $115^{\circ},5$, wenn das Lufthermometer $116^{\circ},9$ angab. Die Differenz der beiden Unterschiede beträgt demnach $0^{\circ},56$.

1. Kohlensäure. Druck 5^{mm}. Temperatur des siedenden Wassers $99^{\circ},72$.			2. Luft. Druck 5^{mm}. Temperatur des siedenden Wassers $99^{\circ},36$.		
Temp.	Zeiten	$v \log e$	Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,84	0		118,84	0	
117,84	30	0,0007777	117,84	27	0,0008479
116,84	62,25	738	116,84	55,5	459
115,84	96	749	115,84	86	456
114,84	132,5	715	114,84	118,75	405
113,84	171,5	694	113,84	153	419
112,84	213	696	112,84	190,5	393
111,84	258	688	111,84	230,75	382
110,84	307	680	110,84	275	350
109,84	361,5	655	109,84	323	335
108,84	420	655	108,84	376,75	303
	Mittel	0,0007704		Mittel	0,0008398

3. Wasserstoff.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,36.

Druck 36mm,5.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,84	0	
117,84	9,75	0,002349
116,84	20,25	21
115,84	31	43
114,84	43	22
113,84	55,5	21
112,84	68,75	26
111,84	83	29
110,84	98,5	30
109,84	116,75	26
108,84	134,5	25
		Mittel 0,002330

§. 13.

Beim Wasserstoff ist für die Abkühlung in schmelzendem Eise die Berechnung von $v \log e$ bei dem Drucke von 10mm angegeben; außerdem sind die beobachteten Zeiten für die Drucke von 47mm,9 und 3mm,62 mitgetheilt. Die Werthe bei 47mm,9 sind fast genau dieselben, als die Werthe bei 10mm, so daſs hierin der Beweis liegt, daſs innerhalb dieser Druckgränzen die Strömungen verschwindend sind, und die Wärmeleitung des Wasserstoffs noch nicht jene Verminderung erfahren hat, die früher bei diesen Drucken beobachtet wurde. Bei dem Drucke von 3mm,62 sind aber die beobachteten Zeiten schon etwas gröſser, so daſs der berechnete Werth der Wärmeleitung kleiner ausfällt.

Der Apparat III unterscheidet sich von den früheren dadurch, daſs der Abstand des Gefäſses von der abschlieſsenden Hülle gröſser ist. Da nun hier die untere Druckgränze, bei welcher der Werth der Wärmeleitung für Wasserstoff constant erhalten wird, tiefer als bei den früher benutzten Apparaten liegt, so scheint daraus zu folgen, daſs diese untere Gränze auch von den Dimensionen des Apparates abhängt. Für die obere Gränze ist nachgewiesen, daſs dieselbe um so höher liegt, je kleiner der

Abstand der Hülle bei gleichbleibendem Gefäfse ist; es ist dies in den Strömungen begründet, welche einen um so gröfsern Einflufs haben, je gröfser der Abstand ist. Weshalb aber bei den angewandten Drucken auch die untere Gränze, bei welcher die Strömungen gar nicht mehr in Betracht kommen, von den Dimensionen des Apparates abhängt und *nur* beim Wasserstoff davon abhängt, weifs ich nicht anzugeben.

Berechnet man ebenso wie früher, die Temperaturen, für welche die gefundenen Mittelwerthe gelten, so erhält man

	$v \log e$	Temp.	$v \log e$	Temp.
Kohlensäure	0,0003571	7,6	0,0007704	108,2
Luft	0,0004335	7,6	0,0008398	108,0
Wasserstoff	0,001557	7,7	0,002330	108,0

Reducirt man diese Werthe auf gleiche Temperaturen, so ergiebt sich

	$v \log e$	Temp.	$v \log e$	Temp.
Kohlensäure	0,0003571	7,6	0,0007687	108,0
Luft	0,0004335	7,6	0,0008398	108,0
Wasserstoff	0,0015563	7,6	0,002330	108,0

Das Verhältnifs der Wärmeleitung bei 7°,6 und 108°,0, berechnet aus den Werthen für Luft und Wasserstoff, ist

$$A_3 = 1,3272\ ^{1)}.$$

Die Combination der Werthe von Wasserstoff und Kohlensäure ergiebt

$$B_3 = 1,3019.$$

§. 14.

An den Verhältnifszahlen ist noch eine Correction anzubringen, welche zwei verschiedenen Umständen Rechnung tragen mufs. Zunächst ist zu beachten, dafs in Folge der Ausdehnung des Quecksilbers die sich abkühlende Gefäfskugel bei den Versuchen in der höhern Temperatur

1) Vergleiche die Anmerkung bei dem Werthe A_2.

eine geringere Gewichtsmenge Quecksilber als bei niedrigerer Temperatur enthält, und ferner daſs die specifische Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur wächst. Diese beiden Umstände wirken im entgegengesetzten Sinne auf das Resultat, so daſs sie sich zum Theil compensiren.

Um die Ausdehnung des Quecksilbers in Rechnung zu bringen, setze ich als mittleren Ausdehnungscoëfficienten des Quecksilbers in dem Glase zwischen 0° und 100° den Werth 0,0156.

Enthält die Kugel bei 0° P Gramm Quecksilber, so enthält sie bei 100°

$$\frac{P}{1{,}0156} \text{ Gramm.}$$

Ist ferner die specifische Wärme bei 0° gleich c_0, bei 100° gleich c_{100}, so ist die Wärmemenge, welche das Quecksilber abgiebt, wenn es sich von 1° auf 0° abkühlt, gleich $P \, . \, c$, und die Wärmemenge, die bei der Abkühlung von 101° auf 100° von dem Gewichte $\frac{P}{1{,}0156}$ abgegeben wird, gleich

$$\frac{P}{1{,}0156} \cdot c_{100}.$$

Je gröſser die Wärmemenge ist, welche bei der Abkühlung um 1° abzugeben ist, um so kleiner ist die Geschwindigkeit mit der die Abkühlung erfolgt.

Die für die verschiedenen Temperaturen gefundenen Werthe von $v \, . \log e$ sind nur unter der Voraussetzung direct vergleichbar, daſs die fraglichen Wärmemengen dieselben sind. Da dies in der That nicht der Fall ist, ist es nothwendig, die gefundenen Werthe auf gleiche Wärmemengen zu reduciren. Es genügt dazu, die Abkühlungsconstante in der höheren Temperatur mit dem Factor

$$\frac{P \, . \, c_{100}}{1{,}0156} \cdot \frac{1}{P \, . \, c_0} = \frac{c_{100}}{c_0 \, . \, 1{,}0156}$$

zu multipliciren, oder auch mit demselben Factor die Verhältniſszahlen zu multipliciren.

Das Verhältnifs der specifischen Wärme des Quecksilbers bei 0° und 100° ist leider mit keiner grofsen Genauigkeit bisher bestimmt und daher ist die Reduction immerhin eine etwas unsichere.

Nach den Versuchen von Regnault ist die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers zwischen den Temperaturen 10° und 100° gleich 0,03332.

Dulong und Petit[1]) finden die mittlere specifische Wärme zwischen 0° und 300° gleich 0,0350.

Setzt man voraus, dafs die specifische Wärme der Temperatur proportional wächst, so erhält man aus diesen Zahlen

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1,055.$$

Ferner hat Regnault[2]) die specifische Wärme des Quecksilbers in dem Intervall von $-77^\circ,75$ bis $+6^\circ,3$, als Mittel aus zwei Versuchen, zu 0,03267 bestimmt. Bei dieser Bestimmung war das Quecksilber bis -40° fest, und bezieht sich daher die Gröfse auf einen Mittelwerth der specifischen Wärme des festen und flüssigen Quecksilbers. Da man aber annehmen darf, dafs die specifische Wärme des festen Quecksilbers kleiner ist als jene, die das flüssige Quecksilber bei derselben Temperatur haben würde, so folgt, dafs wenn man die Zahl 0,03267 für den flüssigen Zustand innerhalb der Gränzen $-77,75$ und $+6,3$ annimmt, man eine zu kleine Zahl angenommen hat. Berechnet man dann ebenso mit dem Werth 0,03332 das Verhältnifs $\frac{c_{100}}{c_0}$, so erhält man

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1,021.$$

Diese Zahl ist, unter der Voraussetzung, das die specifische Wärme des festen Quecksilbers kleiner als die des flüssigen ist, noch zu grofs, sie ist aber um mehr als 3 Proc. kleiner als die aus den Versuchen von Dulong und Petit abgeleitete.

1) *Ann. de chim. et de phys. III. s. T. 7, p.* 147.

2) *Ann. de chim. et de phys. III. s. T. 27, p.* 272.

Der letzten Bestimmung von — 77,75 bis + 6,3 ist indeſs deſshalb keine groſse Genauigkeit zuzuschreiben, weil die Schmelzwärme des Quecksilbers, die von Regnault nach der Person'schen Bestimmung angenommen ist, in Rechnung zu ziehen war.

Legt man daher der ersten Bestimmung das doppelte Gewicht bei, so erhält man

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1,044$$

und damit wird der Factor

$$\frac{c_{100}}{c_0 \cdot 1,0156} = 1,028.$$

Die Werthe, welche sich direct aus den Versuchen ergaben, sind also um fast 3 Proc. zu klein; führt man die Correction ein, so erhält man

$\bar{A}_1 = 1,3661$ $\bar{B}_1 = 1,3477$

$\bar{A}_2 = 1,3429$ $\bar{B}_2 = 1,3176$

$\bar{A}_3 = 1,3644$ $\bar{B}_3 = 1,3383$

§. 15.

Berechnung des Temperaturcoëfficienten für Luft und Wasserstoff.

Die Werthe der drei Apparate für die Gröſsen A und B zeigen, daſs die Werthe von B jedes Mal die kleineren sind. Man wird dies daher nicht einer Ungenauigkeit der Versuche zuschreiben dürfen, sondern schlieſsen müssen, daſs die Variabilität der Leitung der Kohlensäure mit der Temperatur eine andere ist, als die der Luft und des Wasserstoffs. Wie man die Gröſse dieser Abweichung der Kohlensäure aus den Versuchen ableiten kann, werde ich später zeigen; zunächst mögen nur die Werthe A, welche durch Combination der Werthe von Luft und Wasserstoff erhalten sind, mit einander verglichen werden.

Stellt man die Abhängigkeit der Leitung von der Temperatur durch die Gleichung

$$l_\tau = l_0 (1 + \beta \tau)$$

dar, so findet man, wenn das Verhältniſs der Leitung

bei den Temperaturen τ und T bestimmt ist, und wie früher

$$\frac{l_T}{l_\tau} = A$$

gesetzt wird,

$$\beta = \frac{A - 1}{T - A_\tau}.$$

Die Gröfsen $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, $\bar{A}_3$ liefern folgende Werthe für die Constante β

$$\beta_1 = 0{,}003707$$
$$\beta_2 = 0{,}003508$$
$$\beta_3 = 0{,}003730.$$

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung dieser Werthe eine recht gute, besonders der Werthe der Apparate I und III. Diese Apparate sind in der Bestimmung sicherer, als der Apparat II, weil bei diesem die Abkühlung für die Füllung mit Wasserstoff sehr schnell vor sich geht, so dafs nur die Hälfte der Beobachtungen in derselben Reihe gemacht wurden. Ich habe diesen Mangel zwar durch eine gröfsere Zahl von Versuchen zu ersetzen gesucht, glaube aber doch nicht dieselbe Genauigkeit wie bei den anderen Apparaten erreicht zu haben.

Nimmt man das Mittel, so erhält man

$$\beta = 0{,}003648.$$

In Bezug auf die erlangte Genauigkeit der Versuche ist noch hervorzuheben, dafs der Berechnung durchaus keine weiteren Gröfsen zu Grunde liegen, als die beobachteten Abkühlungszeiten [1]), dafs besonders die Dimensionen der Apparate in die Rechnung nicht eingehen.

Wenn ferner es als möglich zugegeben werden mufs, dafs bei den Versuchen aufser der Wärmeleitung auch noch Glasleitung vorhanden ist, da hier das Glasrohr, welches zur innern Kugel führt, in seiner Verlängerung mit der abkühlenden Masse in Berührung ist [2]), so kann

1) Aufserdem die Correction, die im vorigen §. besprochen ist.

2) Bei der früheren Bestimmung der absoluten Werthe der Leitung war dies vermieden.

auch diese auf die Resultate keinen Einfluſs ausüben. Denn nach der Berechnung, wie sie im §. 1 gezeigt wurde, wird die Abkühlung durch zwei Summanden bewirkt, von denen der eine die Leitung des betreffenden Gases darstellt, der andere aber von dem in dem Apparate befindlichen Gase unabhängig ist. Bei der Aufstellung der Gleichungen wurde diese letzte Gröſse als von der Strahlung herrührend hingestellt; ist aber auſser der Strahlung noch Glasleitung vorhanden, so umfaſst dieselbe beides, da auch die Glasleitung unabhängig von der Natur des untersuchten Gases ist. Die Werthe, welche man für die Strahlung aus den Versuchen berechnen kann, sind dann freilich nicht unbedingt maaſsgebend, da es eben nicht constatirt ist, daſs die Glasleitung als verschwindend zu betrachten ist.

§. 16.

Mit dem Apparat III war es möglich, die Untersuchung in noch höheren Temperaturen als der des siedenden Wassers, fortzusetzen. Wie sich aus dem Mitgetheilten ergiebt, ist hierzu eine siedende Flüssigkeit nothwendig, welche einen möglichst constanten Siedepunkt besitzt und, ohne überhitzt zu werden, auch leicht siedet. Das Letztere ist besonders wesentlich, weil die Temperatur der Hülle während der Beobachtung eine genau bestimmbare seyn muſs; eine solche Bestimmung ist aber nicht ausführbar, wenn die Flüssigkeitstheilchen, welche sich in unmittelbarer Umgebung der Hülle befinden, eine höhere Temperatur, als die Siedetemperatur, welche der Flüssigkeit entspricht, annehmen.

Als Flüssigkeit versuchte ich zunächst Anilin, welches bei 180° einen hinreichend constanten Siedepunkt besaſs. Die Resultate sind aber nicht zu verwerthen, wie die Berechnung ergab. Wenn man nicht annehmen will, was doch sehr unwahrscheinlich seyn würde, daſs die Leitungsconstante mit erhöhter Temperatur viel langsamer zunimmt, als bei niedriger Temperatur, so ergaben die

Versuchswerthe für Wasserstoff das Resultat, dafs die Hülle des Apparates während der Beobachtungen nicht die Temperatur des siedenden Anilins, sondern eine höhere besafs, so dafs die Werthe für die Abkühlung, welche unter der Voraussetzung berechnet wurden, dafs die Hülle wirklich jene Temperatur angenommen habe, zu klein sich ergaben. Es tritt also beim Anilin ein ähnlicher Fall, nur in viel geringerem Maafsstabe ein, welcher früher bei der Abkühlung in Wasserdämpfen erwähnt wurde; die Flüssigkeit ist nicht im Stande, die Hülle auf jene Temperatur zu bringen, welche sie selbst während des Siedens besitzt. Dafs gerade beim Wasserstoff und nicht bei den andern Gasen dies besonders hervortrat, ist nicht auffallend, da die Abkühlung für Wasserstoff viel schneller vor sich geht, somit in derselben Zeit eine gröfsere Wärmemenge von der Hülle abgegeben wird.

Als zweite Flüssigkeit habe ich eine sehr concentrirte Lösung von Chlorcalcium angewendet, deren Siedepunkt bei 147°,8 lag. Die Lösung behielt sehr gut einen constanten Siedepunkt bei; aufserdem wurde die Temperatur der Flüssigkeit während des Versuches von 30 zu 30 Secunden durch einen zweiten Beobachter notirt, so dafs in dieser Beziehung eine vollständige Sicherheit erlangt wurde. Aber auch hier bleibt es zweifelhaft, ob gerade beim Wasserstoff die Hülle während der Versuche die Temperatur der siedenden Flüssigkeit erhalten hat. Es wäre wünschenswerth gewesen, noch ein zweites Thermometer in die Flüssigkeit tauchen zu lassen, dessen Gefäfs die Hülle des Apparates berührt hätte; es liefs sich aber eine zweckmäfsige Vorrichtung hierzu nachträglich nicht mehr treffen. Die Versuche werden daher, abgesehen davon, dafs so hohe Temperaturbestimmungen immer einen geringeren Grad der Sicherheit haben werden, nicht dieselbe Bedeutung, als die früher mitgetheilten besitzen.

Apparat III.

Abkühlung in einer Lösung von Chlorcalcium.

Der Apparat zeigte die Temperatur 145°,3, wenn die wirkliche Temperatur 147°,8 war.

1. Kohlensäure.

Druck 5mm.

Temperatur der siedenden Flüssigkeit 147°,4.

Temp.	Zeiten	*v* log *e*
166,5	0	
165,5	24	0,001028
164,5	50	15
163,5	78	09
162,5	107	14
161,5	138	17
160,5	173	11
159,5	211	06
158,5	251	09
	Mittel	0,001012

Ein zweiter Versuch ergab für *v* log *e* — 0,001029, wenn die Temperatur der siedenden Flüssigkeit 147°,7 war.

2. Luft.

Druck 5mm.

Temperatur der siedenden Lösung 147°,7.

Temp.	Zeiten	*v* log *e*
168,5	0	
167,5	20	0,001068
166,5	41	71
165,5	63	72
164,5	86	77
163,5	111	74
162,5	137	79
161,5	165	79
160,5	196	75
159,5	230,5	67
158,5	268	62
157,5	308	61
	Mittel	0,001070

Ein zweiter Versuch ergab für *v* log *e* — 0,001063, wenn die Temperatur der siedenden Flüssigkeit 147°,2 war.

3. Wasserstoff.

Druck $36^{mm},5$.

Temperatur der siedenden Lösung $147^{\circ},75$.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
165,5	0	
164,5	9,5	0,002652
163,5	19,5	733
162,5	30	680
161,5	41,5	672
160,5	54	661
159,5	67,5	654
158,5	82	656
157,5	98	655
	Mittel	0,002670

Ein zweiter Versuch, bei welchem die Temperatur der siedenden Flüssigkeit $148^{\circ},0$ war, ergab für $v \log e$ — 0,002662.

§. 17.

Berechnet man die Temperaturen, für welche die Mittelwerthe gelten, so erhält man

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,001020	155°.
Luft	0,001066	156,5
Wasserstoff	0,002666	155,6.

Werden die Werthe auf die mittlere Temperatur $155^{\circ},7$ reducirt, so erhält man

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,001023	155,7.
Luft	0,001062	
Wasserstoff	0,002667	

Das Verhältniſs der Wärmeleitung für die Temperaturen $7^{\circ},6$ und $155^{\circ},7$, berechnet aus den Werthen von Luft und Wasserstoff, ist

$$A_4 = 1,4295.$$

Durch Combination der Werthe von Kohlensäure und Wasserstoff findet man

$$B_4 = 1,3709.$$

Bringt man auch hier die Correction an, wie sie im §. 14 besprochen ist, so hat man die Werthe mit 1,042 zu multipliciren und erhält

$$\bar{A}_4 = 1{,}4894$$
$$\bar{B}_4 = 1{,}4280.$$

Um die erhaltene Gröfse $\bar{A}_4$ mit den früheren zu vergleichen, berechnet man (nach Gleichung 1 des §. 15) die Gröfse β_4, indem man für τ und T die Werthe 7°,6 und 155°,7 einsetzt.

Man erhält

$$\beta_4 = 0{,}003388.$$

Der Werth β_4 ist entschieden kleiner, als die früher bestimmten Werthe β. Es kann dies darin begründet seyn, dafs die Temperaturfunction der Wärmeleitung nicht von so einfacher Form ist, wie angenommen wurde, oder darin, dafs, wie schon hervorgehoben wurde, die Hülle des Apparates während der Beobachtungen für Wasserstoff eine höhere Temperatur besafs, als die in die Rechnung eingeführte. Nimmt man einen Fehler von 2 Proc. in der Bestimmung des Werthes 0,002667 für Wasserstoff, so würde man für β den Werth 0,00372 erhalten; einem Fehler von 2 Proc. würde eine Temperaturerhöhung von 0°,3 entsprechen, so dafs die Hülle in Wirklichkeit eine um 0°,3 höhere Temperatur besafs, als die vom Thermometer angegebene und den Rechnungen zu Grunde gelegte. Da durch Einsetzen des warmen Apparates in die Salzlösung die Verdampfung vermehrt wird, und besonders in unmittelbarer Umgebung desselben stärker, als in einiger Entfernung ist, so ist es möglich, dafs die Concentration der Lösung hierdurch ein wenig erhöht wurde, wodurch dann eine Temperaturzunahme bedingt ist. Ich halte aus diesen Gründen den Werth von β_4 nicht für hinreichend sicher, um die frühere Bestimmung zu modificiren; es schien mir aber nicht ohne Interesse, die Resultate in der höheren Temperatur mitzutheilen.

§. 18.

Berechnung des Temperaturcoëfficienten für Kohlensäure.

Bezeichnet man mit $V_{k,\tau}$ die Abkühlungsconstante bei Füllung mit Kohlensäure für die Temperatur τ, so ergeben sich, wenn analoge Bezeichnungen wie in §. 1, eingeführt werden, folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} V_{w,\tau} = w_t + s_\tau \\ V_{k,\tau} = k_t + s_\tau \end{array}\right\} \begin{array}{l} V_{w,T} = A \,.\, w_\tau + s_T \\ V_{k,T} = C \,.\, k_\tau + s_T. \end{array}$$

Um aus diesen Gleichungen die Gröfse C zu bestimmen, mufs das Verhältnifs $w_\tau : k_t$ bekannt seyn. Es ist dieses das Verhältnifs der Leitung des Wasserstoffs zur Kohlensäure bei der Temperatur τ, die nahezu gleich $7^\circ,5$ ist. Für dieses Verhältnifs ergeben meine früheren Versuche den Werth

$$\frac{w_\tau}{k_\tau} = 10{,}485 = m.$$

Führt man die Gröfse B, die numerisch bestimmt und durch die Gleichung

$$B = \frac{V_{w,T} - V_{k,T}}{V_{w,\tau} - V_{k,\tau}}$$

definirt ist, ein, so erhält man für C

$$C = B + (A - B)\, m.$$

Die drei Apparate liefern nach vorstehender Formel folgende Werthe

$C_1 = 1{,}541$	bezogen	auf	$\tau = 7{,}5$;	$T = 109$
$C_2 = 1{,}582$	„	„	7,4	107,7
$C_3 = 1{,}612$	„	„	7,6	108.

Berechnet man aus diesen Verhältnifszahlen den Temperaturcoëfficienten β, so findet man

$$\beta_1 = 0{,}00548$$
$$\beta_2 = 0{,}00596$$
$$\beta_3 = 0{,}00626$$
$$\text{Mittel} \quad 0{,}00590.$$

Die Werthe für β werden, wie sich aus der Bestimmung von C ergiebt, um so gröfser, je gröfser die Differenz $(A - B)$ ist; bei dem Apparat I ist diese Differenz 0,0184,

bei dem Apparate II — 0,0253 und bei dem Apparat III — 0,0261. Durch diese Differenzen wird es bewirkt, dafs die Verhältnifszahl der Leitungen der Kohlensäure von 1,36 auf 1,59 wächst, da diese Differenzen mit $m = 10,485$ multiplicirt zu der früher bestimmten Gröfse B addirt werden. Wegen der geringen Gröfse der Differenzen, welche einen so grofsen Einflufs auf die Bestimmung von C ausüben, ist man geneigt anzunehmen, dafs der numerischen Berechnung von C keine weitere Bedeutung beizulegen sey, als das Resultat, dafs C gröfser, als A sey, so dafs die Wärmeleitung der Kohlensäure stärker mit der Temperatur wächst, als jene der Luft oder des Wasserstoffs. Berücksichtigt man indefs, dafs die Einwirkung von angenommenen Fehlern auf die Differenz $(A - B)$ eine ganz andere als auf die einzelnen Gröfsen A und B ist, so überzeugt man sich leicht, dafs die numerische Bestimmung von C auf Grund der gefundenen Differenzen doch keine so unsichere ist, als es anfangs scheinen mag.

Ich habe in den sechs zur Bestimmung der Differenz $(A - B)$ dienenden Gröfsen je 1 Procent ihres Betrages als Fehler vorausgesetzt und den Einflufs bestimmt, den jeder dieser Fehler auf die fragliche Differenz haben würde. Es wurden folgende Resultate für den Apparat II erhalten:

Ein Fehler von 1 Procent in	bewirkt in der Differenz $(A - B)$ den Fehler
$V_{w,T}$	+ 0,0011
$V_{l,T}$	— 0,0039
$V_{k,T}$	+ 0,0030
$V_{w,\tau}$	— 0,0014
$V_{l,\tau}$	+ 0,0034
$V_{k,\tau}$	— 0,0022.

Nimmt man an, dafs alle diese Fehler in demselben Sinne wirkten, so erhält man als Gesammtfehler die absolute Summe obiger Gröfsen, oder 0,0150. Es würde

unter dieser Voraussetzung die Gröfse $C_t = 1{,}425$ anstatt 1,582 sich ergeben.

Man sieht, dafs selbst unter Annahme dieser Fehler die Gröfse C doch noch bedeutend gröfser als A ist. Da es aber unwahrscheinlich ist, dafs der eben berechnete Fehler in der That gemacht ist, so glaube ich nicht zu weit zu gehen, wenn ich aus den Versuchen das Resultat hinstelle, dafs für Kohlensäure die Gröfse β in der Formel

$$k_\tau = k_0 (1 + \beta . \tau)$$

mindestens den Werth 0,0050 habe.

§. 19.

II. Berechnung der Strahlung und der Abhängigkeit derselben von der Temperatur.

Die Bestimmung der Strahlung ist nach der im §. 15 gemachten Bemerkung einer grofsen Genauigkeit nicht fähig, da die Gröfsen s_t und s_T, welche in die Gleichungen eingehen, aufser der Strahlung auch noch Glasleitung enthalten. Aufserdem ist es zur Bestimmung der Strahlung pro Flächeneinheit erforderlich, die Oberfläche des strahlenden Körpers zu kennen. Da die Gefäfskugel des Thermometers in der Glashülle sich befand, war es nicht möglich eine directe Messung vorzunehmen und man mufste sich daher begnügen, die Gröfse der Gefäfskugel aus dem Gewichte des Quecksilbers, welches sie enthielt, zu berechnen.

Aus den Gleichungen I des §. 1, welche sich auf Luft und Wasserstoff beziehen, hat man

$$s_\tau = V_{l,\,\tau} - \frac{V_{w,\,\tau} - V_{l,\,t}}{n-1}.$$

Es bezeichnet hier n das Verhältnifs der Leitungen des Wasserstoffs und der Luft, also

$$\frac{w_t}{l_\tau} = n.$$

Ebenso erhält man aus den Gleichungen II des §. 1

$$s_T = V_{l,T} - A\frac{V_{w,\tau} - V_{l,\tau}}{n-1}.$$

Setzt man nach meinen früheren Versuchen

$$n = 6{,}33,$$

so findet man folgende Werthe für s

1)	Apparat I	$s_{7,5} = 0{,}0001512$	$s_{109} = 0{,}0003904$
	„ II	$s_{7,4} = 0{,}000347$	$s_{107,7} = 0{,}0007268$
	„ III	$s_{7,6} = 0{,}0002228$	$s_{108} = 0{,}0005759.$

Dieselben Gröfsen lassen sich auch aus den Gleichungen des §. 18 berechnen, indem man die Werthe, welche für Wasserstoff und Kohlensäure gefunden wurden, mit einander combinirt. Man erhält:

2)	Apparat I	$s = 0{,}0001483$	$s = 0{,}0003874$
	„ II	$s = 0{,}0003550$	$s = 0{,}0007365$
	„ III	$s = 0{,}0002307$	$s = 0{,}0005865.$

Die gute Uebereinstimmnng dieser Werthe mit den vorhin bestimmten giebt einen Beweis für die Genauigkeit der Versuche.

Stellt man für die Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur bei gleicher Temperaturdifferenz dieselbe Formel auf, welche Dulong und Petit zur Darstellung ihrer Abkühlungsversuche verwandt haben, nämlich

$$s_t = s_0\, a^{\tau},$$

so erhält man aus den mitgetheilten Zahlen[1]) für die Gröfse a die Werthe

$$a_1 = 1{,}0094$$
$$a_2 = 1{,}0074$$
$$a_3 = 1{,}0094.$$

Der Werth a_2 ist bedeutend kleiner, als die beiden andern Werthe. Der Apparat II hat den kleinsten Abstand zwischen Gefäfs und Hülle und daher hat hier die Glasleitung am meisten eingewirkt. Da nun die Wärme-

1) Es sind zur Berechnung der Gröfse a die Mittelwerthe, welche sich aus den Reihen 1) und 2) ergeben, benutzt.

leitung des Glases jedenfalls weniger stark mit der Temperatur wächst, als die Strahlung, so mufs der für den Apparat II bestimmte Werth von a auch kleiner seyn. Berücksichtigt man diesen Werth nicht, so erhält man

$$s_\tau = s_0\,(1{,}0094)^\tau.$$

Es bezieht sich die Bestimmung der Werthe auf die Temperaturdifferenz von 1° und daher sagt die Gleichung aus: Wenn die Wärmemenge, welche eine Glasfläche von der Temperatur 1° in einer Umgebung von der Temperatur 0° durch Strahlung verliert, gleich s_0 ist, so ist die Wärmemenge, welche dieselbe Oberfläche bei der Temperatur $(\tau + 1)$ in einer Umgebung von der Temperatur τ verliert, gleich [1])

$$s_0\,(1{,}0094)^\tau.$$

Dulong und Petit haben für die Strahlung einen kleineren Werth für a, nämlich 1,0077 gefunden. Es wurde hier die Strahlung direct bestimmt, indem ein Körper in einem Raume, in welchem der Gasdruck noch 1 bis 2^{mm} betrug, abgekühlt wurde. Da bei einem solchen Drucke die Gasleitung aber noch vollständig zur Geltung kommt, so wird die Abkühlung nicht allein durch Strahlung, sondern auch durch Leitung bewirkt, und da weiter die Gasleitung sehr viel geringer, als die Strahlung mit der Temperatur wächst, so mufsten Dulong und Petit für die Gröfse a einen kleineren Werth erhalten, als der Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur entspricht.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich, dafs die Strahlung sehr schnell mit der Temperatur wächst; setzt man die Strahlung bei 0° für die Temperaturdifferenz 1° gleich 1, so ist dieselbe für die gleiche Temperaturdifferenz bei 100° gleich 2,57.

1) Der Factor 1,0094 ist wahrscheinlich noch etwas zu klein, da auch bei den Apparaten I und III, wenn auch in viel geringerm Maafse als bei dem Apparat II, die Glasleitung zur Abkühlung mitgewirkt hat.

Um aus den durch die Versuche bestimmten Werthen für s_t die Gröfse der Strahlung pro Flächeneinheit zu ermitteln, hat man folgende Gleichung

$$\sigma = \frac{P \cdot c}{4 r^2 \pi} \frac{s_t}{\log e}.$$

Es bezeichnet in dieser Formel P das Gewicht des Quecksilbers, welches die Gefäfskugel enthält, c die specifische Wärme des Quecksilbers und r den Radius der Kugel, welcher, wenn d das specifische Gewicht des Quecksilbers bedeutet, nach der Gleichung

$$r = \left(\frac{3P}{4\pi \cdot d}\right)^{\frac{1}{3}}$$

berechnet ist.

Man erhält für die verschiedenen Apparate

$$\sigma_1 = 0{,}000101$$
$$\sigma_2 = 0{,}000157$$
$$\sigma_3 = 0{,}000098.$$

Der Werth σ_2 ist gegenüber den beiden andern zu grofs; wie schon erwähnt wurde, ist bei dem Apparat II die Glasleitung am gröfsten, so dafs diese den Werth σ_2 bedeutend vergröfsert hat.

Die beiden Werthe σ_1 und σ_3 stimmen nahe überein; es scheint hiernach bei den Apparaten I und III die Glasleitung nur mehr einen sehr geringen Beitrag zur Abkühlung geliefert zu haben, da im andern Falle, nach den Dimensionen der Apparate, der Werth σ_1 den Werth σ_3 weit mehr übertreffen müfste. Das Mittel aus beiden Werthen ist 0,0000995, welches sich auf die Temperatur 7°,5 bezieht.

Um eine Vergleichung mit dem von Kundt und Warburg[1]) gefundenen Werthe 0,000093 zu erhalten, mufs der von mir bestimmte Werth auf 0° reducirt werden; man erhält dann 0,000088.

1) Diese Ann. Bd. CLVI, S. 208. Es beruht auf einem Druckfehler, dafs in der erwähnten Abhandlung $\sigma_1 = 0{,}00093$ anstatt 0,000093 angegeben ist, wie sich aus der Berechnung der Formel ergiebt.

Der Werth 0,000088 ist die Strahlungsconstante σ_0 für Glas, bezogen auf 0° bei der Temperaturdifferenz 1° und auf die Einheiten Centimeter, Gramm und Secunde.

§. 20.

Nachdem im vorigen §. die Gröfsen s_t berechnet sind, lassen sich auch die inneren Radien R der äufseren Hüllen bei den Apparaten ermitteln. Man hat zur Bestimmung von R folgende Gleichung

$$\frac{P \cdot c l_t}{\log e} = \frac{k \cdot 4\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}$$

und daraus

$$R = r \cdot \frac{P \cdot c \cdot l_t}{P \cdot c \cdot l_t - k 4 \pi r \cdot \log e}.$$

Es bezeichnet in dieser Gleichung k den absoluten Werth der Wärmeleitung der Luft, l_t die Gröfse, welche im §. 1 definirt ist, so dafs

$$l_t = V_{l, t} - s_t.$$

Nach meiner früheren Bestimmung ist

$$k = 0{,}0000525,$$

bezogen auf Gramm, Centimeter und Secunde.

Man erhält für die verschiedenen Apparate folgende Werthe:

		Abstand von Gefäfs und Hülle
$r_1 = 1{,}946$ Cm.	$R_1 = 2{,}264$ Cm.	0,318 Cm.
$r_2 = 1{,}294$ „	$R_2 = 1{,}436$ „	0,142 „
$r_3 = 1{,}247$ „	$R_3 = 2{,}356$ „	1,109 „

§. 21.

III. Vergleichung der Versuchsresultate mit der Theorie.

Was zunächst die Werthe angeht, welche für die verschiedenen Gase bei *derselben* Temperatur gefunden wurden, so zeigt die Uebersicht, welche ich am Schlusse meiner vorigen Arbeit gegeben habe, dafs die Abweichung der

Resultate, die nach der Theorie berechnet wurden, von den Versuchen eine ziemlich beträchtliche ist. Da die Theorie der Wärmeleitung ein ideelles Gas voraussetzt, so mögen zunächst jene Gase in Betracht gezogen werden, welche dieser Forderung am meisten genügen; es sind dies Luft, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlenoxyd.

Die Werthe, welche in der Columne *a* zusammengestellt sind, sind nach der Formel von Clausius berechnet, indem die mittlere Weglänge ε durch den Reibungscoëfficienten nach der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{3\eta}{\varrho \cdot u}$$

ersetzt wurde.

Clausius hebt bei Ableitung seiner Gleichung hervor, daſs zur numerischen Bestimmung des Wärmeleitungscoëfficienten, es nothwendig ist, die Mittelwerthe, welche bei Ableitung der Formeln benutzt und unter der Voraussetzung, daſs die Geschwindigkeit aller Gasmolecüle bei derselben Temperatur die gleiche sey, bestimmt wurden, durch die wahren Mittelwerthe zu ersetzen. Ich habe diese Rechnung durchgeführt, indem ich das von Maxwell aufgestellte Vertheilungsgesetz für die Geschwindigkeiten anwandte. Nach diesem Gesetz ist, wenn ω die mittlere Geschwindigkeit der Molecüle bezeichnet,

das mittlere Quadrat der Geschwindigkeiten $= \omega^2 \cdot \frac{3\pi}{8}$

der mittlere Cubus „ „ $= \omega^3 \cdot \frac{\pi}{2}$.

Es ist dann für ε der Werth

$$\varepsilon = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\eta}{\varrho \cdot \omega}$$

einzusetzen.

Die erhaltenen Resultate sind etwas verschieden, je nachdem man in der Gleichung V (Clausius, Abhandlungen, XVI, S. 302) in dem Ausdruck von G für V^3 den mittleren Cubus einsetzt, also $\overline{V^3}$, oder das mittlere Quadrat $\overline{V^2}$ multiplicirt mit der ersten Potenz $\overline{V}$.

Im erstern Falle erhält man anstatt der Gleichung (a) in meiner vorigen Abhandlung, welche lautete

$$k = \frac{5}{4} \cdot \eta \cdot c \cdot g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

die Beziehung

$$k = \frac{50}{48} \cdot \eta \cdot c \cdot g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a_1),$$

im zweiten Falle

$$k = \frac{10}{3\pi} \cdot \eta \cdot c \cdot g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a_2).$$

Die Formel a_2 ist aber nach meiner Ansicht die richtige, da in dem Ausdruck für G die lebendige Kraft der Molecüle dargestellt werden soll, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit hindurchgeht. Die lebendige Kraft, welche $\overline{V^2}$ enthält, wird mit der Anzahl der Molecüle, welche $\overline{V}$ als Factor aufnehmen, multiplicirt; es darf daher das Product $\overline{V^2} \cdot \overline{V}$ nicht in $\overline{V^3}$ zusammengefaſst werden.

Beide Formeln (a_1) und (a_2) liefern übrigens kleinere Werthe, als die erste Formel (a), so daſs die nach diesen Formeln berechneten Werthe gegenüber den Versuchen eine noch gröſsere Abweichung zeigen würden.

In der Columne c der Uebersicht der vorigen Arbeit, sind die Werthe angegeben, welche nach der Theorie Maxwell's berechnet sind; nur sind die Werthe mit dem Factor $\frac{3}{2}$ multiplicirt, weil, wie schon damals erwähnt wurde, von Boltzmann nachgewiesen ist, daſs in der Berechnung des numerischen Coëfficienten ein Versehen von Maxwell gemacht worden ist. Es sind hiernach die Werthe, wie die Zusammenstellung zeigt, und auch eine Vergleichung der Formeln ergiebt, doppelt so groſs, als die nach der Formel (a) berechneten. Die Werthe sind sämmtlich zu groſs, so daſs die Differenzen gegenüber den Versuchswerthen noch bedeutend gröſser sind, als die nach der Formel (a) sich ergebenden Unterschiede.

Stellt man die Vergleichung in der Art an, daſs man für den Werth der Wärmeleitung der Luft 1 setzt, so erhält man nach beiden Theorien dieselben Werthe für die übrigen Gase. In der folgenden Tabelle sind die Werthe zusammengestellt, die sich nach den Versuchen und der Theorie ergeben.

Gase	Versuch	Theorie
Luft	1	1
Wasserstoff	6,33	7,02
Kohlenoxyd	0,97	1,00
Sauerstoff	1,07	1,03
Stickstoff	1,00	0,99.

Die Werthe stimmen sehr nahe überein bis auf jenen, welcher für Wasserstoff gefunden wurde; es beträgt hier der Unterschied 10 Proc. Stefan und auch Kundt und Warburg haben für Wasserstoff den der Theorie entsprechenden Werth gefunden. Die Versuchsresultate Stefan's sind für Wasserstoff nicht im Detail mitgetheilt, so daſs sich die Genauigkeit nicht bestimmen läſst[1]); für die Bestimmung von Kundt und Warburg werde ich am Schlusse dieser Arbeit §. 23 nachweisen, daſs in Folge eines Versehens bei der Berechnung sich ein zu groſser Werth für Wasserstoff ergeben hat.

Von den eben erwähnten Gasen, welche als permanente angesehen werden können, unterscheiden sich die übrigen untersuchten Gase wesentlich dadurch, daſs sie viel gröſsere Abweichungen vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze zeigen und somit die Voraussetzung, welche in der Theorie der Gase gemacht wird, nicht erfüllen. Aber wenn auch die Theorie diesen Abweichungen Rechnung tragen wollte, so würde man doch nicht im Stande seyn, eine genaue Vergleichung zwischen den nach der Theorie berechneten und den aus dem Versuch abgeleiteten Werthen anzustellen. Denn erstens ist das Verhältniſs der specifischen Wärme bei constantem Druck und bei constantem Volumen dieser Gase noch nicht genau ermittelt und zweitens kennt man

1) Anmerkung bei der Correctur. Nach kürzlich mitgetheilten Versuchen findet Stefan für Wasserstoff 6,72.

die Abhängigkeit der specifischen Wärme der Gase von der Temperatur nicht. Was den letzteren Punkt betrifft, so geht aus den Versuchen Regnault's über die specifische Wärme der Kohlensäure bei constantem Druck hervor, dafs diese mit der Temperatur ganz bedeutend wächst, so dafs dieselbe bei 100° um mehr als 13 Proc. gröfser als bei 0° ist. Wie Röntgen[1]) gezeigt hat, ist der Unterschied der specifischen Wärmen bei constantem Volumen noch gröfser und beträgt etwa 20 Proc. Da Regnault die anderen Gase nicht genauer untersucht hat, es aber wohl unzweifelhaft ist, dafs dieselben ebenso, wie Kohlensäure, eine von der Temperatur abhängige specifische Wärme besitzen, so lassen sich die Werthe nicht ermitteln, welche für die Temperatur, bei welcher die Versuche über die Wärmeleitung angestellt sind, gelten.

Die von mir zur Berechnung benutzten Werthe der specifischen Wärmen sind die von Regnault bestimmten, welche als mittlere Werthe zwischen den Temperaturen 10° und 200° anzusehen sind; die specifischen Wärmen bei constantem Volumen sind aus jenen nach der Theorie der Gase, wie dies Clausius gezeigt hat, berechnet.

Wenn man die Wärmeleitung der Luft gleich 1 setzt, so erhält man mittels dieser Werthe für die übrigen Gase:

	Versuch	Theorie
Luft	1	1
Kohlensäure	0,60	0,86
Aethylen	0,79	1,13
Sumpfgas	1,23	1,76
Stickoxyd	0,88	0,96
Stickoxydul	0,69	0,91.

Die nach der Theorie berechneten Werthe sind bei allen Gasen gröfser, als die experimentell bestimmten.

Setzt man für die specifische Wärme der Kohlensäure bei constantem Volumen anstatt des Werthes — 0,1711 —, wie er zur Berechnung der Verhältnifszahl 0,86 gedient

1) Diese Ann. Bd. CXLVIII, S. 610.

hat, den Werth 0,1436, welcher sich für 7° ergiebt (vgl. Röntgen), so erhält man 0,72. Es ist dieser Werth zwar auch noch bedeutend gröfser, als der experimentell bestimmte, kommt demselben aber schon viel näher, als der frühere.

Die Werthe, welche bei den übrigen zuletzt genannten Gasen für die specifische Wärme zur Berechnung der Wärmeleitung eingeführt wurden, sind nach dem früher Erwähnten ebenfalls zu grofs, so dafs es darin zum Theil begründet ist, wefshalb die nach der Theorie berechneten Werthe die Versuchsresultate so bedeutend übertreffen [1]).

§. 22.

Die beiden einander sich gegenüber stehenden Theorien von Clausius und Maxwell unterscheiden sich neben den numerischen Coëfficienten wesentlich durch das Gesetz, welches sie für die Veränderung der Wärmeleitung mit der Temperatur aufstellen. Nach der Theorie von Clausius wächst die Wärmeleitung proportional der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur, nach der Theorie Maxwell's aber proportional dieser Temperatur selbst.

Die Versuche haben ganz unzweideutig zu Gunsten der letzteren Theorie entschieden. Wird die Wärmeleitung der Luft oder des Wasserstoffs bei 0° gleich 1 gesetzt, so ergeben die Versuche, dafs dieselbe bei 100° gleich 1,364 ist. Es ist schon erwähnt, dafs der Bestimmung dieser Gröfse dadurch eine gewisse Unsicherheit anhaftet,

1) E. Wiedemann (Habilitationsschrift, Leipzig, December 1875) hat die Abhängigkeit der specifischen Wärme mehrerer Gase von der Temperatur untersucht. Die specifische Wärme bei constantem Druck für Aethylen und Stickoxydul ist nach diesen Versuchen bei 7°,5 gleich 0,342 resp. 0,200. Aus diesen Zahlen ergeben sich für die specifischen Wärmen bei constantem Volumen die Werthe 0,270 resp. 0,154; hierdurch werden die Verhältnifszahlen der Wärmeleitung, bezogen auf Luft = 1, für Aethylen 0,92 und für Stickoxydul 0,78. Auch diese Werthe kommen den experimentell bestimmten bedeutend näher, als die nach den Regnault'schen Zahlen berechneten.

dafs die Veränderung der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur nicht genau bekannt ist; würde man diese Veränderung gar nicht berücksichtigen, so würde man anstatt 1,364 den Werth 1,310 erhalten. Auch dieser letztere Werth zeigt, dafs das von Clausius aufgestellte Gesetz den Thatsachen nicht entspricht, und wenn man auch, so lange hinsichtlich der specifischen Wärme des Quecksilbers keine hinreichende Sicherheit besteht, durch die Versuche das von Maxwell's abgeleitete Gesetz nicht als vollständig erwiesen betrachten will, so wird man es doch als sehr wahrscheinlich hinstellen müssen.

Für die Kohlensäure wurde ein beträchtlich gröfserer Temperaturcoëfficient, als für Luft und Wasserstoff gefunden; wird wieder die Wärmeleitung der Kohlensäure bei 0° gleich 1 gesetzt, so ist dieselbe bei 100° gleich 1,593. Da nach der Theorie Maxwell's der Temperaturcoëfficient mit dem Ausdehnungscoëfficienten identisch seyn soll, so ist die Zunahme der Wärmeleitung der Kohlensäure mit der Temperatur viel gröfser als man erwarten sollte. Es kann diese Identität aber nur dann bestehen, wenn die specifische Wärme des Gases von der Temperatur unabhängig ist. Bei der Kohlensäure ist dies nicht der Fall und man wird daher bei der theoretischen Bestimmung des Temperaturcoëfficienten diese Aenderung der specifischen Wärme in Rechnung ziehen müssen.

Für das Verhältnifs der specifischen Wärmen der Kohlensäure (vgl. Röntgen) hat man nach den Versuchen Regnault's folgende Werthe:

bei 0° $k_0 = 1,3220$

bei 100° $k_{100} = 1,2603$.

Da nach der Theorie die Wärmeleitung dem um eins verminderten Verhältnifs der specifischen Wärmen umgekehrt proportional ist, so erhält man für die Wärmeleitung der Kohlensäure bei 100°, jene bei 0° gleich 1 gesetzt, den Werth

$$\frac{k_0 \quad - 1}{k_{100} - 1} \cdot 1{,}367 = 1{,}691.$$

Nach dieser Berechnung ist also der theoretische Werth des Temperaturcoëfficienten noch gröſser, als der experimentell bestimmte.

Man könnte gegen die Zulässigkeit dieser Berechnung einwenden, daſs die Veränderung der specifischen Wärme der Kohlensäure mit der Temperatur bei so geringen Drucken, wie sie bei meinen Versuchen angewendet sind, nicht bewiesen und sogar unwahrscheinlich ist, da Regnault aus den Versuchen über die Ausdehnung der Gase gezeigt hat, daſs die Gase um so geringere Abweichungen vom Gay-Lussac'schen Gesetze zeigen, je kleiner der Druck wird. Es würde dann weiter daraus folgen, daſs die Kohlensäure bei sehr geringen Drucken nahezu als ein ideelles Gas zu betrachten und daher auch denselben Gesetzen, wie diese unterworfen sey. Dem gegenüber hat man aber zu beachten, daſs ebenso die Versuche Regnault's ergeben haben, daſs die specifische Wärme der Kohlensäure bei einem Drucke von 2780^{mm} gleich jener ist, welche für den Druck von 760^{mm} bestimmt ist, so daſs sich die specifische Wärme innerhalb dieser Gränzen unabhängig vom Drucke erweist, während der Ausdehnungscoëfficient sehr stark mit dem Drucke wächst. Es besteht daher zwischen der Abhängigkeit des Ausdehnungscoëfficienten und der specifischen Wärme vom Drucke keine directe Beziehung, und da die specifische Wärme weit über 760^{mm} Druck constant ist, so ist es wahrscheinlich, daſs dieselbe auch unterhalb dieses Druckes dieselbe bleibt. Ist dies aber der Fall, so liegt auch kein Grund vor, anzunehmen, daſs die Abhängigkeit der specifischen Wärme von der Temperatur noch eine Function des Druckes sey, wenigstens nicht in dem Maaſse, daſs bei geringen Drucken dieselbe unabhängig von der Temperatur wird.

Betrachtet man die Versuchsresultate für die Kohlensäure in soweit als beweisend, daſs sie ergeben haben, daſs der Temperaturcoëfficient der Wärmeleitung der Koh-

lensäure bedeutend gröfser als bei Luft und Wasserstoff ist, so folgt — unter Voraussetzung der Richtigkeit der Theorie der Wärmeleitung für die Abhängigkeit derselben von der Temperatur, — dafs in der That auch bei sehr geringen Drucken die speçifische Wärme der Kohlensäure nicht von der Temperatur unabhängig ist, und dafs daher das Wachsen derselben nicht durch die Abweichung vom vollkommenen Gaszustande erklärt werden kann.

Es würde wünschenswerth seyn, die Abhängigkeit der Wärmeleitung der Kohlensäure von der Temperatur auch bei gröfsern Drucken als in den Versuchen angewandt wurden, zu untersuchen, um festzustellen, ob und wie diese mit dem Drucke sich ändert. Ebenso könnte man durch Untersuchung der Wärmeleitung der anderen Gase, die eine gröfsere Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze zeigen, wenigstens annährend die Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur bestimmen. Ich habe die Absicht nach dieser Richtung hin die Versuche fortzusetzen, und auch durch die Bestimmung der Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur den Versuchen diejenige Genauigkeit zu geben, die als erwünscht erscheinen mufs.

Es ist bereits von verschiedenen Seiten hervorgehoben, dafs die der Maxwell'schen Theorie zu Grunde gelegte Hypothese, nach welcher zwischen den Molecülen eine abstofsende Kraft thätig ist, die der fünften Potenz der Entfernung umgekehrt proportional wirkt, nicht mit der Erfahrung übereinstimmt, da nach den Versuchen von Thomson und Joule über die innere Arbeit der Gase keine abstofsende, sondern anziehende Kräfte unter den Gasmolecülen vorhanden sind. Man wird daher die vorliegenden Versuche nicht als eine Bestätigung der Maxwell'schen Theorie ansehen können, wohl aber als eine Bestätigung des Temperaturgesetzes, welches aus der Maxwell'schen Theorie abgeleitet ist, wenigstens in dem Maafse, dafs die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der

Temperatur innerhalb des Intervalles 0° bis 100° diesem Gesetze folgt.

Da nach der Theorie der Gase der Reibungscoëfficient dieselbe Abhängigkeit von der Temperatur, wie die Wärmeleitung zeigt, so mögen hier die Resultate Platz finden, welche über die erste Gröſse erhalten sind.

Die ersten Versuche sind von Maxwell angestellt und haben ihn eben bewogen, seine neuere Theorie aufzustellen. Er findet aus Schwingungsbeobachtungen für das Temperaturintervall von 10° bis 84° den Werth 0,00365 für den Temperaturcoëfficienten.

Die Untersuchungen von O. E. Meyer [1]) ergeben aus Schwingungs- und Strömungs-Versuchen als Mittel 0,00273; der kleinste der gefundenen Werthe ist 0,0024, der gröſste 0,0030.

Hiermit in Uebereinstimmung findet v. Obermayer [2]) aus Strömungsversuchen als Mittel 0,00272; der kleinste Werth ist 0,00258, der gröſste 0,00295. Die Versuche umfassen das Temperaturintervall von —20° bis +100°.

Nach diesen Beobachtungen stimmt der Temperaturcoëfficient der Reibung der Gase nicht mit jenem der Wärmeleitung überein, und wenn man daher beiden Versuchsreihen eine hinreichende Genauigkeit zuschreibt, so wird auch hier die bisher aufgestellte Theorie nicht völlig bestätigt.

§. 23.

IV. Bemerkungen zu der Abhandlung der HH. Kundt und Warburg über die Wärmeleitung verdünnter Gase [3]).

Wie am Schlusse meiner vorigen Abhandlung bereits bemerkt wurde, fanden Kundt und Warburg für das Verhältniſs der Wärmeleitungsfähigkeiten von Wasserstoff zu Luft, den Werth 7, welchen bereits Stefan gefunden

1) Diese Ann. Bd. CXLVIII, S. 203.

2) Wiener Berichte Bd. LXXI, 2. Abth., S. 301.

3) Diese Ann. Bd. CLVI, S. 177.

hatte, oder wie in der neueren Abhandlung genauer angegeben wird, den Werth 7,1.

Die Beobachtungen sind so angestellt, dafs zur Trennung der Strahlung von der Leitung, erstere direct bestimmt wurde. Es bleibt trotz der gröfsten Sorgfalt, welche von Seiten der Verfasser auf die Herstellung der Vacua verwandt worden, zweifelhaft, ob die Vacua nicht eine, wenn auch nur geringe Leitung zugelassen haben. Da es nicht möglich war, Vacua herzustellen, welche einige Zeit für die Wärmeleitung unverändert blieben, so ist es eben unsicher, ob die untersuchten Vacua, welche *möglichst schnell* nach Herstellung derselben beobachtet wurden, wirklich als Vacua für die Wärmeleitung zu betrachten sind. Sobald aber die Gröfse, welche als Strahlung eingeführt wird, zu grofs ist, mufs das Verhältnifs der Wärmeleitungsfähigkeiten eines besser leitenden zu einem schlechter leitenden Gase auch zu grofs werden.

Abgesehen von diesen Umständen findet sich in der Berechnung der Versuche ein Versehen, welches das Verhältnifs von Wasserstoff zu Luft zu grofs ergeben hat.

Die Verfasser berechnen die Abkühlungsconstante α nach der Formel

$$\alpha = \log \left\{ \frac{1 + \frac{\beta}{\alpha} t}{1 + \frac{\beta}{\alpha} t_0} \cdot \frac{t_0}{t} \right\} \frac{1}{\vartheta \cdot \log e},$$

in welcher t die Temperatur, ϑ die Zeit bedeutet, und $\frac{\beta}{\alpha}$ eine Constante bezeichnet, welche ein Maafs für die Abweichung der Abkühlung vom Newton'schen Gesetze abgiebt. Diese Abweichung rührt daher, dafs die Leitungs- und Strahlungsconstante nicht von der Temperatur unabhängig ist, sondern mit dieser wächst.

Der Werth von α stellt nach obiger Formel die Summe der Leitungs- und Strahlungsconstante für 0° dar, multiplicirt mit einem Factor, welcher nur von den Dimensio-

nen des Apparates und dem Wasserwerth des Thermometers abhängt. Würde man in obiger Formel $\frac{\beta}{\alpha} = 0$ setzen, so erhielte man (vergl. §. 7 dieser Arbeit) einen Werth für α, den wir mit α_τ bezeichnen wollen, und dieser würde ebenfalls die Summe der Leitungs- und Strahlungsconstante, multiplicirt mit demselben Factor darstellen, nur nicht für die Temperatur 0°, sondern für die Temperatur τ^0, wo τ eine Function von t und t_0 ist.

Berechnet man den Werth von τ, so findet man, dafs derselbe dargestellt wird (nach §. 7) durch

$$\tau = \frac{t + t_0}{4}.$$

Die Verfasser berechnen nun für Luft, Kohlensäure und das Vacuum die Werhe α und $\frac{\beta}{\alpha}$ aus ihren Versuchen. Die so berechneten Werthe von α beziehen sich alsdann, wie die Verfasser bemerken, auf 0°. Für Wasserstoff aber wird $\frac{\beta}{\alpha}$ gleich 0 gesetzt, weil, wie die Verfasser sagen, „wegen der Kleinheit der Abkühlungszeiten die Abweichungen von diesem Gesetz (dem Newton'schen) innerhalb der Fehlergränzen fallen". Setzt man aber $\frac{\beta}{\alpha} = 0$, so bezieht sich der so berechnete Werth von α nicht mehr auf 0°, sondern auf eine höhere Temperatur, und ist daher auch nicht mit den für die anderen Gase berechneten Werthen direct vergleichbar; hierin liegt das Versehen der Verfasser. Um den unter der Voraussetzung — $\frac{\beta}{\alpha} = 0$ — gefundenen Werth mit den übrigen vergleichen zu können, mufs derselbe auf 0° reducirt werden.

Es fragt sich hier zunächst, auf welche Temperatur sich der gefundene Mittelwerth α bei Wasserstoff bezieht. Derselbe wird aus vier verschiedenen Beobachtungen bestimmt, die für vier verschiedene Temperaturen gelten.

Die Anfangstemperatur t_0 war bei den Beobachtungen

gleich $59^0,3$ und es wurden die Abkühlungszeiten zu den Temperaturen 49,4; 39,5; 29,7; 19,6 bestimmt.

Der Werth von α, berechnet aus $t_0 = 59,3$ und $t = 49,4$ bezieht sich auf die Temperatur 27,2; der zweite Werth von α, berechnet aus $t = 39,5$ bezieht sich auf die Temperatur 24,7; ebenso beziehen sich die beiden folgenden Werthe auf 22,2 resp. auf 19,7.

Der Mittelwerth der Werthe von α bezieht sich daher auf die mittlere Temperatur, welche man erhält, wenn man aus den vier Werthen das Mittel nimmt, es ist dies 23,4. Da die gröfste Differenz der Temperaturen, auf welche sich α bezieht, nicht ganz 8^0 beträgt, so ist es leicht erklärlich, dafs bei den kleinen Abkühlungszeiten des Wasserstoffs die Abweichungen vom Newton'schen Gesetz innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler fallen. Es ist aber, wie schon erwähnt, in Folge dieses Umstandes nicht erlaubt, den Werth von α, welcher sich auf die Temperatur $23^0,4$ bezieht, mit jenen Werthen direct in Rechnung zu bringen, welche sich auf 0^0 beziehen. Die Abhängigkeit der Wärmeleitung des Wasserstoffs von der Temperatur ist nach meinen Versuchen durch die Gleichung

$$w_\tau = w_0 (1 + 0,00364\, \tau)$$

bestimmt. Der Mittelwerth von α für Wasserstoff ist nach den Versuchen der Verfasser

$$\alpha = 0,0165,$$

welcher sich auf die Temperatur $23^0,4$ bezieht. In diesen Werth geht aufser der Leitung auch noch die Strahlung ein, und da die Strahlung mit der Temperatur stärker als die Leitung zunimmt, so wird man für α, bezogen auf 0^0, jedenfalls nicht einen zu kleinen Werth erhalten, wenn man die Reduction unter der Voraussetzung, dafs in α nur Leitung eingehe, vornimmt. Man erhält dann

$$\alpha_\tau = \alpha_0 (1 + 0,00364\, \tau)$$

also

$$0{,}0165 = \alpha_0 (1 + 0{,}00364 \,.\, 23{,}4)$$

und daraus

$$\alpha_0 = 0{,}0152.$$

Mit diesem Werthe wird das Verhältnifs von Wasserstoff zu Luft 6,51 anstatt 7,1.

Man kann übrigens die Reduction der Werthe für Wasserstoff auch in ähnlicher Weise durchführen, wie die Verfasser diese für die übrigen Gase hergestellt haben. Man hat zu dem Zwecke einen Werth für $\frac{\beta}{\alpha}$ zu bestimmen, welcher nicht aus den Beobachtungen abzuleiten ist, sondern sich aus der Ueberlegung ergiebt, dafs die Variation des Werthes von α mindestens so grofs seyn mufs, als jene, welche der Leitung allein, ohne Rücksicht auf die Strahlung, entspricht. In diesem Falle ist

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{0{,}00364}{2}.$$

Setzt man also für $\frac{\beta}{\alpha}$ den Werth 0,0018, so ist der hierdurch bestimmte Werth von α jedenfalls nicht zu klein.

Im Folgenden sind die Werthe von $\alpha \,.\, \log e$ berechnet, die man erhält, 1) wenn $\frac{\beta}{\alpha} = 0$, 2) wenn $\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0018$ gesetzt ist

	$\alpha \,.\, \log e$	
Zeiten	$\frac{\beta}{\alpha} = 0$	$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0018$
11″	0,00721	0,00658
24,5	20	62
42	15	61
67	17	74
	Mittel	0,00664.

Führt man den Werth 0,00664 für $\alpha \,.\, \log e$ zur Berechnung des Verhältnisses von Wasserstoff zu Luft ein, so erhält man

6,54.

Nach dieser Berechnung stimmt also das Verhältnifs der Wärmeleitung von Wasserstoff zu Luft, wie es die Versuche der Verfasser ergeben, bis auf 3 Proc. mit dem von mir gefundenen Verhältnifs überein.

Aachen, December 1875.

II. *Zur Theorie der Galvanometer; von H. Weber in Braunschweig.*

(Fortsetzung und Schlufs von Bd. 154, S. 239.)

Galvanometer mit weiter Umschliefsung der Nadel.

Bei manchen Anwendungen der besprochenen Galvanometer mit enger Umschliefsung der Nadel reicht die Dämpfung, welche das Galvanometer bei geschlossener Kette ausübt, nicht aus. Um in einem solchen Falle der Nadel eine gröfsere Dämpfung zu ertheilen, bringt man einen besonderen Dämpfer in Anwendung, welcher aus einem möglichst dicken Ring aus reinem Kupfer besteht, der sich über den Multiplicator schieben läfst. Einen noch höheren Grad von Dämpfung erhält man, wenn man die Anordnung von Multiplicator und Dämpfer umkehrt und zunächst die Nadel mit einem Dämpfer umgiebt, über welchen sodann der Multiplicator geschoben wird. Die passende Gröfse für den Querschnitt des Dämpfers mufs aus der Erfahrung entnommen werden; sie hängt von dem gewünschten Grade der Dämpfung ab, welche anfänglich rasch, später langsamer mit wachsendem Querschnitte zunimmt.

Von dieser letzten Anordnung hat Wiedemann bei dem von Sauerwald ausgeführten Galvanometer Gebrauch gemacht. Die Vergröfserung der Dämpfung ist bei dieser Construction jedoch immer mit einem Verlust an Empfind-

lichkeit und aufserdem mit einem nicht unbeträchtlichen Mehraufwand an Draht verknüpft. Durch die Verschiebbarkeit der beiden Hälften, in welche Wiedemann seinen Multiplicator theilt, wird der praktisch grofse Vortheil gewonnen, die Empfindlichkeit des Instrumentes je nach Bedürfnifs verstärken oder herabstimmen zu können. Um jedoch den höchsten Grad von Empfindlichkeit zu erreichen, darf man auf die mittlere Schicht der Drahtwindungen nicht Verzicht leisten und mufs den Multiplicator als ein Ganzes herstellen. Eine Regulirung der Empfindlichkeit läfst sich übrigens auch in dem letzteren Falle innerhalb gewisser Gränzen durch einen Magnet hervorbringen, welcher entweder oberhalb oder unterhalb der Galvanometernadel in der magnetischen Meridianebene fest aufgestellt ist, wodurch nicht nur eine Vergröfserung der Empfindlichkeit durch Annäherung an Astasie, sondern ebenso bei umgekehrter Lage der Hülfsmagneten eine Verringerung der Empfindlichkeit gewonnen werden kann.

Es möge hier die Bestimmung der Dimensionen des Wiedemann'schen Galvanometers folgen, wenn gefordert wird, dafs dasselbe das Maximum der Empfindlichkeit bezitzt, indem wir zugleich voraussetzen, dafs dasselbe nur aus *einer einzigen* Multiplicatorrolle besteht, in deren Mitte sich die Nadel befindet.

Das Galvanometer von Wiedemann.

Bei dem Galvanometer von Wiedemann[1]), wie es von Sauerwald construirt wird, ist der Durchmesser des ringförmigen Magnets oder der Durchmesser des magnetischen Spiegels $L = 19^{mm}$, der Abstand der Nadelenden vom Kupferdämpfer 1^{mm} und der Dicke des Dämpfers in radialer Richtung 17^{mm}. Nehmen wir hierzu noch den Abstand der inneren Windungsschicht des Multiplicators von dem Dämpfer zu 1^{mm} an, so ist, wenn wie früher a der Abstand der Nadelenden von der nächsten Windungs-

1) **Wiedemann, die Lehre vom Galvanismus 2. Aufl. Bd. 2, S. 227.**

schicht, R den Radius der Berührungsfläche der inneren Windungsschicht bedeutet

$$a = L \qquad R = 1{,}5 \,.\, L.$$

Es ist ferner S. 251 das Verhältnifs des Abstandes e eines Poles von der Nadelmitte zu der Länge L der Nadel 0,42, mithin ergiebt sich für das Verhältnifs $\varepsilon = \frac{e}{R}$

$$\varepsilon = 0{,}28,$$

welches mit dem früher betrachteten Werth $\varepsilon = 0{,}7$ verglichen ziemlich klein ist.

Aus den Gleichungen (17) und (19) ergeben sich für diesen Werth von ε

$$\gamma = 2{,}06368 \qquad \gamma_1 = 1{,}81671 \quad . \quad . \quad (27)$$

und wie auf S. 252 erhält man folgende Zusammenstellung der Gröfsen, welche die Dimensionen des Galvanometers mit maximaler Empfindlichkeit bestimmen

$$\left.\begin{aligned} R &= 1{,}5 \,.\, L \\ a &= L \\ h &= 3{,}09552 \,.\, L \\ h_1 &= 2{,}72506 \,.\, L \\ Q &= 15{,}9292 \;.\, L^{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 15{,}9292 \;.\, L^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (28).$$

In gleicher Weise folgt für das Drehungsmoment auf die um den Winkel α abgelenkte Nadel

$$D = im \cos\alpha\, 1{,}30202\, [1 - 0{,}0201862 \sin\alpha^2]\, \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{w}{k}} \quad (29),$$

endlich für das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes in Kilogrammen

$$P = \frac{253{,}739}{10^6}\, s\, L^3,$$

oder wenn, wie früher, für Kupfer $s = 8{,}921$ gesetzt wird

$$P = \frac{2263{,}61}{10^6} \,.\, L^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30).$$

Halten wir uns an den besonderen Fall, welcher mit der Construction von Sauerwald übereinstimmt und setzen $L = 19^{mm}$, so ergeben sich bei verschiedenen äufseren Widerständen w der Kette in Siemens'schen Einheiten für den Durchmesser d, die Länge l des zu verwendenden Drahtes etc. folgende Werthe

$$L = 19^{mm}.$$

w	d Millimeter	l Meter	$\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$
0,5	3,283	205,6	46,6
1	2,761	290,8	65,8
2	2,321	411,2	93,1
4	1,952	581,6	131,7
6	1,764	712,3	161,3
8	1,641	822,5	186,2
10	1,552	919,6	208,2
20	1,305	1300,5	294,5
40	1,098	1839,1	416,4
60	0,992	2252,4	510,0
80	0,923	2600,9	588,9
100	0,873	2907,9	658,4
200	0,734	4112,4	931,1
400	0,617	5815,8	1316,8
600	0,558	7122,8	1612,7
800	0,519	8224,7	1862,2
1000	0,491	9195,5	2082,1
2000	0,413	13005	2944,5
4000	0,347	18391	4164,1
6000	0,314	22524	5100,0
8000	0,292	26009	5888,9
10000	0,276	29079	6584,0

$R = 28,5^{mm}$

$a = 19^{mm}$

$h = 58,8^{mm}$

$2h_1 = 103,6^{mm}$

$P = 15,526^{kilogr}$

Vergleichung der Empfindlichkeiten zweier Galvanometer.

Bei jedem Galvanometer hat man zwei verschiedene Arten von Empfindlichkeit zu unterscheiden. Die erste Art von Empfindlichkeit ist das Verhältnifs des Drehungsmomentes, welches die Stromeinheit auf die im magnetischen Meridian liegende Nadel ausübt, zu der Directionskraft, welche auf die Nadel wirkt. Auf diese Empfindlichkeit kommt es vor Allem an, wenn es sich um die Beobachtung beharrlicher Ablenkungen der Nadel handelt. Die zweite ist das Verhältnifs des Drehungs-

momentes, welches die Stromeinheit auf die im magnetischen Meridian liegende Nadel ausübt, zu dem Trägheitsmomente der Nadel nebst Gehänge. Diese letztere Empfindlichkeit spielt dann eine wichtige Rolle, wenn einer Nadel, wie dies z. B. bei Inductionsströmen der Fall ist, während sie sich in der Ruhelage befindet, ein Stoſs ertheilt wird. Die erste Art von Empfindlichkeit nennt W. Weber die *statische*, die zweite die *dynamische* Empfindlichkeit des Galvanometers.

Seyen ω' und ω'' die statische und die dynamische Empfindlichkeit eines Galvanometers, auf dessen Nadel nur der Strom im Multiplicator, die horizontale Componente des Erdmagnetismus und die Torsion des Aufhängefadens wirkt, und haben $\mathfrak{D}_0$, K, m ihre frühere Bedeutung, so ist

$$\omega' = \frac{\mathfrak{D}_0}{Tm\,(1+\theta)},\quad \omega'' = \frac{\mathfrak{D}_0}{K} \quad . \quad . \quad . \quad (31).$$

Diese beiden Empfindlichkeiten ω' und ω'' sind Eigenschaften, welche einem Galvanometer an sich zukommen, sie wachsen proportional mit Quadratwurzel aus dem Widerstand. Für viele Fälle ist es jedoch zweckmäſsig noch zwei andere Arten von Empfindlichkeit zu unterscheiden, welche Eigenschaften *des Galvanometers und der Kette* sind, in welche das Galvanometer eingeschaltet ist. Man kann diese zweite Art von Empfindlichkeit, *die Empfindlichkeit bei gegebener Kette nennen.* Soll zu einer Kette, deren Widerstand gegeben ist, ein Galvanometer mit gröſster Empfindlichkeit construirt werden, so handelt es sich darum diese zweite Art von Empfindlichkeiten zu einem Maximum zu machen. Unter statischer und dynamischer Empfindlichkeit bei gegebener Kette verstehen wir alsdann das Verhältniſs des Drehungsmomentes, welches die Einheit der elektromotorischen Kraft hervorbringt zu der Directionskraft oder dem Trägheitsmoment der Nadel nebst Gehänge.

Bezeichnen wir demnach diese beiden Empfindlichkeiten entsprechend durch Ω' und Ω'' und ist D_0 das Drehungsmoment, welches die Einheit der elektromotorischen Kraft

hervorbringt, wo $\mathfrak{D}_0$ dieselbe Bedeutung wie früher hat, wenn $E = 1$ gesetzt wird, so folgt [1])

$$\Omega' = \frac{D_0}{Tm\,(1+\theta)} \qquad \Omega'' = \frac{D_0}{K} \quad . \; . \quad (32).$$

Die dynamische Empfindlichkeit ω'' läfst sich auch als diejenige Geschwindigkeit definiren [2]), welche der Nadel von der Stromeinheit in der Zeiteinheit ertheilt wird, während die Nadel sich in der Ruhelage befindet. Dieser Definition entsprechend ist dann Ω'' diejenige Geschwindigkeit, welche die Nadel von der in der Kette wirkenden Einheit der elektromotorischen Kraft in der Zeiteinheit erhält, während sie sich in der Ruhelage befindet.

Diese vier Arten von Empfindlichkeit stehen untereinander in mannigfachem Zusammenhang. Zunächst ergiebt sich leicht, wenn wir mit W den gesammten Widerstand der Kette, den des Galvanometers mit eingeschlossen, bezeichnen

$$D_0 = \frac{\mathfrak{D}_0}{W}$$

und folglich

$$\Omega' = \frac{\omega'}{W} \qquad \Omega'' = \frac{\omega''}{W},$$

Für das Verhältnifs der statischen und dynamischen

1) Befindet sich wie bei einem astatischen Galvanometer oberhalb oder unterhalb der Nadel noch ein Hülfsmagnet, so ist (siehe Anmerk. S. 252) die statische Empfindlichkeit

$$\omega' = \frac{\mathfrak{D}_0}{m\left\{T(1+\theta) \pm \dfrac{M}{(\varrho^2 + E^2 + e^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}}$$

$$\Omega'' = \frac{D_0}{m\left\{T(1+\theta) \pm \dfrac{M}{(\delta^2 + E^2 + e^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}},$$

wo das obere Zeichen zu nehmen ist, wenn die Pole des Hülfsmagnets im entgegengesetzten Sinne wie bei der Nadel gelegen sind, das untere dagegen bei umgekehrter Lage (Astasie). Es geht, wie schon oben hervorgehoben wurde, hieraus hervor, dafs die statische Empfindlichkeit durch Anwendung eines Hülfsmagnets vergröfsert oder verringert werden kann.

2) Abhandlungen der Königl. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen Bd. 10, S. 38.

Empfindlichkeit bei sonst gleichen Verhältnissen ergiebt sich ferner

$$\frac{\Omega'}{\Omega''} = \frac{\omega'}{\omega''} = \frac{K}{Tm\,(1+\theta)}.$$

Bezeichnen λ_0 und τ_0 das logarithmische Decrement und die Schwingungsdauer bei offener Kette, so folgt aus der Bewegungsgleichung für schwingende Magnete

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{1+\theta}\,\frac{K}{Tm}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33),$$

mithin wird

$$\Omega' = \frac{\tau_0^2}{\pi^2 + \lambda_0^2}\,\Omega'' \qquad \omega' = \frac{\tau_0^2}{\pi^2 + \lambda_0^2}\,\omega''.$$

Sind demnach τ_0 und λ_0 beobachtet, und ist die dynamische Empfindlichkeit bekannt, so läfst sich hieraus die statische berechnen oder umgekehrt.

Die dynamische Empfindlichkeit kann leicht unter Anwendung eines Erdinductors bestimmt werden. Sie läfst sich aber auch durch Beobachtung des logarithmischen Decrementes bei offener und geschlossener Kette finden, wenn das Trägheitsmoment der Nadel nebst Gehänge und der Widerstand der Kette bekannt ist. Aus dem Ausdrucke (26) für das logarithmische Decrement bei geschlossener Kette folgt nämlich

$$\mathfrak{D}_0 = \sqrt{\frac{2KW\sqrt{\pi^2+\lambda_0^2}}{\tau^0}}\,.\,\sqrt{\frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}} - \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi^2+\lambda_0^2}}} \quad (34).$$

Durch Division mit W ergiebt sich hieraus D_0, und demnach sind nach (31) und (32) Ω', Ω'', ω', ω'' gegeben.

Vergleichen wir nun die Empfindlichkeit bei gegebener Kette des früher betrachteten Galvanometers mit enger Umschliefsung mit derjenigen von dem Wiedemann'schen Galvanometer, indem wir die Widerstände der Ketten, die Gröfse und Gestalt der Nadeln, so wie die Art der Aufhängung als gleich voraussetzen, so folgt aus (24) und (29), wenn Ω', Ω'' die Empfindlichkeiten der Galvanometer der ersten Ω'_w, Ω''_w die Empfindlichkeit der zweiten Art bezeichnen,

$$\frac{\Omega'}{\Omega'_w} = \frac{\Omega''}{\Omega''_w} = \frac{2{,}10947}{1{,}30202} = 1{,}6201,$$

oder es ist die Empfindlichkeit nach erster Construction ungefähr 1,6 Mal so grofs, als die Empfindlichkeit des Galvanometers von Wiedemann, wenn dasselbe das Maximum der Empfindlichkeit besitzt.

Vergleichen wir ebenso den Aufwand an Draht, so findet sich für das Verhältnifs der Gewichte P und P_w aus (25) und (30)

$$\frac{P}{P_w} = \frac{105,894}{2263,61},$$

oder man bedarf bei der ersten Construction nur den 21sten Theil von der zweiten.

Mufs man hiernach der ersteren Constructionsart, wenn es sich nur um Empfindlichkeit handelt, unbedingt vor der zweiten den Vorzug einräumen, so hat die zweite Art doch von der ersten den Vortheil voraus, dafs die Ablenkungen der Nadel in viel gröfserer Uebereinstimmung mit dem Tangentengesetze stehen, als dies bei der ersten Art der Fall ist, da in Folge des gröfseren Abstandes der Windungen von der Nadel der Coëfficient von $\sin \alpha^2$ in Formel (29) bedeutend kleiner ausfällt als in (24).

Die Formel (34) bietet zugleich Gelegenheit die früher durch Rechnung bestimmten Werthe von $\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$ experimentell zu bestimmen. Dividirt man nämlich auf beiden Seiten mit m und führt für K seinen Werth aus (33) ein, so ergiebt sich

$$\frac{\mathfrak{D}_0}{m} = \sqrt{\frac{2\,W\tau_0\,(1+\theta)}{\sqrt{\pi^2+\lambda_0^2}}\,\frac{T}{m}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}} - \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi^2+\lambda_0^2}}}\,.$$

Das Verhältnifs $\frac{T}{m}$ läfst sich durch Ablenkungsversuche leicht ermitteln. Ist aufserdem der Widerstand W der ganzen Kette gegeben λ_0, λ, τ_0 und θ beobachtet, so ist damit $\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$ bestimmt. Auf diese Weise wurde eine Vergleichung zwischen Theorie und Erfahrung bei einem früher benutzten Galvanometer [1]) gewonnen.

1) Pogg. Ann. Bd. 146, S. 269, Annmerkung. (Es ist daselbst der Druckfehler $f(_{1\,0})$ in $f(_0)$ umzuändern.)

Läfst man nach und nach das Verhältnifs zwischen dem Abstande der Pole von der Nadelmitte zu dem Durchmesser der Umwindungen, welche die Nadel zunächst umgeben, d. h. die Gröfse ε kleiner und kleiner werden, so geht das Galvanometer in eine Tangentenbussole über, wenn auch das Tangentengesetz erst streng für $\varepsilon = 0$ erfüllt wird. Verhalte sich z. B. der Durchmesser der die Nadel zunächst umschliefsenden Windungsschicht zu der Länge der Nadel wie 5 zu 1, sey also

$$2R = 5L,$$

so folgt, da nach S. 251 $e = 0{,}42\,L$ ist,

$$\varepsilon = 0{,}168.$$

Aus den Gleichungen (17) und (19) erhält man für diesen Werth

$$\gamma = 2{,}08403 \qquad \gamma_1 = 1{,}84576 \quad . \; . \quad (35)$$

und mithin ergeben sich für die Gröfsen, von denen die Construction abhängt, die Werthe

$$\left.\begin{aligned} R &= 2{,}5\,.\,L \\ a &= 2{,}0\,.\,L \\ h &= 5{,}21007\,.\,L \\ h_1 &= 4{,}61440\,.\,L \\ Q &= 34{,}8039\;\;.\,L^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 34{,}8039\;\;.\,L^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (36).$$

Aufserdem befindet sich

$$D = im\cos\alpha\, 1{,}00597\,[1 - 0{,}0070541\sin\alpha^2]\,\frac{1}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{w}{k}} \qquad (37)$$

und für das Gewicht in Kilogrammen

$$P = \frac{1211{,}31}{10^6}\, s\, L^3,$$

oder für $s = 8{,}921$

$$P = \frac{10806{,}1}{10^6}\, L^3 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (38).$$

Während der Coëfficient von $\sin\alpha^2$, von dessen Gröfse die gröfsere oder geringere Annäherung an das Tangenten-

gesetz abhängt, in diesem Falle nur $\frac{1}{24}$ von dem entsprechenden Werth bei den Galvanometer mit enger Umschliefsung beträgt, ist das Gewicht des aufzuwendenden Drahtes hundertmal gröfser und die Empfindlichkeit bei gleicher Nadel und gleichem Widerstand nur die Hälfte.

Tangentenbussole mit grofsem Radius.

Ist der Radius der Tangentenbussole sehr grofs im Vergleich zu der Länge der Nadel, also ε verschwindend klein, so kann man in den Gleichungen (19) $\varepsilon = 0$ setzen, wodurch sie eine viel einfachere Gestalt annehmen. Man erhält alsdann für γ und γ_1 die Werthe

$$\gamma = 2{,}09516 \qquad \gamma_1 = 1{,}86177 \quad . \quad . \quad (39),$$

welche mit den von W. Weber gegebenen Werthen [1]) vollkommen übereinstimmen. Die Gröfsen, welche die Dimensionen der Tangentenbussole bestimmen, ergeben sich in diesem Falle mit dem Radius R der der Nadel zunächstliegenden Schicht proportional und zwar

$$\left.\begin{aligned} h &= 2{,}09516 \,.\, R \\ h_1 &= 1{,}86177 \,.\, R \\ Q &= 8{,}87855 \,.\, R^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 8{,}87855 \,.\, R^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (40).$$

1) Abhandlungen der Königl. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen Bd. 10, S. 41. Bei dem daselbst angegebenen Werth von l ist ein Druckfehler zu berichtigen. Es ist statt $\sqrt{\frac{w}{k}}$ zu setzen $\sqrt{\frac{w c^3}{k}}$. Aufserdem bezieht sich der dort angegebene Zahlenwerth 10,0182 auf den Fall, wo der Galvanometerdraht einen quadratischen Querschnitt besitzt. Man erhält den entsprechenden Werth für den kreisförmigen Querschnitt, wie er oben vorausgesetzt wird, durch Multiplication mit $\sqrt{\frac{\pi}{4}}$.

Für das Drehungsmoment, welches ein Strom von der Intensität i bei einer Ablenkung α der Nadel ausübt, folgt

$$D = im \cos\alpha \; 1,58836 \; \frac{1}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{w}{k}}$$

und schliefslich für das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes in Kilogrammen

$$P = \frac{78,8286}{10^6} s R^3,$$

oder für $s = 8,921$

$$P = \frac{703,231}{10^6} R^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41).$$

Bestimmung der Intensität eines constanten Stromes mittelst einer Tangentenbussole von mehreren Umwindungen.

Dic früher entwickelten Formeln lassen sich leicht anwenden um die Stromintensität eines constanten Stromes zu bestimmen, wenn die Tangentenbussole aus beliebig vielen Windungen hergestellt ist. Führt man nämlich in dem Ausdrucke für das Drehungsmoment (14) für Q seinen Werth aus (2) ein und bemerkt, dafs $\Delta y \, \Delta z \, . \, n = 2hh_1$ ist, wenn n die gesammte Anzahl der Umwindungen bezeichnet, und wirkt auf die Nadel nur die horizontale Componente des Erdmagnetismus und die Torsion des Aufhängefadens ein, so ergiebt sich

$$i = \frac{1}{A} \cdot \frac{TR(1+\theta)}{2\pi n} \cdot \operatorname{tg}\alpha,$$

wo

$$A = \frac{R}{h}\left[\lg\text{nat}\,\frac{R+h+\sqrt{(R+h)^2+h_1^2}}{R+\sqrt{R^2+h_1^2}} + \frac{e^2(1-5\sin\alpha^2)}{4h_1^2}\left\{\frac{(R+h)^3}{[(R+h)^2+h_1^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R^3}{[R^2+h_1^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}\right].$$

In dem Falle, dafs h sehr klein gegen R ist, kann man den Ausdruck A in eine Reihe nach steigenden Potenzen von h entwickeln. Es ist dabei jedoch zweckmäfsig an Stelle des Radius R den mittleren Radius des Multiplicators einzuführen. Bezeichnet man denselben durch $\mathfrak{R}$ und setzt also

$$\mathfrak{R} = R + \frac{h}{2},$$

so folgt für A, indem man die Glieder, welche höhere Potenzen von h als die zweite enthalten, vernachlässigt,

$$i = \frac{1}{A} \, \frac{T\mathfrak{R}(1+\theta)}{2\pi n} \operatorname{tg} \alpha$$

$$A = \frac{\mathfrak{R}}{\sqrt{\mathfrak{R}^2 + h_1^2}} \left[1 + \frac{h^2}{24} \, \frac{2\mathfrak{R}^2 - h_1^2}{[\mathfrak{R}^2 + h_1^2]^2} \right.$$
$$\left. + \tfrac{3}{4} e^2 (1 - 5 \sin \alpha^2) \left\{ \frac{\mathfrak{R}^2}{[\mathfrak{R}^2 + h_1^2]^2} + \frac{h^2}{24} \, \frac{12\mathfrak{R}^4 - 21\mathfrak{R}^2 h_1^2 + 2h_1^4}{[\mathfrak{R}^2 + h_1^2]^4} \right\} \right].$$

Ist auch h_1 gegen $\mathfrak{R}$ eine kleine Gröſse, so daſs h_1^3, hh_1^2, h_1^4 vernachlässigt werden können, so wird

$$A = 1 - \tfrac{1}{2} \, \frac{h_1^2}{\mathfrak{R}^2} + \tfrac{1}{12} \, \frac{h^2}{\mathfrak{R}^2}$$
$$+ \tfrac{3}{4} \, \frac{e^2 (1 - 5 \sin \alpha^2)}{\mathfrak{R}^2} \left\{ 1 - \tfrac{5}{2} \, \frac{h_1^2}{\mathfrak{R}^2} + \tfrac{1}{2} \, \frac{h^2}{\mathfrak{R}^2} \right\},$$

worin, wenn der Abstand e der Pole von der Nadelmitte ebenfalls klein ist, die beiden letzten Glieder der Klammergröſse weggelassen werden können. Bilden die Umwindungen eine einzige horizontale Schicht, so ist in dem obigen Ausdrucke $h = 0$ zu setzen.

Tangentenbussole aus einem massiven Ring.

Auch bei Tangenbussolen aus einem einzigen massiven Ringe, wie sie häufig in Anwendung kommen, kann man die Frage aufwerfen, welche Form des Querschnittes man in Anwendung zu bringen hat, wenn die Tangentenbussole bei gegebener Kette das Maximum der Empfindlichkeit besitzen soll. Wir betrachten nur den Fall, wo der Querschnitt des Ringes ein Rechteck von der Breite $2h_1$ und der Höhe h ist, und setzen ferner voraus, daſs der Gesammtstrom in dem Ringe als aus unendlich vielen kreisförmigen Partialströmen bestehend angenommen werden könne, deren Intensitäten dem Widerstand entsprechend mit wachsendem Radius abnimmt.

Bezeichne z den Abstand irgend eines Punktes innerhalb des Ringes von der Ringaxe und y den Abstand der durch den betrachteten Punkt senkrecht zur Ringaxe gelegten Ebene von dem Mittelpunkt des Ringes, ferner i die an dieser Stelle durch die Flächeneinheit in einer Secunde hindurchgehende positive Elektricität und $i + \frac{di}{dz} dz$ dieselbe Gröfse für eine Stelle, welche dem Abstand $z + dz$ entspricht. Denkt man sich den Querschnitt des Ringes in unendlich viele Rechtecke $dy\,dz$ zerlegt, von denen jedes von einem Partialstrom durchflossen wird, und ist k der specifische Widerstand, so hat man nach Ohm

$$i\,dy\,dz : \left(i + \frac{di}{dz}dz\right) dy\,dz = \frac{2\pi(z+dz)}{dy\,dz} k : \frac{2\pi z}{dy\,dz} . k$$

und hieraus

$$-\frac{di}{i} = \frac{dz}{z}$$

oder

$$i = \frac{C}{z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42).$$

Die Integrationsconstante C bestimmt sich aus der Bemerkung, dafs die Summe der Intensitäten aller Partialströme gleich der Intensität des ganzen Stromes seyn mufs. Bezeichnet man die letztere mit J und den Radius der inneren Begränzungsfläche des Ringes mit R, so ist

$$J = C \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_{R}^{R+h} \frac{dz}{z}$$

$$C = \frac{J}{2h_1 \lg\text{nat} \frac{R+h}{R}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43).$$

In ähnlicher Weise findet man aus dem Ohm'schen Gesetze über Stromtheilung, wenn V den Widerstand des ganzen Ringes bezeichnet,

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{2\pi k}\int_{-h_1}^{h_1} dy \int_{R}^{R+h} \frac{dz}{z},$$

also

$$V = \frac{\pi k}{h_1 \lg \text{nat} \frac{R+h}{R}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44).$$

das Drehungsmoment, welches der gesammte Strom auf die Nadel ausübt, erhält man durch Summirung der Drehungsmomente sämmtlicher Partialströme. Ist daher

$$i.m\, f(y, z)\, dy\, dz$$

das Drehungsmoment eines Partialstromes, so folgt nach (42) und (43), da

$$J = \frac{E}{w+V}$$

ist, wenn E die in der Kette wirkende elektromotorische Kraft, $w+V$ den Widerstand der ganzen Kette bezeichnet

$$D = \frac{Em}{2h_1 w \lg \text{nat} \frac{R+h}{R} + 2\pi k} \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_{R}^{R+h} \frac{f(y, z)}{z}\, dz.$$

Nach Bd. 154, S. 249 ist aber

$$f(y, z) = \frac{2\pi z^2 \cos\alpha}{[z^2+y^2]^{\frac{3}{2}}} \left\{1 + \tfrac{3}{4} e^2 (1 - 5\sin\alpha^2) \frac{z^2 - 4y^2}{[z^2+y^2]^2}\right\},$$

mithin ergiebt sich nach Ausführung der Integration [1]), wenn wir zur Abkürzung $R+h$ durch R_1 bezeichnen

$$D = \frac{1}{w} \frac{\pi m E \cos\alpha}{h_1 \lg \text{nat} \frac{R_1}{R} + \pi \frac{k}{w}} \Bigg[\lg \text{nat} \left\{\frac{\sqrt{R_1^2+h_1^2} - h_1}{\sqrt{R_1^2+h_1^2} + h_1} \cdot \frac{\sqrt{R^2+h_1^2} + h_1}{\sqrt{R^2+h_1^2} - h_1}\right\}$$
$$- \tfrac{1}{2} e^2 (1 - 5\sin\alpha^2) h_1 \left\{\frac{2}{[R_1^2+h_1^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[R^2+h_1^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}\Bigg].$$

1) Für kleine Werthe von $\frac{h}{R}$ und $\frac{h_1}{R}$ kann man für den natürlichen Logarithmus in der Klammer den Ausdruck

$$\frac{2hh_1}{R^2}\left\{1 - \frac{h}{R} - \tfrac{1}{2}\frac{h_1{}^2}{R^2} + \frac{h^2}{R^2} + \frac{hh_1{}^2}{R^3} + \tfrac{3}{8}\frac{h_1{}^4}{R^4}\right\}$$

setzen.

Für $\alpha = 0$ und $E = 1$ geht D in D_0 über und man erhält alsdann durch

$$\frac{\partial D_0}{\partial h} = 0 \quad \frac{\partial D_0}{\partial h_1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45),$$

zwei Gleichungen, aus denen sich die Werthe von h und h_1 berechnen lassen, für welche die Empfindlichkeit ein Maximum wird.

Es stellt sich hierbei heraus, daſs wenn R und w nicht sehr klein werden, ein Fall der bei einer Tangentenbussole und ihren Anwendungen nicht eintritt, $\frac{h}{R}$ und $\frac{h_1}{R}$ stets kleine Werthe besitzen. Da ferner auch das Verhältniſs des Polabstandes von der Nadelmitte zu dem Radius $\frac{e}{R}$ bei Tangentenbussolen sehr klein ist, so wollen wir im Folgenden das Verhältniſs gleich Null setzen. Die Bedingungsgleichungen (42) lassen sich dann auf die einfache Form bringen

$$\left.\begin{aligned} \frac{h^2 h_1}{R^3}\left\{1 - \tfrac{7}{6}\frac{h}{R}\right\} &= \frac{2\pi k}{Rw} \\ \left(\frac{h_1}{R}\right)^2 &= \tfrac{1}{2}\frac{h}{R} + \tfrac{1}{6}\left(\frac{h}{R}\right)^2 - \tfrac{1}{8}\left(\frac{h}{R}\right)^3 \end{aligned}\right\} \quad . \quad (46).$$

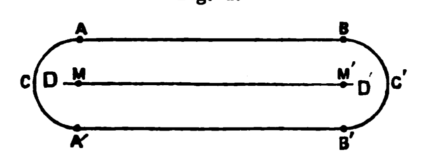
Entwickelt man hieraus die Werthe von h und h_1 und führt dieselben in (44) ein, so ergiebt sich für den Widerstand V des Ringes der Tangentenbussole im Vergleich zu dem äuſseren Widerstand der Kette w ein sehr geringer Werth und die Regel, daſs der Widerstand eines Galvanometers (von der Umspinnung abgesehen) gleich dem äuſseren Widerstand seyn müsse, wenn das Maximum der Empfindlichkeit erreicht werden soll, findet auf Tangentenbussolen mit einfachem massiven Ring keine Anwendung. Für einige in der Praxis häufig vorkommende Werthe von R und w findet man z. B., wenn der äuſsere Widerstand m und der Widerstand V des Ringes der Tangentenbussole in Siemens'schen Einheiten ausgedrückt werden, und wenn ferner der specifische Widerstand für Kupfer $k = 2 \,.\, 10^5 \,\frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ ist:

R Millim.	w Siemens	h Millim.	$2h_1$ Millim.	V Siemens
200	1	0,769	17,550	0,00192
200	5	0,404	12,715	0,00504
300	1	0,981	24,276	0,00163
300	5	0,515	17,585	0,00429

Galvanometer mit gestreckter Stromcurve bei Vernachlässigung der Umspinnung.

Unter einer „gestreckten Stromcurve" verstehe ich eine Curve, welche sich Fig. 1 aus zwei parallelen gleich lan-

Fig. 1.



gen Stücken AB und $A'B'$ und zwei Halbkreisen ACA' und $BC'B'$ zusammensetzt. Die Pole M und M' der Galvanometernadel sollen in der Ruhelage mit den Mittelpunkten der beiden Halbkreise zusammenfallen, endlich möge der Horizontalabstand der beiden Nadelenden von der die Nadel zunächst umgebenden Windung CD und $C'D'$ wie früher durch a, der Verticalabstand der beiden parallelen Stücken AA' oder BB' dagegen mit b bezeichnet werden.

Aus den früher für diese Classe von Galvanometern gegebenen Entwicklungen [1]) ergeben sich alsdann folgende Dimensionen für das Galvanometer, wenn dasselbe das Maximum der Empfindlichkeit besitzen soll:

1) Pogg. Ann. Bd. 137, S. 133. Die daselbst mitgetheilten Zahlenwerthe wurden von Neuem controlirt.

$$\left.\begin{aligned} a &= 0{,}0417\,.\,L \\ b &= 0{,}250\,.\,L \\ h &= 0{,}51602\,.\,L \\ h_1 &= 0{,}37770\,.\,L \\ Q &= 1{,}1167\,.\,L^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 1{,}1167\,.\,L^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned}\right\} \quad .\ .\ .\ . \quad (47).$$

Die Gröfsen L, w, k, h, h_1 etc. haben hierbei dieselbe Bedeutung wie oben. Für das Drehungsmoment, welches die Stromeinheit auf die in der Ruhelage befindliche Nadel ausübt, folgt ferner

$$\mathfrak{D}_0 = 2{,}8884\,\frac{m}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{w}{k}} \quad .\ .\ .\ . \quad (48)$$

und endlich für das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes

$$P = \frac{1{,}2470}{10^6}\,s\,L^3,$$

wobei P in Kilogrammen gefunden wird, wenn L in Millimetern gemessen ist. Nimmt man für Kupfer $s = 8{,}921$, so wird

$$P = \frac{11{,}124}{10^6}\,L^3 \quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ . \quad (49).$$

Wenn es sich darum handelt für eine Kette von gegebenem Widerstand ein Galvanometer von gröfster Empfindlichkeit zu construiren, so läfst es sich leicht entscheiden, welche der beiden Arten, die mit kreisförmiger oder mit langgestreckter Stromcurve, den Vorzug verdienen. Wir setzen dabei Gröfse und Gestalt der Nadeln, sowie die Art ihrer Aufhängung als gleich voraus. Ferner möge zum Vergleich die empfindlichste Art von Galvanometern mit kreisförmiger Stromcurve gewählt werden, nämlich diejenige mit enger Umschliefsung, welche S. 250 betrachtet wurde. Es seyen Ω' und Ω'' die statische und dynamische Empfindlichkeit bei gegebener Kette von dem Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve, Ω'_1 und Ω''_1,

die entsprechenden Werthe für das Galvanometer mit gestreckter Stromcurve, so ergiebt sich nach (32) das Verhältnifs

$$\frac{\Omega'_{,}}{\Omega'} = \frac{\Omega''_{,}}{\Omega''} = \frac{2,8884}{2,10947} = 1,369$$

und es ist mithin die Empfindlichkeit der Galvanometer mit gestreckter Stromcurve um ein Drittel gröfser als die Empfindlichkeit der Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve. Was ferner die zur Construction zu verwendende Drahtmenge anlangt, so findet man für das Verhältnifs derselben, wenn P und $P_{,}$ die Gewichte des Drahtes für beide Galvanometerarten bezeichnen, nach (25) und (49)

$$\frac{P_{,}}{P} = \frac{11,124}{105,895} = \frac{1}{9,5},$$

woraus das interessante Resultat hervorgeht, ***dafs Galvanometer mit gestreckter Stromcurve unter Aufwand von beinahe nur dem zehnten Theil an Draht eine um ein Drittel gröfsere Empfindlichkeit liefern als ein entsprechendes Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve.***

Trotz dieses für die Galvanometer mit gestreckter Stromcurve überaus günstigen Vergleiches, dürfte man sich bei Construction von Galvanometern mit sehr kleiner Nadel an die kreisförmige Construction halten, weil bei ihnen der für die Nadel freigelassene Raum verhältnifsmäfsig gröfser ist und eine Controle der Aufhängung der Nadel leichter zuläfst. Für Galvanometer dagegen mit längerer Nadel empfiehlt es sich die gestreckte Form in Anwendung zu bringen. Die folgenden Tafeln geben die Werthe der Gröfsen, welche bei Construction von Galvanometern mit gestreckter Stromcurve für verschiedene äufsere Widerstände in Betracht kommen, wenn die Länge L der Nadel 50^{mm} und 100^{mm} beträgt. Als Widerstandseinheit und specifischer Widerstand sind dieselben Werthe genommen worden wie S. 255.

$L = 50^{mm}$.

w	d Millim.	l Meter	$\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$
0,1	2,686	27,5	28,5
0,5	1,796	61,5	63,7
1	1,510	87,0	90,0
2	1,270	123,1	127,3
4	1,068	174,1	180,1
6	0,965	213,2	220,6
8	0,898	246,1	254,7
10	0,849	275,2	284,7
20	0,714	389,2	402,7
40	0,600	550,4	569,5
60	0,543	674,1	697,4
80	0,505	778,4	805,3
100	0,478	870,3	900,4
200	0,402	1230,7	1273,3
400	0,338	1740,5	1800,8
600	0,305	2131,7	2205,5
800	0,284	2461,4	2546,6
1000	0,269	2752,0	2847,2

$a = 2{,}1^{mm}$
$b = 12{,}5^{mm}$
$h = 25{,}8^{mm}$
$2h_1 = 37{,}8^{mm}$
$P = 1{,}390^{kilogrm}$

$L = 100^{mm}$.

w	d Millim.	l Meter	$\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$
0,1	4,516	77,8	20,1
0,5	3,020	174,1	45,0
1	2,540	246,1	63,7
2	2,136	348,1	90,0
4	1,796	492,3	127,3
6	1,623	602,9	156,0
8	1,510	696,2	180,1
10	1,428	778,4	201,3
20	1,201	1100,8	284,7
40	1,010	1556,7	402,7
60	0,913	1906,6	493,2
80	0,849	2201,6	569,5
100	0,803	2461,4	636,7
200	0,675	3481,0	900,4
400	0,568	4922,8	1273,3
600	0,513	6029,3	1559,5
800	0,478	6962,0	1800,7
1000	0,452	7783,7	2013,3

$a = 4{,}2^{mm}$
$b = 25{,}0^{mm}$
$h = 51{,}6^{mm}$
$2h_1 = 75{,}5^{mm}$
$P = 11{,}124^{kilogrm}$

Bestimmung der günstigen Verhältnisse für Galvanometer bei beschränkter Wahl des Galvanometerdrahtes.

Wenn in Betreff der Länge und dem Querschnitte des Galvanometerdrahtes keine freie Wahl gelassen ist, können, wie früher in der Einleitung erwähnt wurde, je nach der Art der Beschränkung eine Reihe verschiedener Fälle eintreten, von denen der unter (4) aufgezählte Fall, da er practisch keine Wichtigkeit besitzt, ganz aufser Acht gelassen werden kann.

Wenn man die Wirksamkeit der verschiedenen Schichten eines Galvanometers mit Maximalempfindlichkeit untereinander vergleicht, so zeigt sich, dafs die äufsersten Schichten d. h. diejenigen Schichten, welche die gröfste Drahtmenge in Anspruch nehmen, verhältnifsmäfsig am wenigsten zur Vergröfserung des Drehungsmomentes beitragen. Man kann sich daher die Aufgabe stellen, unter Verzichtleistung auf den höchsten Grad der Empfindlichkeit ein möglichst empfindliches Galvanometer zu construiren unter Aufwand einer geringeren Drahtmenge, als zur Herstellung eines Galvanometers mit Maximalemfindlichkeit gehört. Verwendete man z. B. den vierten Theil weniger an Draht dem Gewichte nach, als für die Construction mit Maximalempfindlichkeit erforderlich seyn würde, so würde man finden, dafs die Empfindlichkeit des so construirten Galvanometers im Verhältnifs zur Drahtersparnifs der Maximalempfindlichkeit nur wenig nachstehen würde. Man hätte in diesem Falle zunächst für die gegebene Kette und die gegebene Länge der Nadel nach den oben gegebenen Betrachtungeu das Gewicht P des Drahtes zu bestimmen, welches zur Herstellung der Maximalempfindlichkeit nöthig ist. Dreiviertel dieses Gewichtes würde alsdann zur Construction des Galvanometers zu verwenden seyn, und es handelte sich dann nur um die Bestimmung des günstigen Querschnittes und der zweckmäfsigsten Dimensionen des Multiplicatorringes. Es tritt demnach hierbei der unter (2) aufgeführte Fall ein, wo das Gewicht des Galvanometerdrahtes gegeben ist. Da in allen Fällen, wo nicht über Länge und Querschnitt des

Galvanometerdrahtes frei disponirt werden kann, der höchste Grad der Empfindlichkeit nicht erreicht wird, so sehen wir in der Folge von der Umspinnung gänzlich ab, indem wir die Dicke derselben $\delta = 0$ setzen.

Es sey nun P das in Kilogrammen gegebene Gewicht des Drahtes, welcher zur Verwendung kommen soll, so hat man unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungsweise

$$P = \frac{lQ}{10^6} \cdot s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50,$$

$$\varphi(hh_1) = \frac{4}{\pi} lQ,$$

woraus sich

$$\varphi(hh_1) = \frac{4}{\pi} \frac{P \cdot 10^6}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

ergiebt. Es wird daher nach (9) das Drehungsmoment D_0

$$D_0 = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{EmQ}{wQ^2 + \frac{kP10^6}{s}} \cdot \varDelta.$$

Hierin sind h und h_1 nicht mehr wie früher von einander unabhängig, sondern durch die Gleichung (51) mit einander verbunden. Wählen wir z. B. h als unabhängige Veränderliche, so ergeben sich aus den Gleichungen

$$\frac{dD_0}{dQ} = 0 \qquad \frac{dD_0}{dh} = 0$$

in Verbindung mit (51) die Werthe von Q, h und h_1 und aus (50) die Länge l des aufzuwendenden Drahtes. Führt man die Differentiation nach Q wirklich aus, und giebt dem totalen Differential nach h eine etwas bequemere Form, so finden sich Q, h, h_1, l aus den Gleichungen

$$\left.\begin{array}{c} Q = \sqrt{\frac{P \cdot 10^6}{s}} \cdot \sqrt{\frac{k}{w}} \\ \frac{\partial \varDelta}{\partial h} \frac{\partial \varphi(hh_1)}{\partial h_1} - \frac{\partial \varDelta}{\partial h_1} \frac{\partial \varphi(hh_1)}{\partial h} = 0 \\ \varphi(hh_1) = \frac{4}{\pi} \frac{P10^6}{s} \\ l = \sqrt{\frac{P \cdot 10^6}{s}} \cdot \sqrt{\frac{w}{k}} \end{array}\right\} \quad (52),$$

womit die Aufgabe gelöst ist. Für den Fall z. B., wo man es mit einem Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve zu thun hat, findet man für die zweite und dritte Gleichung, wenn r, γ_1 und ε ihre frühere Bedeutung haben:

$$2 \lg \text{nat} \frac{r + \sqrt{r^2 + \gamma_1^2}}{1 + \sqrt{1 + \gamma_1^2}} - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{\gamma_1^2} \left\{ \frac{r^3}{[r^2 + \gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[1 + \gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$- \frac{3}{2} \varepsilon^2 \left\{ \frac{r^3}{[r^2 + \gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{[1 + \gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}} \right\} - 2 \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + \gamma_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_1^2}} \right\}$$

$$- \frac{r^2 - 1}{r} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + \gamma_1^2}} + \frac{3}{4} \varepsilon^2 \frac{r^2}{[r^2 + \gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}} \right\} = 0 \quad ,$$

$$\gamma_1 (r^2 - 1) = \frac{2}{\pi^2} \frac{P \,.\, 10^6}{s R^3}$$

woraus r und γ_1 und damit h und h_1 sich bestimmen lassen.

In gleicher Weise lassen sich die beiden anderen Fälle behandeln. Ist zunächst der Querschnitt gegeben, so ergeben sich h, h_1 und l aus den Gleichungen

$$\frac{\partial D_0}{\partial h} = 0 \qquad \frac{\partial D_0}{\partial h_1} = 0 \qquad \varphi(h h_1) = \frac{4}{\pi} Q l,$$

ist außerdem auch die Länge l gegeben, so findet man h und h_1 aus den Gleichungen

$$\frac{\partial \Delta}{\partial h} \frac{\partial \varphi(h h_1)}{\partial h_1} - \frac{\partial \Delta}{\partial h_1} \frac{\partial \varphi(h h_1)}{\partial h} = 0 \qquad \varphi(h h_1) = \frac{4}{\pi} Q l.$$

Bemerkungen zur practischen Ausführung von Galvanometern.

Wird ein Galvanometer genau nach den oben gegebenen Vorschriften construirt, so wird doch der durch Rechnung gefundene Werth des Drehungsmomentes nur näherungsweise mit dem wirklichen Werthe übereinstimmen können, da die an die Regelmäßsigkeit der Aufwindungen gestellten Anforderungen in der Praxis immer nur näherungsweise erfüllt werden können. Es ist daher zweckmäßsig in allen Fällen, wo die Messungen, welche man mit Hülfe des Galvanometers vornehmen will, eine Kenntniß des Drehungsmomentes erforderlich machen, dasselbe durch besondere Versuche zu ermitteln, wozu an erster Stelle ein Erdinductor oder, falls man über einen solchen nicht verfügt, die S. 562 auseinandergesetzte Methode Gelegen-

heit bietet. Ist auf diese Weise das Drehungsmoment $\mathfrak{D}_0$ gefunden, so ist auch das Drehungsmoment D gegeben, welches ein Strom von der Intensität i bei einer Ablenkung α der Nadel ausübt, sobald der Coëfficient von $\sin\alpha^2$ bestimmt ist. Dieser Coëfficient läfst sich gleichfalls durch Versuche feststellen z. B. nach der von Poggendorff gegebenen Methode[1]), nach welcher eine solche Bestimmung in einer früheren Abhandlung[2]) von mir ausgeführt wurde. Bei Galvanometern mit gestreckter Stromcurve, für welche gleichfalls die Beziehung

$$D = i\mathfrak{D}_0 \cos\alpha\,(1 - \gamma\sin\alpha^2)$$

für kleine Ablenkungswinkel α wie bei denjenigen mit kreisförmiger Stromcurve Geltung hat, kann man den Coëfficienten γ sogar nur durch solche Beobachtungen bestimmen, da sich die Berechnung derselben zu grofse Schwierigkeiten entgegenstellen.

Bei Tangentenbussolen, bei der in sich abgeschlossene Multiplicator eine zu geringe Dämpfung ausübt, mufs man das Drehungsmoment aus den Dimensionen ableiten, wodurch in diesem Falle dasselbe hinreichend genau erhalten werden kann, da bei gröfserer Entfernung der Nadel von den Windungen kleine Unregelmäfsigkeiten nur eine untergeordnete Rolle spielen. Es empfiehlt sich in diesem Falle, wie schon von F. Kohlrausch bemerkt wurde, den mittleren Radius der Tangentenbussole aus der Länge des verwandten Drahtes l und aus der Zahl der Umwindungen n zu berechnen. Beachtet man nämlich, dafs

$$n\Delta y\Delta z = 2hh_1,\quad l\Delta y\Delta z = \varphi(hh_1)$$

ist und führt nach (13) den Werth von $\varphi(hh_1)$ für die kreisförmige Stromcurve nämlich

$$\varphi(hh_1) = 2\pi hh_1(2R + h)$$

ein, so folgt

$$\frac{l}{n} = 2\pi\left(R + \frac{h}{2}\right),$$

1) Pogg. Ann. Bd. 57, S. 324.
2) Pogg. Ann. Bd. 146, S. 270.

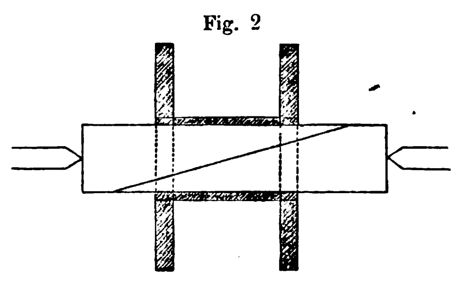
oder wenn wir wie früher den mittleren Radius $R+\frac{h}{2}$ durch $\mathfrak{R}$ bezeichnen

$$\mathfrak{R}=\frac{l}{2\pi n}.$$

Aufser der Länge und der Windungszahl sollte stets auch die Anzahl der horizontalen Windungsschichten und das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes bei der Construction mit bestimmt werden, damit das Galvanometer einer Controle unterworfen werden kann.

Bei Galvanometern mit enger Umschliefsung wendet man zur Begleitung des für die Nadel frei zu lassenden Raumes zweckmäfsig Buchsbaumholz an. Die Begleitung kann sehr dünn gemacht werden, ohne dafs man befürchten müfste, dieselbe werde beim Aufwinden zerdrückt, wenn man Fig. 2 einen der Oeffnung entsprechenden Zapfen durch einen schrägen Schnitt in zwei gegenein-

Fig. 2



ander verschiebbaren Theile zerlegt, das Galvanometer auf diesen Zapfen aufschiebt und zu beiden Seiten Spitzen einsetzt. Um dem beim Aufwinden auf die Seitenwände des Rahmens ausgeübten seitlichen Drucke zu begegnen, empfiehlt es sich zu beiden Seiten zwei Backen an dem Zapfen zu befestigen, welche diesen Druck aufheben.

Um das Trägheitsmoment des Gehänges für die Nadel möglichst gering zu machen, kann man sich mit Vortheil einer dünnen hakenförmigen Glasröhre bedienen. An dem Haken, Fig. 3, ist bei C eine dünne Hülse aus Messing befestigt, welche die Nadel M trägt. Das Messingstäbchen AD, welches den verschiebbaren Spiegel S trägt,

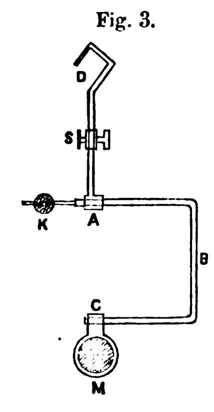


Fig. 3.

sitzt vermittelst der Hülse *A* fest an dem Glashaken. Die Schraube, durch welchen der Spiegel festgeklemmt wird, hält zugleich dem Spiegel *S* das Gegengewicht. Das Gegengewicht für den Haken *ABC* endlich bildet eine in der Oeffnung der Glasröhre bei *A* eingekittete Schraube, auf welcher sich eine kleine Bleikugel *K* vorwärts und rückwärts schrauben läſst.

Zum Schlusse möge mir noch gestattet seyn auf einen Druckfehler aufmerksam zu machen, welcher zu Irrthümern Veranlassung geben kann. In der zweiten Gleichung der unter (19) zusammengefaſsten Gleichungen (Bd. 154, S. 250) ist das auf den natürlichen Logarithmus folgende Glied mit einem negativen Vorzeichen zu versehen. Es läſst sich dieser Gleichung auch folgende für die Berechnung einfachere Form geben

$$\lg \operatorname{nat}\left(\frac{r+\sqrt{r^2+\gamma_1^2}}{1+\sqrt{1+\gamma_1^2}}\right)-\frac{3}{4}\,\frac{\varepsilon^2}{\gamma_1^2}\left\{\frac{r^3}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$
$$-\frac{3}{2}\varepsilon^2\left\{\frac{r^3}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}-2\left\{\frac{r}{\sqrt{r^2+\gamma_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_1^2}}\right\}=0.$$

III. *Ueber elastische Nachwirkung; von F. Neesen.*

Das Phänomen der elastischen Nachwirkung hat in neuerer Zeit eine erhöhte Beachtung gefunden. Es sind einerseits Messungen über dasselbe angestellt worden um das zu Grunde liegende Gesetz empirisch zu finden. Andererseits sind auch auf theoretischem Wege Versuche

gemacht um von bestimmten Hypothesen aus die elastische Nachwirkung abzuleiten. Die Frage nach dem Gesetze der letzteren ist indeſs durch diese Untersuchung noch nicht endgültig gelöst. Es dürfte deſshalb ein neuer Versuch den Grund des genannten Phänomens abzuleiten nicht unangebracht seyn.

Ich werde im Nachstehenden eine Erklärung der elastischen Nachwirkung versuchen von physikalischen Gesichtspunkten aus und zwar auf Grund der Anschauungen, die wir aus der mechanischen Wärmetheorie uns über die Constitution der Körper bilden. Daran schlieſst sich eine mathematische Ableitung des genannten Phänomens.

§. 1.

In jedem Körper befinden sich die Molecüle, wie die mechanische Wärmetheorie annimmt, in einer fortwährenden Schwingungsbewegung. Bei festen Körpern, mit welchen wir allein hier zu thun haben, geschehen die Schwingungen um eine bestimmte mittlere Lage. Die Molecüle bewegen sich um die letztere entweder in geschlossenen oder ungeschlossenen Bahnen. Ich nenne diese für jeden kleinsten Körper charakteristische Mittellage die Ruhelage für dieses Theilchen. Da die Bahnen, welche von den Molecülen beschrieben werden, abhängig sind von den Kräften, welche auf den ganzen Körper wirken, also mittelbar auch auf jedes Molecül, weil durch diese Kräfte die Molecularentfernungen vergröſsert oder verkleinert werden, so werden sich die einzelnen Ruhelagen der kleinsten Theile ebenfalls verändern mit den Bedingungen, denen der Körper unterworfen ist. Wenn demnach an einem Ende eines Drahtes ein Torsionsmoment wirkt, so werden die Schwingungen eines Molecüls um eine andere Ruhelage geschehen, als die ist, um welche sich das Molecül bewegt, sobald das genannte Torsionsmoment nicht mehr einwirkt. Wir bemerken dies an der Verdrehung des Drahtes.

Es fragt sich nun, wie geht der Draht in die neue

Lage über, geschieht dies plötzlich oder allmählig, abgesehen von den Schwingungen?

Das einzelne Molecül wird in seiner um eine bestimmte Ruhelage erfolgenden Schwingungsbewegung erhalten durch zwei Einflüsse. Einmal durch die Anziehungen und Abstofsungen der dasselbe umgebenden Molecüle, sodann durch die Stöfse, welche es von den benachbarten Molecülen erhält, wenn die letzteren in eine solche Nähe kommen, dafs ihre Wirkung etwa die des wirklichen elastischen Stofses ist. Diese Stöfse müssen eine bestimmte periodische Regel einhalten, weil sonst keine regelmäfsige Bewegung um eine bestimmte Ruhelage erfolgen könnte. Um uns zum leichteren Verständnifs einen einfachen Fall einer solchen regelmäfsig periodischen Bewegung vorzustellen, wollen wir uns denken: das Molecül beschriebe beständig eine Kreisbahn. Dann wird es während des ersten Durchlaufens dieser Bahn in verschiedenen Punkten Stöfse von benachbarten Molecülen erhalten; im Punkte *a* einen Stofs *A* von bestimmter Richtung und Gröfse, in *b* einen Stofs *B* u. s. f. Wenn die Bewegung eine regelmäfsige stets um denselben Mittelpunkt stattfindende seyn soll, so wird schon beim zweiten Umlauf oder nach dem *n*ten Umlauf im Punkte *a* derselbe Stofs *A* und in *b* derselbe Stofs *B* erfolgen. In diese regelmäfsige Bewegung greift nun die tordirende Kraft hinein. Vermöge derselben wird eine andere Gleichgewichtsvertheilung der Molecüle angestrebt. Wären die letzteren wirklich starre Punkte, nicht selbst in Schwingungsbewegung begriffen, so würde der Uebergang des Molecüls in die neue Lage plötzlich erfolgen. Nun bewegen sich aber die Molecüle durcheinander, stofsen auf einander, prallen ab u. s. f. Da durch die tordirende Kraft das Molecül plötzlich verrückt wird, so trifft der Stofs *A* dasselbe jetzt entweder gar nicht oder jedenfalls in einem anderen Punkte und dann mit anderer Intensität und anderer Richtung — im Allgemeinen wenigstens — als wie vorher. Das Gleiche findet statt bei den anderen Stöfsen *B*, *C* u. s. f.

Manche Stöfse, welche das Molecül erfuhr, wird es nicht mehr erleiden, neue werden hinzugekommen seyn. Nun ist es wohl nicht denkbar, dafs alle diese Stöfse sich sofort so ordnen, dafs sie in derselben regelmäfsigen Periodicität erfolgen wie in dem Falle vor Einwirkung der Torsionskraft. Wirkt also z. B. auf ein Molecül m_1 gerade etwas vor dem Zusammenstofs mit dem Molecül m_2, von welchem m_1 den Stofs A erfuhr, so wird m_2 eine Torsionskraft in der Richtung nach m_2 jetzt etwas früher mit m_1 zusammentreffen als vor der Torsion. In Folge dessen hat A nicht mehr denselben Einflufs. Ebenso Stofs B, C etc. nicht. Es wird also die Bahn etwas verändert werden. Vollendet m_1 nun einen Umlauf und kommt wieder in die Phase, in der es eben den Stofs A empfing, so wird das Molecül m_2 noch nicht in einer solchen Nähe seyn, dafs es wieder denselben Stofs ausübt, da ja durch Verrückung von m_1 auch alle benachbarten Molecüle gestört sind. Kurz die Stöfse erfolgen nicht mehr in der regelmäfsigen Weise wie vorher; defshalb ist die Bewegung auch keine regelmäfsige mehr um eine bestimmte mittlere Ruhelage. Das Molecül hat somit keine bestimmte Ruhelage. Es folgt der Unregelmäfsigkeit der Aufeinanderfolge der Stöfse. Erst mit der Zeit werden die letzteren sich mit den auf das Molecül wirkenden anderen Kräften so ausgleichen, dafs dieselben wiederum in einer regelmäfsig periodischen Weise erfolgen. Dann erst bewegt sich das Molecül aufs Neue um eine mittlere constante Lage, hat also wieder eine bestimmte Ruhelage. In der Zwischenzeit zwischen dem Erreichen dieser Letzteren und dem Ausgange von der Ruhelage vor der Torsion lassen sich die Bewegungen der einzelnen kleinsten Theile des Drahtes als Schwingungen um einen beweglichen Mittelpunkt auffassen. Unter dieser Voraussetzung wird sich also die Ruhelage in einer fortdauernden Bewegung befinden und diese Bewegung sehen wir in der elastischen Nachwirkung.

Ich hatte bei der obigen Auseinandersetzung angenommen der Faden werde tordirt. Tritt nun das Ent-

gegengesetzte ein, ist der Faden tordirt gewesen und wird dann losgelassen, so erfolgt Aehnliches. Während der Dauer der Torsion war die Ruhelage der einzelnen Molecüle in fortwährender Bewegung nach einer gewissen Endlage hin begriffen; sie hatte somit am Ende der Torsion eine bestimmte Lage erreicht. Die wirksamen Kräfte bestreben sich nun, da die Torsionskraft aufgehoben ist, das Molecül in eine Ruhelage zu bringen, welche in entgegengesetzter Richtung liegt wie der Punkt, worauf sich jenes während der Torsion hinbewegte. Wie vorher tritt daher eine erneute Unregelmäſsigkeit in der Vertheilung der Stöſse ein, welche sich wiederum erst mit der Zeit ausgleicht. Vermöge derselben wird die Ruhelage einen erneuten Anstoſs zur Wanderung bekommen und zwar, wie man sieht, nach der entgegengesetzten Seite hin wie vorher. Wir haben eine andauernde Bewegung, d. i. elastische Nachwirkung nach der ursprünglichen Ruhelage vor jeder Torsion.

Es ist leicht zu übersehen, daſs eine solche Bewegung, wie ich sie eben geschildert habe, dieselben quantitativen Verhältnisse zeigen muſs, welche bisjetzt über elastische Nachwirkang beobachtet sind. Je länger die Torsion dauert, desto weiter ist jedes Molecül in der Bewegung nach der schlieſslichen Ruhelage hin begriffen, desto gröſser ist also auch der Weg, den es nach der Ruhelage ohne Torsion zurückzulegen hat, d. h. die Nachwirkung muſs mit der Torsionsdauer wachsen. Denselben Einfluſs muſs eine Vergröſserung des Torsionswinkels haben. Daſs auch bedeutende Abhängigkeit von der Temperatur eintritt, ist unter Annahme der oben gegebenen Erklärung selbstverständlich, weil die Lebhaftigkeit der Molecularbewegung nach unseren Vorstellungen mit der Temperatur wächst, somit auch die Anzahl der Stöſse und die Lagenveränderungen der wirksamen Kraftcentra bei verschiedener Temperatur in anderem Tempo vor sich gehen. Und hierdurch wird im Allgemeinen auch eine Verschiedenheit

in der Wirkung hervorgerufen, deren Ursache die Stöſse sind.

Aus der eben gegebenen Erklärung für die elastische Nachwirkung folgt, daſs in einem tordirten Stabe, der an beiden Enden fest ist — an einem etwa in einer festen Lage ruht, an einem andern um einen constanten Winkel tordirt ist — daſs in einem solchen Stabe die Molecüle zwischen den beiden festen Enden nicht in Ruhe sind, sondern sich nach bestimmten Ruhelagen hinbewegen. Das heiſst, der Stab ist nicht gleichmäſsig tordirt. Der Versuch zeigt, daſs dem in der That so ist. An einem Kautschukfaden habe ich in der Mitte desselben einen leichten Spiegel angekittet, das untere Ende des Fadens tordirt und auf constante Torsion erhalten, so daſs ein dort angebrachter Spiegel keine Bewegung zeigte. Der mittlere Spiegel bewegte sich indeſs fortwährend ohne Schwingungen nach der zu erwartenden Seite hin, nämlich von der Ruhelage ohne Torsion ab. Nach Aufhebung der Torsion ging die Schwingungsbewegung bald in eine aperiodische Bewegung über von entgegengesetzter Richtung, wie während der Dauer der Torsion. Doch war, wie zu erwarten, die elastische Nachwirkung des unteren Endes jetzt viel stärker wie die des oberen. Ein Versuch, den O. E. Meyer[1]) beschreibt, zeigt Aehnliches.

§. 2.

Um die vorstehende Hypothese über den Grund der elastischen Nachwirkung mathematisch abzuleiten aus Betrachtung der Aufeinanderfolge der Molecularstöſse und der daraus folgenden Wanderung der Ruhelage für jedes Molecül, dazu scheinen mir unsere jetzigen Kenntnisse über die Constitution der Körper nicht auszureichen. Wir müſsten zunächst ein bestimmtes Gesetz über die Vertheilung der Molecüle haben. Das kennen wir noch nicht. Wir wissen ja nur aus den Arbeiten von Maxwell und Boltzmann, welcher Vertheilung die Molecüle eines Gases sich nach sehr langer Zeit nähern. Indeſs kann

1) Diese Ann. Bd. 154, S. 357.

man sich auf Grund der obigen Erklärung doch eine gewisse mathematische Anschauung bilden von der Kraft, welche die elastische Nachwirkung bewirkt. Man kann etwa die Abweichung der Wucht jedes einzelnen Stoſses zu irgend einer Phase der periodischen Bewegung des Molecüls um die augenblickliche Ruhelage von der Wucht des Stoſses, welchen das Molecül in derselben Bewegungsphase empfängt nach Erreichung der schlieſslichen Ruhelage, man kann diese Abweichung als die Kraft ansehen, mit welcher die Ruhelage fortbewegt wird. Da die Stöſse in immer regelmäſsiger werdenden Weise, sowohl was die Anzahl, als auch was die Kraft und Richtung betrifft, wiederkehren, so wird auch die genannte Abweichung der Stöſse in gleichen Phasen immer kleiner werden. Fügt man noch hinzu, daſs die Anzahl der Stöſse in der Secunde sehr groſs ist, und die gedachte Abweichung von einem zum andern regelmäſsig abnimmt, so haben wir in diesen Abweichungen eine continuirlich abnehmende Kraft. Diese wirkt nun entgegen der Torsionskraft, welche das Molecül in die schlieſsliche Torsionsruhelage zu ziehen bemüht ist. Wir haben somit einen Widerstreit von zwei Kräften, vermöge dessen sich die aperiodische Bewegung der elastischen Nachwirkung einstellt. Die mathematische Form für die im Vorstehenden gegebenen Anschauungen ergeben sich leicht durch Anlehnen an Boltzmann's Entwicklungen [1]) in seiner Abhandlung über elastische Nachwirkung.

Boltzmann stellt als Ausgangspunkt die Hypothese hin, daſs Kräfte, welche auf einen Körper wirken, der durch sie in einen bestimmten Zustand versetzt ist, nicht bloſs abhängen von den augenblicklichen Dehnungen, sondern auch von den vorhergegangenen, wobei jedoch eine Dehnung einen um so geringeren Einfluſs hat, vor je längerer Zeit dieselbe stattfand. Und zwar soll die Kraft, welche zur Erzeugung einer bestimmten Deformation erforderlich ist, geringer seyn, wenn schon früher eine De-

1) Boltzmann, Wiener Sitzungsberichte Bd. 70, October. Vergl. auch O. E. Meyer, diese Ann. Bd. 113, S. 79.

formation in gleichem Sinne statthatte. Auch bei meiner Erklärung haben frühere Deformationen dieselben Einflüsse, wie sie Boltzmann annimmt. Ist z. B. ein Draht eine gewisse Zeit lang tordirt gewesen, wird darauf detordirt, so ist seine Ruhelage momentan noch von der schliefslichen Ruhelage entfernt und zwar im Sinne der früheren Torsion. Wenn demnach noch einmal tordirt wird in demselben Sinne, so ist die Ruhelage schon näher an die schliefsliche Torsionsruhelage gerückt, wie wenn vorher gar keine Torsion erfolgt wäre. Mithin ist die vorher definirte, aus der Unregelmäfsigkeit der Stöfse sich ergebende Kraft, welche augenblicklich gegen die Torsionskraft wirkt, jetzt nicht so grofs, als wenn wiederum vorher gar keine Torsion erfolgt wäre. Es könnte eingewandt werden, dafs durch die neue tordirende Kraft eine Geschwindigkeit der Molecularbewegung überwunden werden müfste, da die Molecüle nach der Ruhelage ohne Torsion, also von der Torsionsruhelage ab sich bewegten. Durch Ueberwinden dieser Geschwindigkeit würde der Vortheil etwa wieder compensirt, den die neue Torsionskraft dadurch hat, dafs das Molecül noch nicht sich in der Ruhelage ohne Torsion befindet. Indefs scheint mir, dafs man bei der Annahme der von mir supponirten Molecularbewegung von einer zu überwindenden Bewegungsmenge nicht sprechen kann. — Auch wenn auf eine beliebig lange andauernde Torsion eine zweite in derselben oder entgegengesetzter Richtung unmittelbar folgt, so ergeben Boltzmann's Hypothese und meine Erklärung dieselben Consequenzen.

Indefs sind beide nicht identisch, oder besser gesagt, es stimmt die Form, welche Boltzmann der den allgemeinen Differentialgleichungen der Elasticität hinzugefügten Funktionen giebt, nicht mit derjenigen, welche aus meinen vorstehenden Auseinandersetzungen abzuleiten ist. Um für diese Form einen Anhalt zu gewinnen, gehe ich von dem einfachen Fall aus, dem, dafs der betreffende Körper zu Anfang sich in keiner elastischen Deformation befindet

und dafs er dann durch eine Kraft auf eine constante Torsion erhalten wird. Diese Kraft mufs mit der Zeit kleiner werden. Denn nach den aus meiner Anschauung über das Wesen der elastischen Nachwirkung auf S. 585 gezogenen Folgerungen haben wir bei einer Torsion eine mit der Zeit abnehmende, der Torsionskraft entgegenwirkende Kraft, zu beachten. Um diese zu überwinden, mufs zu der nach Verlauf sehr langer Zeit eine gewisse Torsion aufrecht haltenden Kraft in jedem Moment vorher eine andere hinzugefügt werden. Es ist somit auch im Anfange einer Torsion ein gröfseres Torsionsmoment erforderlich als nach Verlauf einer sehr langen Zeit um die Molecüle von vornherein in die Gleichgewichtslage zu bringen, welche sie schliefslich nach sehr langer Zeit einnehmen.

Mit der Zeit wird der nöthige Mehraufwand an Torsionsmoment, um die Molecüle immer in derselben Lage zu erhalten, geringer, weil die letzteren bei Vorhandenseyn eines constanten Drehungsmomentes sich mit der Zeit immer mehr in die Richtung der tordirenden Kraft einordnen würden, weil also die zu überwindenden molecularen Gegenkräfte kleiner werden. Im Maafse dieser molecularen Lagenänderungen werden wir das Torsionsmoment abnehmen lassen müssen, bis dasselbe schliefslich gleich der Kraft wird, welche die gewünschte Torsion herbeiführen würde, wenn eine elastische Nachwirkung überhaupt nicht eingetreten wäre.

Demnach besteht die zur Aufrechthaltung einer Torsion nothwendige Torsionskraft aus drei Bestandtheilen: 1) aus der schliefslich nach Verlauf einer sehr langen Zeit nöthigen Kraft, 2) aus der Kraft, welche im Anfange und Verlauf der Torsion nöthig ist zur Ueberwindung des Einflusses der unregelmäfsig auf einander folgenden Molecularstöfse und 3) aus einem negativen Theil, welcher den zweiten Theil mit der Zeit immer mehr vermindert und schliefslich ganz aufhebt. Die beiden ersten Theile der Kraft sind nur abhängig von der Gröfse des Winkels, um welchen tordirt wurde, der letzte dagegen von diesem

Winkel und von der Zeit. Es bedarf wohl keiner Begründung, dafs dieselben Anschauungen und Folgerungen, welche im Vorhergehenden für den Fall der Torsion vorgetragen sind, auch für jede elastische Deformation gelten. Daher stelle ich gleich die allgemeinen Differentialgleichungen für elastische Aenderungen auf.

Für elastische Deformationen ohne Nachwirkung haben wir nach den Bezeichnungen Lamé's als Zusammenhang zwischen den Spannungscomponenten und den Verschiebungen:

$$N_1 = X_1 = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \text{ etc.}$$

Aehnliche Gleichungen gelten für die übrigen Componenten.

Dieser Kraft ist nun, im Fall der deformirte Körper elastische Nachwirkung zeigt, eine gewisse von den Verschiebungen abhängige Kraft hinzuzufügen, um sofort im Anfang die Verschiebung u, v, w zu erhalten. Es ist somit für den Anfang der Verschiebung:

$$N' = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\varphi(\theta) + 2\mu\psi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right).$$

Schliefslich ist noch der dritte Bestandtheil hinzuzufügen, welcher das eben hinzugefügte Glied mit der Zeit wieder aufhebt. Das Glied wird augenscheinlich die Form eines Integrals haben müssen, dessen untere Gränze die Zeit des Beginns der Torsion, dessen obere Gränze die Zeit ist, für welche wir die nöthige Spannung wissen wollen. So wird schliefslich:

$$N_1 = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\varphi(\theta) + 2\mu\psi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$
$$- \int_0^t \left(\lambda\varphi'(\theta) + 2\mu\psi'\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right)\chi(t)\,dt \quad (1).$$

Ebenso wird

$$T_1 = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) + \mu\psi\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) - \int_0^t \mu\psi'\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\chi(t)\,dt$$

etc.

Ueber die in diesen Formeln auftretenden unbekannten Functionen läſst sich zunächst sagen, daſs die Functionen φ' und ψ' identisch seyn müssen mit den Functionen φ und ψ, denn sonst könnten die letzten Integrale nicht für jede Verschiebung nach Verlauf sehr langer Zeit die zweiten Glieder aufheben. Die Integrationen erstrecken sich nur über die Zeit; deſshalb können die Winkelfunctionen auch vor das Integralzeichen gesetzt werden. Es ist somit

$$N_1 = \lambda\left[\theta + \varphi(\theta)\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right]$$

$$+ 2\mu\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right] \quad (1a)$$

etc.

Weiter ergiebt sich die Form von $\chi(t)$ wenigstens innerhalb gewisser Gränzen aus den Bedingungen, welche zu den vorstehenden Gleichungen geführt haben. Nach der Zeit ∞ muſs nämlich das Integralglied in den vorstehenden Ausdrücken den zweiten Bestandtheil der anzubringenden Kraft aufheben. Es muſs seyn

$$\lambda\varphi(\theta)\left(1 - \int_0^\infty \chi(t)\,dt\right) = 0$$

$$1 - \int_0^\infty \chi(t)\,dt = 0.$$

Somit

$$\int_0^\infty \chi(t)\,dt = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Durch diese Bedingung ist die Form von χ in enge Gränzen eingeschlossen. Es kann z. B. seyn

$$\int \chi(t)\,dt = -e^{at^m} + C \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

oder

$$\int \chi(t)\,dt = -\frac{a}{a+bt^m} + C \quad . \quad . \quad . \quad (3b).$$

Ueber die Functionen φ und ψ lassen sich aus den Gleichungen selbst keine weiteren Schlüsse ziehen. Man wird indeſs zunächst versuchen, ob diese Functionen mit hinreichender Genauigkeit ausgedrückt werden durch einfache Proportionalität mit ihren Argumenten. Es würden dann die allgemeinen Gleichungen folgendermaaſsen lauten:

$$N_1 = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\lambda c_1\theta + 2\mu c_2\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)$$

$$T_1 = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\left[1 + c_2\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right] \qquad (1b).$$

§. 3.

Wenden wir diese Formeln an auf den Fall der einfachen Torsion:

Ist die Axe, um welche tordirt wird, die z-Axe, ferner l die Länge des Fadens, $\mathfrak{D}'$ der Torsionswinkel,

$$u = 0;\ v = -\frac{xz\mathfrak{D}'}{l};\ w = \frac{yz\mathfrak{D}'}{l}.$$

Wir setzen diese Werthe in die obigen Gleichungen ein, bilden dann wie Boltzmann[1]) die Summe des Drehungsmomentes um die z-Axe für den untersten Querschnitt und erhalten dadurch mit Berücksichtigung des Trägheitsmomentes des spannenden Gewichtes

$$D' - K\frac{\partial^2\mathfrak{D}}{\partial t^2} = \frac{\mu\pi R^4}{2l}\mathfrak{D}'\left[1 + c_2\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right] \qquad (4).$$

Nehmen wir keine Rücksicht auf die jedenfalls rasch verschwindenden Torsionsschwingungen, so bleibt

$$D = \frac{\mu\pi R^4}{2l}\mathfrak{D}'\left\{1 + c_2\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right\} \qquad (5).$$

Dieser Ausdruck geht bei den oben angenommenen Werthen für die Function χ über in

1) Boltzmann, Wiener Sitzungsberichte Bd. 70, Octoberheft.

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \left\{ 1 + c_2 e^{-a t^m} \right\}$$

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \left\{ 1 + c_2 \frac{a}{a + b t^m} \right\}.$$

§. 4.

Bei den experimentellen Versuchen, welche über die Zulässigkeit der gemachten Voraussetzungen entscheiden müssen, haben wir nun nicht mit dem eben behandelten Fall einer constanten Torsion zu thun, sondern mit Torsionen, bei welchen vielmehr das Torsionsmoment zunächst als constant betrachtet wird, während der Torsionswinkel mit der Zeit demselben nachfolgt. Ich will diesen letzteren Fall in der Weise, wie es Boltzmann gelehrt hat, auf den zuerst behandelten Fall zurückführen.

Der constante Werth des Drehungsmomentes sey D', die schliefslich nach Verlauf sehr langer Zeit durch dasselbe bewirkte Torsion $\mathfrak{D}'$, der augenblickliche Torsionswinkel sey $\mathfrak{D}$. „Es wäre daher bei der Verschiebungsnachwirkung $D - D'$ dasjenige Drehungsmoment, welches zu dem schon vorhandenen hinzugefügt werden müfste, um die Torsion auf $\mathfrak{D}'$ zu bringen, also um $\mathfrak{D}' - \mathfrak{D}$ zu vermehren (D ist das im vorigen Paragraphen abgeleitete Drehungsmoment). Weil die Nachwirkung immer klein ist, so kann man sie bei Aufstellung der Relation zwischen dem Momente $D - D'$ und der dadurch erzeugten Torsion $\mathfrak{D}' - \mathfrak{D}$ vernachlässigen, wodurch man erhält:

$$\mathfrak{D}' - \mathfrak{D} = \frac{2l(D - D')}{4 R^4 \mu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

In diese Formel ist, um die augenblickliche Torsion $\mathfrak{D}$ zu finden, zunächst an Stelle von D der Ausdruck zu setzen, welcher im vorigen Paragraphen abgeleitet wurde. Um eine Beziehung zwischen dem gleich nach Beginn der Torsion wirkenden Torsionsmoment D' und dem Winkel $\mathfrak{D}$ zu erhalten, nehmen wir ebenfalls die Formeln aus dem vorigen Paragraphen zu Hülfe. D' steht zu der durch dieses Drehungsmoment gleich im Beginn der Torsion

bewirkten Ablenkung in derselben Relation wie im vorigen Paragraphen das im Anfang wirkende D zu der Torsion $\mathfrak{D}'$.

Setzen wir in Gleichung (5) $t = 0$, so folgt

$$D = \frac{\mu \pi R^4 \mathfrak{D}'(1 + c_2)}{2l} \quad \ldots \ldots \quad (7).$$

Dagegen für $t = \infty$

$$D_{,} = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \quad \ldots \ldots \quad (8).$$

Somit ist

$$D_{,} = \frac{D}{1 + c_2}.$$

Wir fragen nun, welchen Winkel wird gleich nach Beginn der Torsion das Moment D' liefern, welches nach ∞ Zeit die Torsion $\mathfrak{D}'$ erzeugt. Da zwischen Moment und erzeugtem Winkel und ebenso zwischen den Momenten am Anfange und Ende Proportionalität herrscht, so wird D' nach dem Obigen am Anfange den Winkel $\frac{\mathfrak{D}'}{1 + c_2}$ hervorrufen. Da nun die in diesem und im vorigen Paragraphen behandelten verschiedenen Fälle im Anfange der Torsion vollkommen übereinstimmen, so gilt auch hier die für den Beginn der Torsion geltende Gleichung des vorigen Falles, nämlich Gleichung (7). Wir müssen in dieselbe nur an Stelle von $\mathfrak{D}'$ den durch D' hervorgerufenen Winkel $\frac{\mathfrak{D}'}{1 + c_2}$ einsetzen. Es wird dann

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \quad \ldots \ldots \quad (9).$$

Die Werthe von D und D' werden in Gleichung (6) eingeführt und liefern

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left\{ 1 - c_2 \left(1 - \int_0^t \chi(t)\, dt\right) \right\} \quad . \quad (10).$$

Für die beiden Specialfälle

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left(1 - c_2 e^{-\alpha t^m}\right) \quad . \quad . \quad (10a)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left(1 - c_2 \frac{a}{a + b t^m}\right) \quad . \quad . \quad (10b).$$

§. 5.

Hieran schliefst sich drittens die Aufgabe, die Gesetze der elastischen Nachwirkung aufzustellen für den Fall, dafs zunächst eine variable Torsion mittelst constantem Torsionsmoment eine gewisse Zeit lang bewirkt ist, nach Verlauf welcher Zeit das Torsionsmoment aufgehoben wird, so dafs der Faden nach der ursprünglichen Ruhelage zurückkehrt. Wie leicht zu übersehen ist, läfst sich dieser Fall dem in Paragraph 3 unterordnen. Wir können uns die Verhältnisse so vorstellen, dafs die augenblickliche Lage des Fadens die natürliche ist unter der Wirkung der Molecularkräfte und des constanten Torsionsmomentes D'; dafs dann ein Torsionsmoment $-D'$ ertheilt wird, welches den Faden nach einer anderen Ruhelage zieht und zwar nach der, welche unter Wirkung der Molecularkräfte allein besteht. Deshalb lassen sich die Formeln des vorigen Paragraphen hier direct anwenden.

Es sey $\mathfrak{D}_0$ der augenblickliche Abstand von der schliefslichen Ruhelage, die eintritt nur unter Wirkung der Molecularkräfte, im Beginne der Detorsionen; die Zeit werde vom Anfang der Detorsion an gezählt. Dann ist der Abstand des Fadens von dem Punkte $\mathfrak{D}_0$ zur Zeit t nach dem Vorigen:

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0\left[1 - c_2\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right] \quad . \quad . \quad (11)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0\left(1 - c_2\, e^{-a t^m}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11\,a)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0\left(1 - c_2 \frac{a}{a + b t^m}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11\,b)$$

Für $\mathfrak{D}_0$ haben wir den Werth aus den Formeln des vorigen Paragraphen zu nehmen. Ist die Torsionsdauer $= \tau$, und der schliefsliche Torsionswinkel $= \mathfrak{D}'$, so ist:

$$\mathfrak{D}_0 = \mathfrak{D}'\left[1 - c_2\left(1 - \int_0^t \chi(t)\,dt\right)\right] \quad . \quad . \quad (12).$$



Diesen Werth etwa in (11 *a*) und (11 *b*) eingesetzt, giebt für $\mathfrak{D}$:

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left\{1 - c_2 \, e^{-\alpha \tau^m}\right\} \left\{1 - c_2 \, e^{-\alpha t^m}\right\} \quad . \quad (13a)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left\{1 - c_2 \, \frac{a}{a + b \tau^m}\right\} \left\{1 - c_2 \, \frac{a}{a + b t^m}\right\} \quad . \quad (13b).$$

Schliefslich sey noch bemerkt, dafs nicht $\mathfrak{D}$ beobachtet wird, sondern $\mathfrak{D}_0 - \mathfrak{D}$, so dafs wir zur Vergleichung mit dem Experiment haben:

$$\mathfrak{D}_0 - \mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0 \, c_2 \left(1 - \int_0^t \chi(t) \, dt\right).$$

§. 6.

Will man diese Formeln an Versuchen prüfen, so hat man zu beachten, dafs wohl eine qualitative, aber nicht eine quantitative Uebereinstimmung zu erwarten ist. Die Torsion geht nicht nach den in §. 2 und §. 3 behandelten Fällen vor sich. Das untere Ende wird auf einer constanten Torsion erhalten. Dagegen erleiden die mittleren Parthien des Fadens bei den gewöhnlichen Versuchen keine constante Torsion, sondern sind im Wandern nach einer schliefslichen Ruhelage begriffen. Wird die Torsion also aufgehoben, so wird sich vermuthlich im ersten Augenblicke allerdings eine gleichmäfsig über den Faden verbreitete momentane Ruhelage herstellen, welche indefs abweichen wird von derjenigen, welche bewirkt worden wäre, wenn das untere Ende gleichmäfsig mit den mittleren Theilen tordirt gewesen wäre. Deshalb werden die Constanten die in den obigen Formeln ausgesprochenen Bedingungen nicht ganz erfüllen können, wenn auch die Erscheinung selbst nach dem darin ausgesprochenen Gesetz verlaufen sollte.

Eine Vergleichung der Formeln mit Beobachtungen, die ich in neuerer Zeit angestellt habe, werde ich in einem nächsten Aufsatze liefern. Vorläufig bemerke ich, dafs die von Kohlrausch gegebene Formel unter die

von meiner Theorie geforderten fällt. Verschiedene Messungen an einem Glasfaden, die ich im Laufe des Winters anstellte, werden sehr gut durch die zweite der angeführten Specialformen wiedergegeben. Die Versuche wurden an einem sehr dünnen Glasfaden angestellt und zwar in sehr verdünnter Luft, um die schädliche Wirkung des Luftwiderstandes möglichst zu vermeiden. Der Glasfaden zeigte eine bedeutende elastische Nachwirkung und die vortheilhafte Eigenschaft, daſs sich die Schwingungen durch die inneren Molecularverhältnisse des Fadens selbst sehr rasch beruhigten, so daſs bei einer Torsion von 90° schon nach Verlauf von 4 bis 5 Schwingungen eine aperiodische Bewegung eintrat.

Schlieſslich möchte ich noch einige Worte zu den Bemerkungen von Prof. Kohlrausch über eine frühere Arbeit von mir hinzufügen. Daſs meine frühere Formel für elastische Nachwirkung nur den Anspruch auf eine Interpolationsformel erheben kann, gebe ich gewiſs zu. Meinen Einwand gegen die Methode von Kohlrausch wegen Dämpfung der Schwingungen muſs ich aufrecht halten, da ich mich überzeugt habe, daſs sogar der Luftwiderstand merklichen Einfluſs auf die Bewegung des von mir zuletzt benutzten allerdings sehr feinen Glasfadens hat. Dieser Einfluſs kann wohl nicht in einer Dämpfung der anfänglichen Schwingungen des Fadens liegen, weil die Dämpfung der Luft sehr klein ist gegen die dämpfende Kraft des Fadens. Auf einem Miſsverständniſs Seitens Prof. Kohlrausch beruht es, wenn derselbe meint, ich hätte seiner Methode die Anwendung von magnetischen Directionskräften vorgeworfen.

Berlin, November 1875.

IV. *Ein Apparat, die Dauer der verzögerten Entladung durch Rotation der Funkenstrecke sichtbar zu machen; von W. Holtz.*

Der vorstehende Apparat kann durchaus keinen Anspruch darauf machen, den Wheatston'schen Spiegel in seiner von Feddersen verbesserten Form zu ersetzen, sondern höchstens denselben innerhalb gewisser Gränzen zu ergänzen. Jener Apparat ist nämlich auch für Entladungen von kürzester Dauer brauchbar, während dieser nur für solche von sehr langer Dauer zu verwerthen ist; dafür bietet er aber den Vortheil, daſs die schon an sich lichtschwachen Funken solcher Entladungen durch seinen Mechanismus keine weitere Schwächung des Lichtdrucks erfahren, so daſs sie ebenfalls auch ohne Verdunklung des Zimmers zu erkennen sind. Bei jenem Apparat findet nämlich eine Zerstreuung des Lichts nicht nur durch den Spiegel, sondern auch durch die das Bild auffangende halbdurchsichtige Fläche statt, und die letztere ist wieder nothwendig, wenn die Darstellung der Erscheinung eine objective d. h. gleichzeitig mehreren Beschauern zugängliche seyn soll. Auch lieſse sich vielleicht gegen den genannten Apparat der Einwurf erheben, daſs die ganze von der Entladung zu durchbrechende Luftstrecke während der Dauer einer solchen keine unveränderliche Gröſse bleibt, da bekanntlich, damit das Bild allemal das Auge des Beschauers trifft, auſser der im Spiegel beobachteten Funkenbahn noch eine zweite an diesem selbst und mit diesem variable eingeschaltet werden muſs. Diese Uebelstände fallen bei der von mir erdachten Vorrichtung fort.

Die Idee, welche dem Apparat zu Grunde liegt, ist freilich in sofern keine neue, als bereits früher die Entladungen Rühmkorff'scher Inductionsapparate in einer rotirenden Funkenstrecke beobachtet sind. Was ich darüber weiſs, beschränkt sich jedoch auf eine kurze Notiz

in Wiedemann's Lehrbuch des Galvanismus und Elektromagnetismus, und hiernach scheint die Ausführung der Idee allerdings keine glückliche gewesen zu seyn. Die betreffende Stelle lautet[1]): „Verbindet man die Enden der Inductionsrolle mit zwei Metallspitzen, welche um eine, ihrer Verbindungslinie parallele Axe rotiren, so erscheint die Lichthülle gleichfalls in der Bewegungsrichtung gegen den Funken ausgebreitet. Bei sehr schneller Rotation löst sich die Entladung in eine Reihe von Flächen auf, die mit dem Licht der Lichthülle erfüllt und an ihrem äufsersten Ende von mehreren, dem ersten Funken ähnlichen, aber viel dunkleren Funken begränzt sind.“ Nach der hier beschriebenen Anordnung mufs jedoch die Erscheinung nach der jedesmaligen Lage der Funkenstrecke einen verschiedenen Anblick gewähren. Denn der Beschauer mufs hier eine solche Aufstellung nehmen, dafs sein Auge in derjenigen Ebene liegt, in welcher die Funkenstrecke rotirt und dann wird er, abgesehen von der Gefährlichkeit solcher Stellung, die Erscheinung nur in den seltensten Fällen unverkürzt erblicken, nur dann nämlich, wenn die Entladung zufällig bei derjenigen Lage der Spitzen erfolgt, wo sie dem Auge am nächsten oder am entferntesten sind, und im letzteren Falle wird das Bild noch theilweise durch die rotirende Welle verdeckt. Auf die nähere Beschaffenheit der Spitzen und ihre Befestigung läfst sich zwar aus den angeführten Worten kein Schlufs ziehen. Ich vermuthe jedoch, dafs zwei gleichgerichtete Drähte an zwei von einander isolirten Punkten der Welle einseitig befestigt, und dafs ihre freien zugespitzten Enden durch Umbiegen einander genähert und zugleich in eine mit der Axe parallele Lage gebracht waren. Eine derartige Anordnung ist jedoch der Rotationsgeschwindigkeit hinderlich. Denn die Drähte dürfen nicht zu dünn seyn, um den Widerstand der Luft zu überwinden; und je dicker sie sind, um so mehr wächst dieser Widerstand und die Hemmung, welche die Bewe-

1) Wiedemann, Galvanismus und Elektromagnetismus Bd. II, S. 856.

gung erfährt. Dazu kommt, daſs solche Drähte nothwendig aequilibrirt werden müſsten, was neben Uebelständen in der Ausführung eine neue Vermehrung des Luftwiderstandes zur Folge hätte. Endlich läſst sich gegen die Anwendung freiliegender Spitzen einwenden, daſs die zwischen denselben befindliche Luftstrecke, umgekehrt einen zu geringen Widerstand findend, während der Dauer einer Entladung all zu leicht oder zu schnell wechselt, und die bereits erwärmte durch eine kältere und somit weniger leitende ersetzt wird.

Aus diesen Gründen schienen mir für die Construction des Apparates namentlich folgende Punkte beachtenswerth: 1) Die Verbindungslinie der Spitzen muſste senkrecht auf der rotirenden Axe stehen, damit der Beschauer bei geeigneter Aufstellung die Erscheinung stets unverkürzt erblicken könne. 2) Die Befestigung der Welle sowohl, wie der Spitzen war so zu wählen, daſs die Erscheinung nirgend von irgend welchen Theilen verdeckt werde. Diese Punkte schienen mir von um so gröſserer Bedeutung, als ich bei der Verwirklichung meiner Idee mehr an die verzögerte Entladung von Leydner Flaschen, als an die Entladungen eines Inductionsapparates dachte, welche freilich schnell genug folgen, als daſs man nicht recht gut einen Theil derselben vermissen könnte. Ferner hatte ich die Möglichkeit vor Augen, daſs sich der Apparat seiner geringen Kosten wegen hier und da in Schulen Eingang verschaffe, und dann war es wünschenswerth, daſs sich die Erscheinungen ohne Hindernisse von den verschiedensten Stellen aus erblicken lieſsen. 3) Damit sämmtliche bewegliche Theile besser im Gleichgewicht, und zugleich der Luftwiderstand ein möglichst geringer sey, damit die Luftschicht ferner, in welcher sich die Funkenstrecke bewegt, möglichst gleichen Antheil an der Bewegung habe, schien es mir geboten, an der Welle zunächst eine isolirende Scheibe und an dieser die Spitzen sammt der nöthigen Leitung zu befestigen. Die Scheibe muſste genau rund, centrirt und überall von gleicher Dicke

seyn; sie konnte aus diesem Grunde nur aus Hartgummi bestehen. Spitzen und Leitung, sich eng an die Scheibe schmiegend, mufsten zugleich so leicht seyn, dafs sie das Gleichgewicht derselben nicht störten. Aeufserst dünne und leichte Metallstreifen schienen hierzu am besten geeignet.

Ich will nun zunächst den Apparat so beschreiben, wie ich ihn mir durch den Mechaniker Hrn. Borchardt anfertigen liefs, und wie mir derselbe auch für die Darstellung der Erscheinungen, so lange es sich nicht um wissenschaftliche Versuche handelt, zu genügen scheint. Einige für solche Versuche vielleicht nöthigen Abänderungen sollen später eine kurze Erwähnung finden.

Auf einer schmalen, aber langgestreckten Unterlage aus Holz (Fig. 8, Taf. VII) stehen drei gleiche runde Ständer aus demselben Material. Sie stehen in einer Linie in gleichen Intervallen, der eine in der Mitte, die beiden anderen mehr an den Enden. In den halbrunden Köpfen dieser Ständer befinden sich horizontal gerichtete Hülsen aus Hartgufs, deren Axen unter sich parallel und senkrecht zur Verbindungslinie der Ständer sind. Diese fest eingesetzten Hülsen sind durch Ausbohrung massiver Stücke gewonnen, jedoch ist mittelst einer besonderen Vorrichtung der mittlere Theil der Höhlung ein wenig erweitert, damit die in den Hülsen laufenden Wellen aus Stahl die letzteren nur an den Enden berühren. Die Höhlung der Hülsen ist aber verschieden, weil die Wellen selbst eine verschiedene ihrer Rotationsgeschwindigkeit entsprechende Stärke haben, und zwar ist für die stärkste ein Durchmesser von 10^{mm}, für die schwächste ein solcher von 3^{mm} gewählt.

Die stärkste Welle ist diejenige des mittleren Ständers. Sie trägt an ihrem vorderen Ende ein Schnurrad von 250^{mm} Durchmesser, und dieses ist mit einer 85^{mm} vom Centrum abstehenden Kurbel versehen. Hiermit communicirt zunächst das vordere Schnurrad der rechts gelegenen Welle, welches einen Durchmesser von 60^{mm} hat, während

das hintere Schnurrad derselben Welle dem zuerst genannten an Gröſse entspricht. Mit diesem hinteren Schnurrade communicirt nun wieder das hintere kaum 15^{mm} groſse Schnurrad der links gelegenen Welle, an deren vorderen Ende die bereits erwähnte Hartgummischeibe sitzt, welche bei einem Durchmesser von 150^{mm} eine Dicke von 1^{mm} hat. Die Befestigung sämmtlicher Scheiben — denn auch die Schnurräder sind Scheiben, die gröſseren aus Holz, die kleineren aus Hartgummi — wird durch kleine Fassungen aus Messing bewirkt, welche aus einem auf der Welle festsitzenden und einem auf derselben verschraubbaren Scheibchen bestehen. Die festsitzenden Stücke haben zugleich den Zweck die Lage der Welle in der Hülse zu fixiren, weshalb auch für die mittlere, der hinten das Schnurrad fehlt, an dieser Stelle ein besonderes Scheibchen nöthig ist. Damit zwischen den Endflächen der Hülsen und den dieselben berührenden Scheibchen keine zu groſse Reibung entstehe, sind jene verrundet. Damit die Nähe der Ständer nicht hinderlich sey, die Wellen an dieser Stelle recht häufig mit einem Tropfen Oels zu versehen [1]), ragen die Hülsen 7 bis 8^{mm} aus der Holzmasse hervor. Um die Wellen zuweilen von der aus dem Oel und losgelösten Metalltheilchen sich bildenden Schmiere befreien zu können, ist es nöthig, daſs die Hälfte der festsitzenden Scheibchen so befestigt ist, daſs sie sich ohne Mühe abnehmen lassen.

Der Abstand der beiden äuſseren Axen beträgt 520^{mm} und hierdurch ist zugleich ihr Abstand von der mittleren Axe gegeben. Von einem gröſseren sah ich ab, um dem Apparat keine zu unbequeme Form zu geben; einen geringeren erlaubt das Gröſsenverhältniſs der Schnurräder nicht, weil die kleinen nämlich sonst zu wenig von der Schnur

1) Dieſs ist nothwendig nicht nur im Interesse einer leichten Bewegung, sondern zur Erhaltung des Apparats, weil die ohne Oel laufenden Wellen sich einfressen und die hierdurch entstehenden Risse oder Reifen nicht wieder fortzubringen sind. Man nehme hierzu Oel, wie es bei Uhrmachern gebräuchlich und auch käuflich ist.

umspannt würden, um von dieser noch mit Sicherheit getrieben zu werden. Bei dieser Erwägung jedoch fällt noch ein anderer Umstand ins Gewicht, die Unmöglichkeit, eine Schnur ohne Ende so herzustellen, daſs sich nicht an einer Stelle eine gröſsere Steifheit oder Unebenheit befände. Eine solche Stelle veranlaſst aber einen Ruck oder einen Stoſs, so oft sie sich über das kleinere Schnurrad bewegt, und da dieser Fall um so häufiger eintritt, je kürzer die Schnur und je schneller sie läuft, so ist es im Interesse einer möglichst leichten und gleichmäſsigen Rotation wünschenswerth, die Schnüre lieber länger als kürzer zu wählen, namentlich diejenige, welche die gröſsere Geschwindigkeit hat. Um bei leichter Drehung eine möglichst schnelle Rotation zu gewinnen, ist es jedoch wesentlich, auch in der Dicke der Schnüre die richtige Wahl zu treffen, und in gleicher Weise, wie ihre Dicke, wirkt ihre gröſsere oder geringere Steifigkeit. Auch hier läſst sich im Allgemeinen behaupten, daſs bei genügender Festigkeit die dünneren und weicheren die besseren sind, weil die dickeren bei ihrer continuirlichen Biegung namentlich an der Rundung der kleinen Schnurräder, und namentlich, wenn sie schnell laufen, eine viel gröſsere Kraft absorbiren. Dem entsprechend habe ich im vorliegenden Falle der kürzeren einen Durchmesser von $2\frac{1}{2}$, der längeren einen solchen von nur $1\frac{1}{2}^{mm}$ gegeben, und jene ist aus Zwirn, diese aus Seide gedreht. Diesem Gröſsenverhältniſs angemessen sind die scharfkantigen Nuten der Räder.

Da die Construction des Apparats keine Verstellung der Axen gestattet, um die schlaff gewordenen Schnüre wieder straff zu machen [1]), so sind die Schnüre ohne Ende durch sogenannte Schlöſschen geschlossen, welche man öffnen muſs, um jene durch Drelliren zu verkürzen. Ich würde solche Einrichtung aber auch in jedem anderen

1) Um die eine Schnur unabhängig von der andern zu spannen, müſste sowohl die mittlere, als die links gelegene Axe verstellbar seyn, was den Apparat nicht unwesentlich vertheuern würde.

Falle getroffen haben, da keine andere Vereinigung der Schnurenden so haltbar, so biegsam und zugleich so wenig uneben ist. Schlöfschen, welche diesen Bedingungen entsprechen, müssen aber vorzugsweise kurz und dünnwandig, und besonders sorgfältig befestigt seyn [1]). Sollte sich die Schnur im Laufe der Zeit so verlängern, dafs ein Drelliren allein zu ihrer Verkürzung nicht mehr genügt, so mufs sie auf andere Weise verkürzt und das abgetrennte Röhrchen wieder aufgekittet werden. Uebrigens empfiehlt es sich jene nur während des Gebrauchs gespannt zu lassen, und eine durch feuchte Luft bewirkte allzu straffe Spannung durch Rückwärtsdrelliren zu mäfsigen.

Ich komme nun zur Besprechung der die Entladung vermittelnden Stücke, welche lediglich an dem linken

1) Da auch in anderen physikalischen Apparaten eine Rotationsbewegung mittelst Schnüre gebräuchlich ist, so möchte ich mir erlauben, über die fraglichen Punkte einige Anweisungen zu geben. Ein Schlöfschen besteht bekanntlich aus zwei getrennten Stahlröhrchen, von denen die eine in einen Haken, die andere in eine Oese endigt. Zum Einschrauben der Schnur haben beide ein inneres Gewinde. Nun sind aber die im Handel käuflichen Stücke viel zu lang und viel zu dickwandig, als dafs die Schnur an der betreffenden Stelle hinreichend eben und biegsam wäre. Um das zu erreichen, dürfen die Röhrchen kaum länger seyn, als sie weit sind, und die Wandung mufs so dünn seyn, dafs sich eine Schnur von demselben äufseren Umfange hineinpressen läfst. Um das Letztere zu erleichtern und zugleich eine haltbare Vereinigung zu gewinnen, verfährt man folgendermaafsen. Man erwärmt das vorher ein wenig aufgedrehte Schnurende über einer Flamme und tränkt es mit Siegellack, dreht es fest wieder zusammen, läfst es erkalten und spitzt es mit einer Feile ein wenig zu. Hierauf fafst man das Stahlröhrchen mit einer Zange, erwärmt es gleichfalls, aber vorsichtig, damit Oese oder Haken, welche gehärtet sind, nicht weich werden, und sucht nun die Schnur unter continuirlicher schwacher Erwärmung mittelst Drehen und Pressen hinein zu treiben. Diefs wird so lange fortgesetzt, bis das vorderste Ende 1 bis 2^{mm} aus der Oeffnung hervorsieht, worauf man dasselbe breit drückt und so erkalten läfst. Die Operation ist ziemlich mühsam; allein bei guter Ausführung pflegen Schlöfschen auch Jahre lang auf den Schnüren zu haften.

Ständer angebracht sind. Um ihre Anordnung zu vereinfachen, mag es zweckmäfsiger seyn, den letzteren ganz aus Hartgummi bestehen zu lassen. Im vorliegenden Falle besteht er, wie gesagt, aus Holz, und dies macht nöthig, folgende Theile (Fig. 9, Taf. VII) durch Hartgummiröhren von demselben zu isoliren: 1) Die Metallhülse, in welcher die Stahlwelle rotirt; 2) eine hiermit parallele und tiefer gelegene Metallhülse, in welcher ein dickerer Draht verschiebbar, und mittelst einer am hintern Ende der Hülse sitzenden Kugelklemmschraube festzustellen ist; 3) noch eine hiermit parallele und noch tiefer gelegene Metallhülse, in welcher sich ein ähnlicher Draht auf ähnliche Weise verschieben und befestigen läfst. Die beiden Drähte haben hinter den Hülsen Querlöcher und Klemmschrauben, um die mit der Batterie oder den Polen der Elektricitätsquelle communicirenden Leitungen aufzunehmen. Der höher gelegene Draht führt die Elektricität direct auf die Hartgummischeibe, zu welchem Zweck er vorne in eine Spitze endigt, welche jener möglichst nahe steht, ohne sie jedoch zu berühren. Der untere führt die Elektricität zunächst auf die Welle und ist nur defshalb nöthig, weil man an dieser keine Klemmschraube anbringen kann, und es, um ihre Glätte zu erhalten, auch nicht rathsam ist, Entladungen von der Hülse auf sie übergehen zu lassen. Damit dieser Draht mit der Welle, ohne ihre Bewegung zu hemmen, in leitender Verbindung sey, ist sein hinteres Ende, das Stück nämlich jenseits der Klemmschraube, in einem gröfseren Bogen bis in die Verlängerung der Welle geführt, und ihr in einer feinen Spitze ohne directe Berührung möglichst nahe gebracht. Den Functionen der Drähte entsprechend, ragt die obere Metallhülse mit beiden, die untere nur mit dem hinteren Ende aus dem Ständer hervor. Aehnlich verhalten sich die isolirenden Hartgummiröhren, von denen die untere natürlich an ihrem verdeckten Ende geschlossen ist. Der hervorsehende Theil dieser Röhren beträgt 6, ihre Wandstärke 4^{mm}, und dies genügt, um erwünschten Falls für

die Beobachtung eine Funkenstrecke von 25^{mm} zu gewinnen.

Verfolgen wir die Leitung auf der Hartgummischeibe selbst, so finden wir zunächst auf der abgewandten Fläche, dort, wo sie von der Drahtspitze bestrichen wird, einen Kranz von Stanniol. Von diesem läuft in radialer Richtung ein Streifen desselben Metalls bis an den Rand der Scheibe und, über diesen tretend, auf der vorderen Fläche in umgekehrter Richtung bis zur Welle hin. Der vordere, sichtbare Theil der Leitung ist aber in der Nähe der Peripherie unterbrochen, und diese Unterbrechung ist es, welche wir als Funkenstrecke beobachten. Die Stanniolstreifen sind aus der dicksten, käuflichen Sorte geschnitten und haben eine Breite von 5 bis 8^{mm}. Um sie fester an der Gummimasse haftend zu machen, wurde zum Aufkleben starker Leim verwandt, dem nach Borchardt's Angabe ein wenig Venetianischer Terpentin zugesetzt war. Auch eine später hinzugefügte Lackschicht vergröfsert die Haltbarkeit der Streifen, hat aber Uebelstände, wenn man an der Leitung eine Veränderung vornehmen will. Die Unterbrechung wird durch vier kreuzweise geführte Messerschnitte gewonnen, wodurch die Enden der Streifen zugleich die Form einer Spitze erhalten. Hat man eine hohe Spannung zur Verfügung wie z. B. bei gut eingerichteten Leydner Flaschen und handelt es sich nur darum, die Verzögerung der Entladung möglichst sichtbar zu machen, so habe ich eine gröfsere Unterbrechung für günstiger, als eine kleinere gefunden, am günstigsten etwa eine solche von 5 bis 8^{mm}. Auch schien mir die Erscheinung wohl dadurch an Deutlichkeit zu gewinnen, dafs ich an Stelle einer gröfseren Unterbrechung eine Reihe kleinerer wählte. Der Grund mag wohl in beiden Fällen die gröfsere Lichtentwickelung seyn. Die einmal gewählte Funkenstrecke ist jedoch keine bleibende, weil die Stanniolspitzen leicht unter dem Einflufs der Entladungen schmelzen. Dies trifft namentlich beim Gebrauch des Inductionsapparates, weniger bei der verzögerten Batterie-

entladung ein, vermuthlich, weil bei jenem die Entladungen viel schnellerauf einander folgen. Darum ist es dort auch besser, die Funkenstrecke von vornherein kleiner zu wählen, weil sie sich schnell genug von selber vergröſsert. Uebrigens lassen sich die Spitzen, zumal, wenn die Scheibe nicht lackirt ist, eben so schnell durch neue ersetzen, als sie verschwinden.

Sollen nun die Entladungen eines Inductionsapparates mittelst der beschriebenen Vorrichtung geprüft werden, so braucht man nur die Pole desselben direct mit den beiden oben erwähnten Klemmschrauben zu verbinden, doch thut man gut zur besseren Erhaltung der Stanniolspitzen die Pole so lange geschlossen zu lassen, bis die Scheibe bereits die nöthige Rotationsgeschwindigkeit hat. Ich hatte nur kurze Zeit Gelegenheit die Endladungen eines solchen zu beobachten, welcher von drei Platinelementen getrieben, und mit einem Quecksilberinterruptor versehen, eine Schlagweite von 5 bis 8^{mm} hatte. Bei einer Rotationsgeschwindigkeit von etwa drei Kurbelumdrehungen oder 200 Scheibenumdrehungen in der Secunde löste sich das Funkenbild in eine groſse Menge einzelner Funken auf, welche auf ein Bogenstück von 25 bis 30^{mm} Länge vertheilt schienen. Diese Funken hatten eine verschiedene Leuchtkraft und auch eine verschiedene Ausdehnung in der Rotationsrichtung. Der erste war am hellsten und am meisten in die Länge gezogen; etwas weniger hell und ausgedehnt waren die nächsten drei oder vier; alle übrigen aber nur schwach leuchtend und mehr Punkten als Strichen ähnlich. Aber auch die hellen Funken schienen mehr aus hell leuchtenden Punkten und einer sich unmittelbar daran schlieſsenden dunkleren Hülle zu bestehen, und von dieser Hülle gingen in radialer Richtung, also in derjenigen des Stanniolstreifens, aber im Sinne der Rotation verschoben, ähnlich gefärbte, eigenthümlich geformte Lichterscheinungen aus, welche dem Funkenbilde das Aussehen eines mehrfach gefiederten Pfeiles verliehen. Da sich diese Lichtbildung ziemlich gleich weit sowohl nach dem Centrum,

als nach der Peripherie erstreckte, so konnte sie weder eine Folge der Centrifugalkraft seyn, noch konnte dieselbe einen wesentlichen Einfluſs darauf haben; dagegen lieſs sich vermuthen, daſs die durch den Funken erhitzte Luft, oder das in Dampf verwandelte Metall durch elektrischen Einfluſs zugleich in der Richtung der Funkenstrecke fortgetrieben würde. Nach der Dauer der Einzelentladungen schien die Dauer der Intermittenzen geregelt; denn dem ersten Funken folgten gröſsere, dem letzteren kleinere dunkle Zwischenräume. So war wenigstens die Erscheinung bei einer Funkenstrecke von 1 bis 2^{mm} Länge. In dem Maaſse jedoch, wie sich diese durch Abschmelzen der Spitzen vergröſserte, verschwand die ganze Zahl der kleineren Einzelentladungen immer mehr, so daſs man zuletzt nur noch die 3 bis 4 ersten Funken bemerkte, bis auch diese endlich bei zunehmendem Widerstande verschwanden. Hiermit zeigte sich also deutlich, was auch sonst wohl schon bekannt ist, daſs die elektrische Spannung der Einzelentladungen in der Reihenfolge, wie sie der Zeit nach hintereinander entstehen, eine schwächere wird. Ueberraschend jedoch war es für mich, daſs schon bei einer viel kleineren Schlagweite fast alle Einzelentladungen, bis auf eine oder wenige verschwanden, als ich die Eisendrähte aus der Hauptspirale zog. Aus dem Gesagten läſst sich wohl schlieſsen, daſs die Ausdehnung der Erscheinung im Allgemeinen mit dem inneren Widerstande des Inductionsapparates, d. h. mit der Länge und Feinheit der Nebenspirale, die Zahl der Einzelentladungen dagegen mehr mit der Zahl der Eisendrähte wächst. Beides nimmt jedoch mit zunehmender Gröſse der Funkenstrecke ab.

Sollen die verzögerten Entladungen von Leydner Flaschen beobachtet werden, und will man sich zur Ladung derselben einer Influenzmaschine bedienen, so stellt man den Apparat am besten vor derselben auf, um so gleichzeitig beide Kurbeln in Bewegung setzen zu können. Die Pole der Flaschen oder der Batterie werden mit denen

der Maschine verbunden, die Klemmschrauben der Schiebecylinder mit denen des Apparates (Fig. 10, Taf. VII); die Entladungsstangen werden entsprechend ausgezogen und die Schiebecylinder soweit hinaufgeschoben, daſs die Funken von jenen auf diese überschlagen können. Um die Verzögerung zu gewinnen, müssen sehr lange und nur wenig feuchte Schnüre entsprechend eingeschaltet werden. Steht eine Doppelflasche oder eine Doppelbatterie zur Verfügung, so geschieht dies am besten zwischen den äuſseren Belegungen, sonst zwischen einem Schiebecylinder und einer Klemmschraube des Apparats. Bei solcher Anordnung stellt sich nun ein Uebelstand ein, welcher sich nur bei einer allmähligen Ansammlung der Ladung geltend machen kann und daher bei der Anwendung des Inductionsapparates fortfällt, ich meine die Vorentladungen, oder soll ich sie lieber Vorladungen nennen, welche sich nicht auf die Flaschen, sondern nur auf einen Theil des Schlieſsungsbogens erstrecken, und darin ihren Grund haben, daſs die Enden dieses Theils — hier die Schiebecylinder — während der Dauer der Ladung der influenzirenden Wirkung anderer elektrischen Theile — hier der Entladungsstangen — ausgesetzt sind. Diese mit der wachsenden Ladung zunehmende Wirkung erzeugt zwischen den Spitzen der Stanniolstreifen fortwährend kleine Funken, welche die Aufmerksamkeit des Auges stören und die Klarheit der Haupterscheinung beeinträchtigen. Ganz zu vermeiden sind solche Vorladungen nicht, aber sie lassen sich beschränken dadurch, daſs man die Spitzen etwas verrundet, oder die Funkenstrecke vergröſsert, oder zwischen den Schiebecylindern eine halbleitende Brücke bildet, so daſs diese wohl zur Ueberführung einer schwachen oder langsamen, aber nicht einer starken und plötzlichen Elektricitätsbewegung genügt. Bei der ganzen bisher besprochenen Anordnung ist von der Voraussetzung ausgegangen, daſs die Entladung der Flaschen in einer Selbstentladung erfolgen soll, wobei zugleich die gröſsere oder geringere Ladung sehr einfach durch Verschiebung der

Cylinder geregelt wird; und diese Anordnung scheint mir in der That der einzige Weg, wenn Jemand ohne Hülfe Anderer die Erscheinungen beobachten will. Soll die Batterie geladen und in einem besonderen Act entladen werden, so bedient man sich hierzu am besten des Riefs'schen Interruptors [1]), wozu jedoch eine dritte Hand zur Verfügung seyn mufs. Auf die nähere Art und Weise der Einschaltung gehe ich hier nicht weiter ein. Die störenden Vorladungen werden so freilich leichter vermieden; und die Methode ist nothwendig, wenn es sich um genaue Versuche handelt. Eine gröfsere Ausdehnung der Erscheinung wird natürlich mit derselben nicht erreicht. So ausgedehnt und zugleich so deutlich, als unter Benutzung des Inductionsapparates, konnte ich das Funkenbild überhaupt bisher mit Leydner Flaschen nicht erhalten. Freilich tritt schon bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 100 Umdrehungen in der Secunde bei einer gröfseren Doppelflasche und dem nöthigen Widerstande eine merkliche Ausdehnung der Erscheinung ein, und je mehr man die Geschwindigkeit beschleunigt, oder die geladene Oberfläche und den Widerstand vergröfsert, um so deutlicher treten bei der gleichzeitigen Verlängerung des Bildes die Einzelentladungen sammt ihren Intermittenzen hervor; aber, liegt es an der Veränderlichkeit und Ungleichartigkeit feuchter Widerstände, liegt es daran, dafs bei Batterieentladungen neben der beobachteten Funkenstrecke noch eine zweite nothwendig ist, welche, mag sie auch eine unveränderliche Gröfse haben, doch in verschiedenen Fällen einen verschiedenen Widerstand bieten kann — das Funkenbild der einen stimmt selten mit dem Funkenbilde der anderen überein; in keinem Falle ist es so charakteristisch, wie bei den Entladungen des Inductionsapparates. Mit aus diesem Grunde habe ich vorläufig von messenden Versuchen über den Einfluſs der Quantität, der Dichtigkeit und des Widerstandes abgesehen. Bei einem Vergleich der Funkenbilder, wie sie das eine Mal durch den Induc-

1) Sitzungsbericht der Berliner Akademie vom 16. März 1874.

tionsapparat (Fig. 11, Taf. VII), das andere Mal durch Leydner Flaschen (Fig. 12, Taf. VII) gewonnen werden, fällt bei letzteren am meisten das Fehlen jener eigenthümlichen pfeilartigen Lichtbildung in die Augen.

Sind die Dimensionen auch so gewählt, daſs sich ein Schleifen der Schnüre im Allgemeinen weniger geltend macht, so findet doch dieser Uebelstand, zumal, wenn man die Geschwindigkeit schnell vergröſsert, zuweilen statt. Um ihn mehr und mehr zu beseitigen, genügt nach früherer Auseinandersetzung die Vergröſserung der Räder nicht allein, sondern sie müſsten gleichzeitig eine gröſsere Entfernung von einander haben. Absolut vermieden würde jener Uebelstand nur durch die Anwendung von Zahnrädern, wodurch sich der Apparat zugleich auf einen viel kleineren Raum zusammendrängen lieſse. Aber die Anwendung von Zahnrädern ist kostspielig, veranlaſst eine unruhige Bewegung und daneben viel Geräusch. Eine Vergröſserung der Hartgummischeibe, um das Funkenbild für das Auge zu verlängern, scheint mir mit Rücksicht auf den vergröſserten Luftwiderstand nicht statthaft. Angemessener wäre eine Verkleinerung jener Scheibe und eine gleichzeitige Beobachtung mittelst eines passenden Fernrohrs. Sollte eine derartige Beobachtung jedoch zur Bedingung haben, daſs das Bild immer an derselben Stelle im Raum erschiene — was sehr einfach durch Fortlassung des Stanniolkranzes zu bewirken wäre, weil die Entladung dann immer nur erfolgen kann, wenn der Stanniolstreifen mit der Drahtspitze zusammentrifft — so scheint es mir besser, darauf zu verzichten, weil man in Folge der während der Entladung eintretenden successiven Vergröſserung der Schlagweite nothwendig einen groſsen Theil von Einzelentladungen einbüſsen müſste.

Wir haben gesehen, daſs sich die Schlagweite auch durch Abschmelzen der Spitzen allmählig vergröſsert, aber diese Veränderung ist zu unbedeutend, als daſs sie während der Dauer einer Entladung von irgend welchem Einfluſs wäre. Immerhin ist sie im Verlaufe einer längeren

Versuchsreihe störend, und es wäre zu wünschen, dafs sie sich beseitigen liefse. Für diesen Zweck schlage ich vor, der Hartgummischeibe eine Dicke von 3^{mm} zu geben, und die ganze Leitung aus eingelegtem Aluminiumdraht bestehen zu lassen. Wo sich die Unterbrechung befindet — und des Gleichgewichts halber auch in 180° Entfernung — wäre die Scheibe mit einer entsprechenden Oeffnung zu versehen, und sollte der Einflufs der Luftbewegung alsdann auf ein Minimum reducirt werden, so wären die im Innern der Oeffnung liegenden Spitzen durch zwei, beide Seiten der Oeffnung verschliefsende, Glimmerscheibchen zu schützen. Dieser Verschlufs jedoch dürfte kein vollkommner seyn, um der Luft bei ihrer plötzlichen Erwärmung und Ausdehnung einen Ausweg zu gestatten. Die Befestigung der Leitung würde theilweise durch Schräubchen, theilweise durch radiale Durchbohrung der Scheibe zu bewirken seyn. Die beim Einlegen der Leitung etwa entstehenden Lücken wären sorgfältig mit einer Mischung aus Schellack und Venetianischem Terpentin zu füllen; und da sich die Scheibe ohne Zweifel bei der ganzen Bearbeitung verziehen würde, so würde sie nach derselben mit Hülfe heifser und langsam erkaltender eiserner Planscheiben aufs Neue zu richten seyn. Das letztere Verfahren ist übrigens auch bei andern Hartgummischeiben, wenn sie genau laufen sollen, häufig nöthig, weil die käuflichen Platten selten gerade sind.

Zum Schlufs erlaube ich mir darauf aufmerksam zu machen, dafs ein Rotationsapparat, wie ich ihn im Vorigen beschrieben, auch bei anderweitigen bekannten Versuchen auf dem Gebiete der Mechanik, des Lichts und der Elektricität mit unbedeutenden Veränderungen seine Anwendung finden kann.

V. *Studien aus dem mineralogischen Museum der Universität Kiel;*

(Erste Fortsetzung; siehe Bd. 156, S. 554 [1]).

5. Beiträge zur Kenntnifs des Gypses; von Dr. Paul Klien.

a) Gypskrystalle von Sütel.

In dem miocänen Thon von Sütel im Land Oldenburg im östlichen Holstein finden sich reichlich Gypskrystalle eingewachsen, deren zuerst Meyen [2]) Erwähnung gethan hat.

Als Grundform des Gypses ist im Nachstehenden das von G. Rose und A. Sadebeck [3]) angenommene monokline Octaëder $l = (a : b : c)$ und $n = (a' : b : c)$ gewählt, von welchem jedoch gewöhnlich nur l ausgebildet ist. Das verticale Prisma $f = (a : b : \infty c)$ fehlt nie.

Die Krystalle sind häufig in der Richtung der Hauptaxe oder der geneigten Nebenaxe a prismatisch ausgebildet, wodurch zwei Typen bezeichnet sind. Einen dritten Typus bilden in der Richtung der Hauptaxe verkürzte Krystalle, deren schiefe Prismen abgerundet erscheinen, so dafs die Krystalle ein linsenförmiges Aussehen erhalten.

Die Krystalle dieses Vorkommens bieten ein zweifaches Interesse dar, einmal durch die eigenthümlichen Krystallgruppen und dann durch die Einschlüsse.

1. Krystallgruppen.

Die Zahl der zu einer Gruppe vereinigten Individuen ist verschieden. Ihre Form schliefst sich bald mehr dem ersten, bald mehr dem zweiten Typus an, zuweilen steht

1) Eine Berichtigung zu der ersten Abhandlung findet sich am Schlusse dieses Hefts.

2) Zeitschrift d. deutsch. geolog. Gesellsch Bd. XXVI.

3) G. Rose's Elemente der Krystallographie, herausgegeben von A. Sadebeck, Berlin 1873.

sie auch zwischen beiden Typen gerade in der Mitte, indem die Flächen des verticalen und schiefen Prismas in gleicher oder doch nahezu gleicher Gröſse ausgebildet sind.

Die Gruppirung erscheint mitunter so regelmäſsig, daſs man geneigt ist an Zwillingsbildungen zu denken, besonders wenn nur zwei Individuen mit einander verbunden sind.

Vergleicht man jedoch die *gegenseitige Stellung* der Individuen in verschiedenen Gruppen oder verschiedener Individuen in einer Gruppe, so erkennt man leicht, daſs diese eine äuſserst mannigfaltige ist, welche sich nicht auf einfache krystallographische Gesetze, daſs heiſst auf eine Zwillingsaxe beziehen läſst. Unter den verschiedenen Stellungen, welche an Zwillingsstellung erinnern, ist eine ausgezeichnet, derzufolge zwei Flächen des vorderen schiefen Prismas in eine Ebene zu fallen scheinen und senkrecht auf dieser die Verwachsung stattfindet. Eine genauere Untersuchung zeigt jedoch, daſs die betreffenden Flächen nicht genau zusammenfallen. Von den verschiedenen Individuen einer Gruppe herrscht meist eines, welches man als Tärger der Gruppe bezeichnen kann, durch seine Gröſse vor. Stellt man dasselbe vertical, so strahlen die übrigen Krystalle von einem Punkte im Inneren, welcher dem Mittelpunkt des Trägers der Gruppe mehr oder weniger nahe kommt, nach verschiedenen Richtungen aus, und die einzelnen Individuen setzen sich meist auch jenseits des Trägers fort, so daſs sie sich unter einander und mit dem Träger durchkreuzen. Die Flächen der jenseitigen Fortsetzungen fallen nicht immer genau mit den diesseitigen Flächen zusammen, zuweilen sind sie nicht einmal parallel, sondern nur hypoparallel.

Die Individuen können aus allen Krystallflächen des Trägers herausragen, besonders aus der Längsfläche (*P*), demnächst aus den Prismenflächen *f*, nur selten aus denen des schiefen Prismas *l*.

Der *Zusammenhang* der einzelnen Individuen unterein-

ander ist ein sehr lockerer, so daſs man mit Leichtigkeit dieselben von einander trennen kann. Löst man die kleinen Individuen von dem Träger ab, so sieht man, daſs dieselben keilförmig eingeschaltet sind, sie endigen mit einer treppenförmigen Pyramide, welcher eine Vertiefung in dem Träger der Gruppen genau entspricht (Fig. 1, Taf. VII). Diese Pyramide, so wie die ihr entsprechende Vertiefung ist von zahlreichen intermittirenden Flächen begränzt, zum Theil Krystallflächen entsprechend, zum Theil Flächen ohne sicheres krystallographisches Zeichen. Gewöhnlich erscheinen die sämmtlichen Krystallflächen, welche an der Basis der Pyramide liegen, auch auf dieser, was man daran erkennt, daſs viele der intermittirenden Flächen mit den Krystallflächen einspiegeln, dasselbe ist bei der Vertiefung der Fall. Die Flächen mit unbestimmtem krystallographischen Zeichen intermittiren mit denen, welche Krystallflächen entsprechen.

Derartige unbestimmte Krystallflächen bilden sich immer dann aus, wenn zwei verschieden gestellte Krystalle, d. h. zwei nicht parallele oder zwei nicht in Zwillingsstellung befindliche, während ihrer Bildung sich stören und gewissermaaſsen denselben Raum beanspruchen, was man sehr häufig bei natürlichen Krystallen und solchen, die auf künstlichem Wege dargestellt sind, beobachten kann. Die dadurch zur Erscheinung kommenden Flächen kann man passend als *Druckflächen* bezeichnen.

Wenn sich schon aus der Stellung der Individuen ergeben hat, daſs die Gruppirungen nur Pseudozwillinge sind, so liefern die Druckflächen den krystallotektonischen Beweis, daſs man es nicht mit Zwillingen zu thun hat, da zwillingsartig verbundene Individuen sich nie mit Druckflächen begränzen. Dies erklärt sich theoretisch schon daraus, daſs die Individuen eines Zwillings gewissermaaſsen zu einem Doppelindividuum geeinigt sind und bei der Fortbildung einem gleichen Gesetze unterworfen, also nicht in Kampf um Raum treten.

2. Einschlüsse.

Die *Einschlüsse* der Krystalle bestehen gröſstentheils aus rostbrauner Substanz, zu der sich noch eine schwärzliche hinzugesellt. Die rostbraune Substanz ist in Salzsäure leicht löslich und erweist sich der Hauptmasse nach als Eisenoxydhydrat. Die schwärzlichen Partikelchen scheinen organischen Ursprungs zu seyn, da sie durch Erhitzen verschwinden und durch Salpetersäure entfärbt werden. Unter dem Mikroskrop zeigen weder die braunen noch die schwarzen Partikelchen eine bestimmte Begränzung, welche sich auf Krystallflächen zurückführen lieſse; die ersteren erscheinen als Flöckchen in ähnlicher Weise, wie frisch gefülltes Eisenoxydhydrat, die schwarzen wie fein eingestreuter Staub. Von organischer Structur (Zellen) lieſs sich nie etwas erkennen. Bei Gypskrystallen von anderen Fundorten wird die Färbung durch eingelagerte krystallinische Massen hervorgerufen, so z. B. bei dem roth gefärbten von Lübthen in Mecklenburg durch hexagonale Täfelchen von Eisenglanz.

Die *Art der Vertheilung* in den Krystallen ist folgende. Die Substanz ist zunächst parallel den verschiedenen Krystallflächen eingelagert; auf diese Weise erscheint im Innern der Krystalle ein von der färbenden Substanz umhüllter Kern (Fig. 2, Taf. VII). Diese Erscheinung kann sich an demselben Krystall wiederholen, so daſs im Innern desselben mehrere von der Substanz gebildete parallele Zonen auftreten. Zwischen Kern und Umhüllung ist die färbende Substanz nicht gleichmäſsig, sondern nach bestimmten Richtungen vertheilt. Diese Richtungen sind bestimmt durch Linien, welche die entsprechenden Combinationsecken des verticalen und vorderen schiefen Prismas von Kern und Umhüllung mit einander verbinden und zwar in der Weise, daſs die Verbindungslinien der spitzen Ecken vorherrschen und in der Nähe des Kerns mehr färbende Substanz eingeschlossen ist, als nach auſsen. In Folge dessen gehen von den oben beschriebenen Ecken des Kerns nach den Ecken der Umhüllung braune Streifen

aus, welche sich nach aufsen mehr und mehr verjüngen, in der Nähe des Kerns am stärksten sind. Ferner kann noch der Fall eintreten, dafs die Streifen sich nicht nach aufsen verjüngen, sondern in mehrere Streifen vertheilen und auf diese Weise büschelförmig endigen (Fig. 3, Taf. VII).

Die Streifen haben keinen krystallographischen Werth, ihre Lage in Bezug auf den Krystall hängt lediglich von dem Verhältnifs des Kernes zur Umhüllung ab. Sind Kern und Umhüllung gleich ausgebildet, d. h. ist das Verhältnifs der Länge der Kanten des verticalen Prismas und des vorderen schiefen Prismas bei beiden dasselbe, so entsprechen sie genau den Diagonalen des durch die Kanten gebildeten Parallelogramms. Die Lage der Streifen in Bezug auf die *b*- und *c*-Axe wird nun verschieden seyn, je nachdem die Krystalle mehr nach dem ersten oder zweiten Typus ausgebildet sind. Ist die Ausbildung der Umhüllung eine andere, als die des Kernes, so können die Streifen beiderseits vom Kern nicht mehr in eine gerade Linie fallen. Die Abweichung von der geraden Linie wird desto gröfser seyn, je gröfser die Abweichung in der Ausbildung von Kern und Umhüllung ist.

Deutung der Einschlüsse. Die Einschlüsse beim Gyps wie bei den Krystallen überhaupt sind zweierlei Art, entweder solche, die bei der Bildung umschlossen wurden, oder solche, welche die Folge späterer Einwirkungen sind.

Die *ursprünglichen Einschlüsse* kann man beim Gyps daran erkennen, dafs sie an den Kanten eines Kerns angehäuft sind, wobei die gröfsere Concentration an den Ecken darauf hinweist, dafs an diesen das Maximum der polaren Attraction stattgefunden hat. Je kleiner der Krystall war, desto geringer war die Anziehung, welche er auf die gleichartigen Molecüle ausübte, so dafs sich fremde Substanz in gröfserer Menge anlegen konnte. Je gröfser die Krystalle wurden, desto rascher ging seine Vergröfserung vor sich, desto weniger konnte sich fremde Substanz an-

setzen. Mit der Vergröfserung der Krystalle hängt zusammen, dafs sich die Subindividuen (Molecüle) nicht an allen Stellen gleichmäfsig absetzten, sondern vornehmlich an den Ecken, so dafs die fremde Substanz mehr und mehr seitlich gedrängt und auf diese Weise in Form von Büscheln eingeschlossen wurde.

Die *späteren Einschlüsse* beim Gyps liegen immer auf Spalten, welche nach den verschiedenen Spaltungsrichtungen verlaufen. Ihre Anordnung entspricht also nicht den Umrissen des Krystalls, woran man sie von den regelmäfsigen Einschlüssen unterscheiden kann. Bei Lübtheen in Mecklenburg und Lüneburg finden sich rothgefärbte Gypse, bei denen die schon oben erwähnten Eisenglanztäfelchen vornehmlich parallel der Hauptspaltungsfläche eingelagert sind. Man kann daran deutlich erkennen, wie die Täfelchen sich von einem Punkte aus vertheilen.

b) Krystallotektonik des Gypses.

Die regelmäfsige Anordnung der Einschlüsse in den Gypskrystallen gewährt einen Einblick in die Art des Aufbaues der Gypskrystalle. Dies bestimmte mich die Krystallotektonik des Gypses überhaupt zu untersuchen.

Nach den von A. Sadebeck in der Abhandlung „Ueber die Krystallisation des Bleiglanzes“ [1]) aufgestellten Grundzügen der Krystallotektonik, welche dann in der „Angewandten Krystallographie“ [2]) weiter ausgeführt wurden, handelt es sich zunächst darum, die Gestalt der Subindividuen zu bestimmen. Zu diesem Zwecke stellte ich *Aetzfiguren* und zwar in folgender Weise dar [2]).

Als Aetzmittel wurde Kaliumcarbonat verwendet, doch kann man mit gleichem Nutzen Natriumcarbonat, oder Salzsäure gebrauchen, nur mufs letztere etwas länger darauf einwirken. Dabei hat man jedoch den Vortheil, dafs nicht einzelne Stellen durch Bildung von Calciumcarbonat

1) Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. Bd. XXVI, S. 617.

2) A. Sadebeck, Angewandte Krystallographie, II. Theil von G. Rose und A. Sadebeck's Elementen, Berlin 1876.

eine Trübung erleiden, die bei sehr feinen Rissen oft erst nach längerem Liegen in verdünnter Säure entfernt werden kann. Baumhauer[1]) erwärmte Spaltungsstücke des Gypses einige Augenblicke in concentrirter Kalilauge und entfernte die dadurch entstandene Kalkkruste vermittelst Eintauchens in Salzsäure.

Am schönsten treten die Aetzfiguren auf der Längsfläche hervor. Schwach angeätzt erscheint dieselbe bei einer 70fachen Vergröſserung parquetirt (Fig. 4, Taf. VII), wie man dies zuweilen an der natürlichen Längsfläche beobachten kann. Diese Zeichnung wird durch Rhomboïde hervorgerufen, deren Seiten den Kanten der Längsfläche mit dem verticalen und vorderen schiefen Prisma parallel gehen, also der Form des symmetrischen Hauptschnittes entsprechen. Ist die Fläche gleichmäſsig vom Aetzmittel angegriffen, wie dieſs bei klaren und regelmäſsig entwickelten Krystallen immer der Fall ist, so sind die Aetzfiguren von gleicher Gröſse über die ganze Längsfläche vertheilt. Bei weiterem Aetzen entstehen aus den Rhomboïden vierseitige Vertiefungen (Fig. 4, Taf. VII), die von den Flächen eines verticalen und vorderen schiefen Prismas gebildet werden. Diese Aetzfiguren stimmen mit den von Baumhauer auf dem Hauptblätterbruch erhaltenen vollkommen überein.

Die Flächen des verticalen Prismas *f* und der angeschliffenen Querfläche *m* zeigen beim Aetzen eine der Prismenzone parallele Streifung, die sich bei langandauernder Einwirkung des Aetzmittels in eine tiefe Furchung umwandelt; in ähnlicher Weise, wie die natürlichen Flächen *f* und *n* selbst gezeichnet sind. Auch auf einer angeschliffenen vorderen schiefen Endfläche $d = (a : \infty b : c)$ und dem vorderen schiefen Prisma *l* sieht man eine parallel den Kanten zur Längsfläche verlaufende Furchung entstehen.

Die vielfach intermittirenden Streifen und Furchen beweisen, daſs die Subindividuen selbst schon höherer Stufe

1) Sitzungsber. d. K. B. Akad. d. Wissensch. II. Cl. 1875, 2, S. 176.

und durch schaligen Aufbau von Subindividuen niederer Stufe gebildet sind. Eine Messung der die Subindividuen begränzenden Flächen war nicht möglich. Man kann aber nach Analogie mit anderen Subindividuen annehmen, daſs sie von vicinalen Flächen Websky's begränzt sind. Die tektonischen Zonen, in denen die Flächen liegen, sind bestimmt durch die Hauptaxe und die Kante des vorderen schiefen Prismas als Zonenaxen.

Wird ein vollkommen ausgebildeter Krystall längere Zeit der Einwirkung des Aetzmittels ausgesetzt, so tritt an Stelle der spitzen Ecken eine drusige Fläche mit vier- und sechsseitigen Vertiefungen. Sie entspricht der hinteren schiefen Endfläche $T = (a' : \infty b : c)$ und findet sich häufig an eingewachsenen Gypskrystallen, wo sie Scharff[1]) als eingesunkene Fläche bezeichnet.

Um über die Art und Weise der ***Anordnung der Subindividuen*** Aufschluſs zu erhalten, versuchte ich es auf künstlichem Wege unter dem Mikroskop Gypskrystalle darzustellen. Zur Darstellung derselben wurde am häufigsten Chlorcalciumlösung verwendet. Concentrirte Lösungen liefern mit Schwefelsäure ein Gewirr spindelförmiger Krystalle, die sich zu weiterer Untersuchung nicht eignen. Arbeitet man dagegen mit verdünnten Lösungen, so erhält man wohl ausgebildete Krystalle, deren Bildung man unter dem Mikroskop leicht beobachten kann. Zu diesem Zwecke wird auf einem Objectträger die verdünnte Chlorcalciumlösung unter das Mikroskop gebracht und während man beobachtet, verdünnte Schwefelsäure hinzugefügt. Man erblickt nun mit einem Male das Gesichtsfeld mit einer Menge von niedlichen Kryställchen erfüllt. Sie gehören immer der Combination von Längsfläche mit Flächen aus den tektonischen Hauptzonen an. Niemals war ein Krystallgerippe zu beobachten. Selten fanden sich Zwillinge nach dem Gesetz „Zwillingsaxe die Normale der Querfläche" darunter. Der Aufbau der Krystalle geht gleichmäſsig an allen Punkten vor sich, so daſs sie

1) Abhandl. d. Senckenb. Ges. VIII. Bd. Frankfurt a. M. 1871.

immer scharf und geradlinig begränzt sind. Läfst man concentrirte Schwefelsäure in die Chlorcalciumlösung eintreten, so schiefsen spindelförmige Krystalle aus, die oft radial von einem Centrum ausstrahlen oder sich in den verschiedensten Richtungen durchkreuzen. Einzelne freiliegende dieser nach der Hauptaxe gestreckten Spindeln vergröfsern sich wenig in der Richtung derselben, nehmen aber die vorher erwähnte Form an.

Um die Bildung der Krystalle zu verzögern, wurden Stückchen von Natriumsulfat in die Lösung gebracht. Hierbei entstanden fast ausschliefslich Zwillingskrystalle, beiderseitig einen einspringenden Winkel tragend (Fig. 5, Taf. VII), also Durchwachsungszwillinge. Die meisten derselben waren nach der Hauptaxe vorherrschend entwickelt; einige kurzprismatische nach der Längsfläche tafelförmige Krystalle hatten einen ausspringenden Winkel, mit dem sie sich in paralleler Stellung an einander legten (Fig. 5, Taf. VII). Beim Fortbau der beiderseitig von einspringenden Winkeln begränzten Krystalle wurden zuweilen die Flächen eines vorderen schiefen Prismas unter einem ausspringenden Winkel entwickelt, während dies bei anderen nur an einem Ende der Fall war. Die gröfseren Zwillingskrystalle nehmen die Form von Fig. 6, Taf. VII) an, deren eine (Fig. 7) bei starker Vergröfserung betrachtet, dargestellt ist. Bei verschiedener Einstellung ist ein Auflagern der Subindividuen auf der Längsfläche zu erkennen. Das Ganze erscheint als ein Gemäuer, das sich durch Auflagern neuer Massen auf die Längsfläche vergröfsert, wobei der einspringende Winkel erhalten bleibt.

Das Hindernifs, welches der Objectträger der Beweglichkeit der Molecüle entgegenstellt, begünstigt die Zwillingsbildung. Im Reagenzgläschen wurden durch Hinzubringen von Natriumsulfatstückchen bedeutend weniger Zwillinge erhalten. Eine noch gröfsere Verminderung von Zwillingen wurde aus Chlorcalciumlösung durch Zusatz von Natriumsulfatlösung herbeigeführt. Bei den ein-

fachsten Bedingungen erhält man einfache flächenarme Krystalle, bei complicirteren Bedingungen Zwillinge.

Die aus Verdunsten von Gypslösung erhaltenen Krystalle stimmen bis auf einen Fall hiermit überein. An einigen Krystallen nämlich, die sich nach Wochen aus einer Gypslösung ausgeschieden hatten und den Boden des Gefäfses in grofser Menge bedeckten, waren auch die Flächen eines hinteren schiefen Prismas ausgebildet. Die Individuen hatten sich bei ihrer Ausbildung vielfach gehemmt.

Es wurden noch Gypskrystalle aus Lösungen von Calciumnitrat und Calciumcarbonat dargestellt, bei denen nichts Nennenswerthes zu bemerken ist.

Von einigem Interesse ist noch das Verhalten der Gypskryställchen beim Auflösen derselben. Löst man Kryställchen in Salzsäure unter dem Mikroskop, so runden sie sich an den Kanten ab und werden kleiner und kleiner, bis sie eine spindelförmige Gestalt erreicht haben. Von nun ab ändern sie ihre Dimensionen in der Stärke wenig, nehmen aber rasch in der Richtung der Hauptaxe ab, bis sie mit einem Mal verschwinden.

Aus Vorstehendem ergiebt sich, dafs die Anordnung der Subindividuen des Gypses in der Längsfläche, als tektonischer Hauptebene, in der Hauptaxe und parallel der Kante des vorderen schiefen Prismas, als den tektonischen Hauptzonenaxen erfolgt. Die Hauptzonen des Gypses fallen also mit den tektonischen Axen zusammen, wie es auch bei anderen Mineralien, z. B. Flufsspath der Fall ist.

Das Material zu meinen Untersuchungen befindet sich eines Theils im mineralogischen Museum der Universität Kiel, zum gröfsten Theil verdanke ich es der Freundlichkeit der HH. Dr. Meyen in Uetersen und Dr. Fischer von Benzon in Husum, welche mir ihre schönen Suiten des Gypses von Sütel bereitwilligst zur Benutzung überliefsen, und bin ich ihnen aufserordentlich erkenntlich.

Vor allem fühle ich mich jedoch meinem hochverehrten Lehrer Hrn. Prof. A. Sadebeck für die wissenschaftliche Anregung und das mir während Ausführung der Arbeit bewiesene gütige Wohlwollen in hohem Maaſse verpflichtet.

VI. *Stimmgabel mit veränderlichem Tone; von Dr. Rudolph König in Paris.*

Bekanntlich besitzt man in der Doppelsirene von Helmholtz ein Instrument, welches gestattet nicht allein zwei Klänge mit einem beliebigen Phasenunterschiede ertönen zu lassen, sondern auch während des Tönens das Intervall dieser beiden Klänge nach Belieben zu erweitern und zu verringern. Da es jedoch in vielen Fällen wünschenswerth ist die Sirenenklänge mit den einfachen Stimmgabeltönen zu vertauschen, und um dieses möglich zu machen, die Tonhöhe einer der Gabeln während des Tönens muſs beliebig geändert werden können, so construirte ich eine Stimmgabel, bei welcher sich dieser Wechsel in der Tonhöhe mit Leichtigkeit erreichen läſst, und will hier eine kurze Beschreibung derselben geben.

Die starken Zinken der Stimmgabel sind ihrer Länge nach durchbohrt und die beiden so erhaltenen Kanäle mit einander durch eine Querbohrung im Fuſse der Gabel verbunden. Diese ganze Röhrenleitung steht mit einem an demselben Fuſse angebrachten cylindrischen Behälter in Verbindung, in dem sich ein Schraubenstempel hin- und herbewegen läſst; in diesen Behälter und die Röhrenleitung ist so viel Quecksilber gefüllt, daſs bei den beiden äuſsersten Gränzständen des Stempels die Kanäle in den Zinken der Gabel entweder bis nahe an die Enden gefüllt, oder ganz leer sind. Die Gabel ist so gestimmt, daſs sie einen

Ton in einem reinen Verhältnisse mit dem einer andern, gewöhnlichen Stimmgabel giebt, wenn ihre Zinken bis zu etwa zwei Drittel ihrer Länge mit Quecksilber gefüllt sind. Läſst man dann vermittelst des Schraubenstempels das Quecksilber über diese Gränzen steigen oder fallen, so vertieft oder erhöht man natürlich den Ton der Gabel und ändert somit das Schwingungsverhältniſs zwischen ihr und einer andern gewöhnlichen Stimmgabel mit festem Tone.

Da die Schwingungen der mit Quecksilber gefüllten Stimmgabel nach einmaliger Erregung mit dem Bogen eine nur geringe Dauer haben, so wird sie auf elektrischem Wege in continuirliche Schwingungen versetzt, wobei natürlich wegen ihrer nothwendig verticalen Stellung die gewöhnlichere Quecksilberunterbrechung durch eine trockne hat ersetzt werden müssen.

Bei der Stimmgabel, mit der ich seit anderthalb Jahren diese Disposition geprüft, und vor den Gelehrten, welche mich besucht, öfters experimentirt habe, läſst sich der Ton von 366 zu 392 v. s. umstimmen. Ihre Quecksilberkanäle haben einen Durchmesser von etwa 5^{mm}, und ihre Zinken sind 22^{mm} breit und 16^{mm} dick. Sie ist vor einer Resonanzröhre montirt, welche vermittelst eines verschiebbaren Stempels auf ihren jedesmaligen Ton gestimmt werden kann und trägt einen Spiegel, für die optische Vergleichung ihrer Schwingungen mit denen einer zweiten, gleich starken und gleich montirten, aber gewöhnlichen Stimmgabel, mit der sie die schnelleren oder langsameren Stöſse mächtig stark hören läſst. Um ihr aber die gleiche Schwingungsweite als dieser letzteren zu geben, ist man genöthigt für sie einen doppelt so starken Strom anzuwenden als für die Stimmgabel mit festem Tone.

Nähert man den Ton der Stimmgabel mit dem Quecksilber dem der gewöhnlichen Gabel bis zum vollkommenen Einklange, so erreicht man diesen bei irgend einem Phasenunterschiede, den man nicht vorher bestimmen, oder wählen kann, man ist also gezwungen, wenn man einen

bestimmten Phasenunterschied zu erhalten wünscht, den einmal erhaltenen Einklang erst wieder um ein Geringes zu verstimmen, und dann, wenn bei einem sehr langsamen Phasenwechsel der gewünschte Phasenunterschied erreicht ist, plötzlich wieder zum reinen Einklange zurückzukehren. Dieses läfst sich jedoch nicht leicht durch die Quecksilbervorrichtung ausführen, denn hat man durch eine geringe Drehung der Schraube in einer Richtung erst eine kleine Verstimmung bewirkt und dreht dann die Schraube etwas später plötzlich wieder in ihre erste Stellung zurück, so erhält man dadurch doch den ganz reinen Einklang nicht wieder, theils, weil bei den beiden entgegengesetzten Bewegungen der Schraube immer ein kleiner Verlust in der Bewegung des Stempels entsteht, theils vielleicht aber auch, weil das Quecksilber an den Wänden der Kanäle etwas haften bleiben mag, es ist daher zweckmäfsiger auf folgende Weise den gewünschten Phasenunterschied herbeizuführen.

An einer Zinke der Stimmgabel ist ein dünner Faden befestigt, welcher über eine Rolle läuft, und an dessen Ende ein kleines Gewicht hängt. Bilden beide Stimmgabeln ein reines Intervall, während das Gewicht unterstützt ist, so tritt die geringe Verstimmung der Gabel ein, welche nöthig ist um einen langsamen Phasenwechsel hervorzurufen, wenn man die Unterstützung des Gewichtes entfernt, um es also an dem Faden hängen zu lassen, und diese Verstimmung verschwindet sofort wieder in dem Augenblicke, in dem man das Gewicht wieder aufhebt. Man kann also auf diese Weise in jedem beliebigen Momente des langsamen Phasenwechsels, den man in der optischen Figur beobachtet, zu dem vollständig reinen Intervalle zurückkehren.

Paris, Februar 1876.

VII. *Nachtrag zur Abhandlung: Experimentelle Untersuchung eines Falles von Arbeitsleistung des galvanischen Stroms; von R. Colley in Moskau*[1]).

Als meine erwähnte Abhandlung schon unter der Presse sich befand, gelang es mir noch folgenden Versuch anzustellen, dessen Resultate die daselbst entwickelten theoretischen Ansichten völlig bestätigen, und eine sehr gewünschte Vervollständigung und Erläuterung der beschriebenen Versuche ist mit salpetersaurem Silber zu machen.

Bei der Besprechung der auf die sogenannte Wanderung der Ionen bezüglichen Hittorf'schen Coëfficienten wurden zwei Salze, Iodzink und Iodkadmium erwähnt, bei denen die Arbeit der Schwerkraft in einer senkrechten Säule der Lösung und folglich auch die elektromotorische Kraft e_k das entgegengesetzte Vorzeichen haben, als in dem Falle des salpetersauren Silbers. Mit einem dieser Salze, nämlich Iodkadmium, wurde eine Versuchsreihe angestellt, nach einer Methode, die nur in unwesentlichen Details von der *ersten* Methode meiner Abhandlung abweicht.

Die Röhre No. 2, $3^m,6$ lang, wurde mit einer concentrirten Lösung des Salzes gefüllt und die Silberelektroden durch Elektroden von Kadmiumdraht ersetzt. Es fand sich, daſs dieses Metall alle Uebelstände der leichter oxydirbaren Metalle in hohem Grade besaſs. Die Elektroden bedeckten sich allmählig mit einer Schicht schwarzen Oxyds, und als sie durch das Galvanometer verbunden wurden, zeigte letzteres einen ziemlich starken und sehr inconstanten Strom an. Das Amalgamiren des Metalls beseitigte zum Theil diese Uebelstände, doch nicht ganz. In den ersten zwei bis drei Wochen nach Füllung

1) S. 370 dieses Bandes.

der Röhre konnte wegen der Veränderlichkeit des Stroms kein sicheres Resultat erzielt werden. Doch als die Röhre ungefähr einen Monat mit metallisch verbundenen Elektroden gestanden hatte, wobei die sich allmählig in derselben anhäufenden Gasbläschen durch die Luftpumpe öfters entfernt wurden, nahm endlich der Strom eine nahezu constante Gröfse an, blieb jedoch so stark, dafs zur Beobachtung der Ausschläge die übliche Fernrohrscale durch zwei je ein Meter lange Hülfsscalen zu beiden Seiten verlängert werden mufste.

Die Beobachtung der Doppel-Elongationen durch Umlegen des Commutators war wegen der bedeutenden Gröfse der letzteren mit Zeitverlust (zur Beruhigung des Magnets) und einiger Unsicherheit verbunden. Ich zog defshalb folgende Versuchsmethode vor, die zwar nur halb so empfindlich als die beschriebene war, mir aber im gegenwärtigen Falle vertrauenswerther zu seyn schien. Es wurde die constante (einseitige) Ablenkung des Magnets bei einer bestimmten Stellung des Commutators und der Röhre beobachtet, dann wurde die Röhre umgekehrt und die neue veränderte Ablenkung abgelesen. Glücklicherweise gelang es mir diese Versuche an einem Tage anzustellen, wo eine nahezu vollkommne magnetische Ruhe herrschte, so dafs die Gleichgewichtslage des magnetischen Nadelpaares sich nur ganz unbedeutend veränderte. Zu Anfang der Versuche war sie 54 Centimeter-Scalentheile.

Folgende Tabelle stellt die Ergebnisse der Versuche dar. *A* bedeutet die Ablenkung des Galvanometers als der Strom in der Röhre die Richtung von *unten* nach *oben* hatte, *D* die Ablenkung bei der umgekehrten Stellung der Röhre. Vor jedem Versuche wurde die Röhre etwa 5 Min. in ungeänderter Stellung stehen gelassen.

					A — D
1)	*A* 192,4		*D* 185,8		6,6
2)	*D* 182,0		*A* 189,3		7,3
3)	*A* 188,4		*D* 181,5		6,9
4)	*D* 183,0		*A* 190,3		7,3
5)	*A* 190,5		*D* 184,8		5,7
6)	*D* 183,3		*A* 190,5		7,2

Mittlere Differenz $A - D = 6{,}73$ Cent.

Es ergiebt sich also, in voller Uebereinstimmung mit der Theorie, daſs in einer Iodkadmiumlösung die elektromotorische Kraft e_k das entgegengesetzte Vorzeichen hat, als in dem Falle des salpetersauren Silbers. Der *aufsteigende* Strom ist *stärker* als der *niedersteigende.*

Ich will noch bemerken, daſs der geringe Ueberschuſs der Differenzen $A - D$ in den Versuchen 2, 4, 6 über diejenigen der Versuche 1, 3, 5 davon herrührt, daſs das unvermeidliche Erschüttern der Röhre bei dem Umlegen immer eine kleine Verstärkung des Stromes zur Folge hatte, die sich also der wahren Differenz $A - D$ bald addirte bald von ihr subtrahirte. Im arithmetischen Mittel muſs dieser Fehler verschwinden.

Betrachten wir jetzt die Erscheinung etwas genauer in quantitativer Beziehung. Berechnen wir zu aller erst die elektromotorische Kraft e_k für die erwähnte Salzlösung ganz in derselben Weise, wie wir es für das salpetersaure Silber gethan haben. Hittorf's Coëfficient für das Iod im Iodkadmium ist gröſser als die Einheit; er ist nämlich 1,15. Die Quantität von Kadmium, in Aequivalenten ausgedrückt, welche von dem positiven zum negativen Pole wandert, wenn in der Kette 1 Aequivalent Zink aufgelöst wird, ist $1 - 1{,}15 = -0{,}15$. Das Minuszeichen muſs hier in der gewöhnlichen Weise interpretirt werden, daſs nämlich das Kadmium in einer der angenommenen entgegengesetzten Richtung wandert, daſs also als Endresultat des Processes ein Ueberschuſs sowohl von Iod wie von Kadmium am positiven Pole sich ergiebt. Nimmt man Hittorf's Erklärung, die Bildung einer Art Dop-

pelsalz, an, so bietet die Thatsache nichts befremdendes dar.

Ist I = 127, Cd = 112, Zn = 65, so ist die gesammte Quantität des Stoffes, der vom *negativen* zum *positiven* Pole übergeführt wird, während sich in der Kette 1 Gramm Zink auflöst

$$\left[\frac{2\,.\,127}{65}\,.\,1{,}15 + \frac{112}{65}\,.\,0{,}15\right] \text{Gramm} = 4^{\text{gr}}{,}754.$$

Das erste Glied der Summe bezieht sich auf das Iod, das zweite auf das Kadmium.

Daraus ergiebt sich die elektromotorische Kraft für eine 1 Meter hohe Säule der Lösung

$$-\,e_h = 0{,}00001567 \text{ Daniell.}$$

Dem absoluten Werthe nach ist sie etwa dreimal gröfser als beim salpetersauren Silber. Dem Zeichen nach entgegengesetzt.

Für die angeführte Versuchsreihe habe ich auch den gesammten Widerstand des Stromkreises bestimmt. In meiner Abhandlung ist auseinandergesetzt worden, dafs bei schwachen Strömen, d. h. solchen, welche den Elektrolyten ohne Verletzung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft nicht zu zersetzen vermögen (mit dem Salze wird stets eine gewisse Menge Wasser zersetzt), der Vorgang ein wesentlich anderer ist als bei starken, deren elektromotorische Kraft gröfser als der Maximalwerth der Polarisation ist. Bei den ersteren verhält sich, wie Helmholtz zuerst nachgewiesen hat, die Sache so, wie wenn in dem Stromkreise aufser dem wirklichen Widerstande noch ein zweiter sehr grofser, supplementärer, fictiver Widerstand vorhanden wäre. Ich bestimmte den gesammten Widerstand, indem ich zwei Ablenkungen des Galvanometers beobachtete, einmal als nur die Röhre und das Galvanometer, ein zweites Mal als aufserdem noch eine Rolle von 7976 Siemens-Einheiten in den Stromkreis eingeführt worden. Die (einseitigen) Ablenkungen waren resp. 190,5 und 148,5 Centimeter-Scalentheile bei der Gleichgewichts-

lage 52,5 des Galvanometers. Daraus ergiebt sich der Gesammtwiderstand zu 18240 Siemens-Einheiten.

Die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde in derselben Weise bestimmt, wie in der Abhandlung beschrieben worden ist; sie stellte sich etwas geringer heraus als die, welche den Versuchen der Tabellen I bis IV und V bis VII entspricht. Bei gleicher Stromstärke müssen die entsprechenden Ablenkungen mit dem Factor 0,90 multiplicirt werden.

Aus allen diesen Data läſst sich folgender Werth der Differenz $A - D$ berechnen:

$$A - D = 6{,}61 \text{ Centimeter-Scalentheile.}$$

Der Versuch ergab die Zahl 6,83, was mit der Theorie nahe übereinstimmt. Einige Correctionen, die ich vernachlässigt habe, wie z. B. die Reduction der Ablenkungen auf kleine Bögen, streben diese geringe Abweichung noch mehr auszugleichen.

Durch diese Versuche werden die Vermuthungen bestätigt, daſs sowohl in dem Falle des salpetersauren Silbers, wie auch des Iodkadmiums, der Unterschied zwischen den theoretisch berechneten und den wirklichen Ablenkungen des Galvanometers von der Existenz eines fictiven, supplementaren Widerstandes, der nicht in Rechnung gezogen wurde, herrühren.

Eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist aber nicht zu erwarten, wegen der Existenz einer Correction, deren genauer Werth sich nicht bestimmen läſst. Der ganze Proceſs der Ueberführung des Stoffes geht innerhalb einer Flüssigkeit vor; es muſs hier also das archimedische Princip Anwendung finden und folglich die Gröſse der Arbeit etwas anderes ausfallen, als wenn der Vorgang im Vacuo stattfände. Hier, wie in allen Fällen wo das Princip der lebendigen Kräfte Gültigkeit hat, wird die Arbeit nur durch den Anfangs- und den Endzustand des Systems bestimmt. Wird innerhalb einer Flüssigkeit eine Last gehoben oder gesenkt, so ist es gleichgültig, ob sie es als solche wird, oder ob

sie die Wanderung in aufgelöstem Zustande vollführt. Der Umstand, dafs die Molecüle einer *Lösung* sich im *Gleichgewicht* befinden, dafs also auf sie das archimedische Gesetz keine Anwendung findet, kann dies oberste Princip der Mechanik nicht seiner Gültigkeit berauben. Tritt die Masse nach ihrer Wanderung an irgend einer anderen Stelle hervor, so verdrängt sie im Endresultate doch eine gewisse Quantität Flüssigkeit, und der Raum, den die Masse früher einnahm, wird von der Flüssigkeit erfüllt; dies hat eine Bewegung der ganzen Flüssigkeitsmasse zu Folge, und die Arbeit der Schwerkraft bei dieser letzteren Bewegung ist jedenfalls gleich dem Producte aus dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit in die Höhe. Ist P das Gewicht einer Masse, p das eines gleichen Volumens Flüssigkeit, so kann die Arbeit $(P-p)h$ der Hebung dieser Masse in der Flüssigkeit auf die Höhe h als die Differenz der zwei Factoren Ph und ph aufgefafst werden, welche resp. die Arbeit der Hebung der Last und der Senkung der Flüssigkeit im Vacuo darstellen.

In meinen Versuchen ist aufser der Wanderung des Metalls noch eine Aenderung der Concentration der Salzlösung in der Nähe der Elektroden zu berücksichtigen. Ist h die Höhe der Flüssigkeitssäule, P das Gewicht des übergewanderten Metalls, p das der verdrängten Flüssigkeit, P' das Gewicht des übergeführten Salzes, p' das Gewicht des Volumens Flüssigkeit, welches das *gelöste* Salz *in der Lösung* einnahm, so ist die Gröfse der gesammten Arbeit

$$(P-P')h+(p'-p)h.$$

Der Werth von p' läfst sich in keiner Weise genau berechnen, da das specifische Gewicht der Lösungen ihrem Salzgehalte nicht immer proportional ist. Diesen Werth aus dem specifischen Gewichte des trockenen, krystallisirten Salzes zu berechnen, wäre offenbar ganz falsch. In meinen Berechnungen habe ich stillschweigend angenommen, dafs $(p'-p)h=0$ sey, oder keinen Einflufs auf die elektromotorische Kraft e_k ausübe. Wie grofs

der dabei begangene Fehler ist, läfst sich nicht mit Bestimmtheit sagen; in dem Falle des Iodkadmiums scheint er eine nicht zu vernachlässigende Gröfse zu haben.

Zum Schlusse will ich noch bemerken, dafs ich versucht habe, das in meiner Abhandlung beschriebene Phänomen zu studiren, indem ich statt der Schwerkraft den Magnetismus auf eine Lösung von Eisensalz einwirken liefs. Der Versuch scheint auch in diesem Falle die Prävisionen der Theorie zu bestätigen, doch wurde hier offenbar der Vorgang noch von anderen Erscheinungen begleitet und complicirt, die das Resultat nicht in unmittelbarer Klarheit hervortreten liefsen. Sobald es mir gelingen wird diese etwas verwickelte Erscheinung in ihre einzelnen Factoren zu zerlegen, werde ich die Resultate meiner Untersuchung veröffentlichen.

Moskau, Februar 1876.

VIII. *Beantwortung der von W. Weber gemachten Bemerkungen, die unipolare Induction betreffend*[1]*; von E. Edlund.*

Zuerst will ich gern gestehen, dafs ich die theoretische Anschauungsweise, die man sich über die unipolare Induction gebildet, auf die Erklärung des Plücker'schen Versuches unrichtig angewandt habe. Das in meinem Aufsatze citirte Werk über die Elektricität, in dessen beiden Auflagen ein in dieser Hinsicht verführerischer Fehler vorkommt, hat mich zu diesem Versehen verleitet. Die zweite der von mir gegen Hrn. C. Neumann gemachten Bemerkungen fällt hierdurch weg; die erste dagegen verbleibt jedoch fortwährend bestehen.

Wir wollen nun von allen theoretischen Betrachtungen wegsehen und blofs die unmittelbaren Ergebnisse des

1) S. 146 dieses Bandes.

Plücker'schen Versuches betrachten[1]). Wir erhalten dann folgende vier Fälle:

1. Wenn der Kupfercylinder ruht, und der Magnet allein rotirt, so bekommt man keinen Inductionsstrom.

2. Wenn der Kupfercylinder vorwärts rotirt, und der Magnet in Ruhe ist, so entsteht ein Inductionsstrom.

3. Wenn der Kupfercylinder und der Magnet in derselben Geschwindigkeit vorwärts rotiren, so bekommt man denselben Inductionsstrom wie in No. 2.

4. Wenn der Kupfercylinder mit derselben Geschwindigkeit vorwärts, der Magnet aber mit gleicher Geschwindigkeit rückwärts rotirt, so bekommt man doch denselben Inductionsstrom wie in No. 2.

Hieraus geht als *experimentelle Thatsache* hervor, daſs die Rotation des Magnets keinen Einfluſs auf die Richtung und Gröſse des Inductionsstromes ausübt.

Hr. C. Neumann hat zu beweisen gesucht, daſs die unitarische Theorie der Elektricität zu dem Resultate führe, daſs durch die Rotation des Magnets keine inducirende Wirkung entstehe. Ich vermag deſshalb nicht einzusehen, wie man auf Grund der Neumann'schen Beweisführung behaupten kann, daſs die unitarische Theorie hinsichtlich der unipolaren Induction *„in einem offenbaren Conflict mit den experimentellen Thatsachen"* stehe[2]). Im Gegentheil finde ich, daſs diese Theorie mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Stockholm, den 4. März 1876.

1) Diese Angaben von Ergebnissen der Plücker'schen Versuche bedürfen jedenfalls noch einer näheren Erläuterung, weil sie sonst, ihrem Wortlaute nach, mit der bekannten und auch von Plücker anerkannten und bestätigten Thatsache, daſs die Induction nur von der *relativen Bewegung* des inducirenden Magnets zum inducirten Leiter abhänge, im Widerspruch stehen würden. P.

2) Siehe Hrn. C. Neumann's Aufsatz diese Ann. Bd. 155, S. 229.

IX. *Bereitung der Plateau'schen Glycerinflüssigkeit und deren Anwendung zum Studium der von dünnen Blättchen erzeugten Farbenringe; von Hrn. A. Terquem.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Journ. de physique*, *T. II.*)

I. Bereitung der Glycerinflüssigkeit.

Vor einigen Jahren hat Hr. Plateau die Zusammensetzung und Bereitung einer Glycerinflüssigkeit angegeben, die er anwandte, um die Gleichgewichtsfiguren darzustellen, welche Flüssigkeiten annehmen, die der Schwerkraft entzogen sind. Diese Bereitungsweise ist ziemlich verwickelt und führt nicht immer zu guten Resultaten. Später erkannte Hr. Plateau, daſs man eine bessere Glycerinflüssigkeit erhalte, wenn man oleïnsaures Natron statt Seife zu ihrer Bereitung anwende. Das stearinsaure Natron macht nämlich das Wasser, worin man es löst, nicht recht schaumig; im Gegentheil zersetzt es sich, und das milchige Ansehen, welches Seifenwasser darbietet, rührt von vorhandenem stearinsauren Salze her; denn die Lösungen des oleïnsauren sind vollkommen durchsichtig und klar. Allein es ist schwierig, sich vollkommen reines oleïnsaures Natron zu verschaffen oder aus der käuflichen Oleïnsäure, die bei weitem nicht rein ist, darzustellen.

Ich habe gesucht, diese Schwierigkeit zu beseitigen und eine Glycerinflüssigkeit von fast constanter Zusammensetzung zu bereiten, was für eine Seife man auch anwende. Zu dem Ende habe ich die Eigenschaft der oleïnsauren Salze benutzt, in Alkohol viel löslicher zu seyn als die stearinsauren.

Man nehme Marseiller Seife und zertheile sie in sehr dünne Stücke, um sie gut trocknen zu können. Am bequemsten ist es, die Seife mittelst eines Hobels in Späne zu verwandeln. Legt man diese Späne im Sommer auf

einige Stunden in Sonnenschein oder im Winter auf den Ofen, so trocknen sie vollständig aus.

Man bringt sie dann in eine Flasche mit Alkohol von 80°. Ein stärkerer Alkohol löst zu wenig oleïnsaures Salz, ein schwächerer löst zu viel stearinsaures. Die Dichtigkeit des Alkohols von 80° ist = 0,865. Gesättigt mit Seife bei der Temperatur 15°, zeigte er 74° am Centesimal-Alkoholometer; seine Dichtigkeit ist 0,880 und 10 Cubikcentimeter enthalten $0^{grm},742$ Seife. Die alkoholische Lösung mufs in der Kälte bewerkstelligt werden; denn, wenn man sie erhitzt, löst sich die Seife in sehr grofser Menge, und beim Erkalten gesteht die Flüssigkeit zu einer festen Masse, selbst wenn nur 4 Gramm Seife in 100 Cubikcentimeter Alkohol enthalten sind. Andererseits macht man ein Gemenge von Glycerin und Wasser in solchem Verhältnifs, dafs das Gemeng am Baumé'schen Aräometer 17°,1 zeigt, oder (bei 20° C.) eine Dichtigkeit von 1,35 hat, was einem Gemeng von gleichen Volumen Wasser und Glycerin beim Maximum seiner Concentration entspricht. Das käufliche Glycerin enthält sehr verschiedene Mengen Wasser; bald ist es fast wasserfrei, bald bedeutend wasserhaltig. Man thut gut, die Flasche, welche das mit Wasser verdünnte Glycerin enthält, in siedendem Wasser zu erhitzen; um die Entwicklung von Conferven zu verhüten.

Um das endliche Gemenge zu bereiten, nimmt man 100 Cubikcentimeter des mit Wasser verdünnten Glycerins und fügt 25 Cubikcentimeter der alkoholischen Seifenlösung hinzu; die Flüssigkeit trübt sich öfters, weil das käufliche Glycerin schwefelsauren Kalk und Kalk enthält. Man bringt sie zum Sieden um den Alkohol zu vertreiben und erkennt die vollständige Vertreibung desselben daran, dafs die Siedetemperatur über 100° steigt. Nun läfst man die Flüssigkeit erkalten, giefst sie in eine graduirte Eprouvette und fügt so viel Wasser hinzu, bis das Volum gleich 100 Cubikcentimeter geworden ist. Hierauf filtrirt man die Flüssigkeit mehrmals, um den gebildeten oleïnsauren

Kalk zu entfernen. Diese Filtration ist schwierig, weil die Flüssigkeit anfangs trübe durch das Filtrum geht, und zuletzt gar nicht mehr.

Die Filtration erfolgt regelmäfsiger, wenn man in den Trichter einen Baumwollenpfropfen steckt und diesen, je nach der Schnelligkeit des Durchlaufens der Flüssigkeit, mehr oder weniger stark einstopft. Mittelst dieser Flüssigkeit lassen sich alle die mannigfachen Versuche des Hrn. Plateau vortrefflich wiederholen. Hohle Blasen, auf einen kleinen Dreifufs gesetzt, halten sich unter einer Glocke länger als eine Stunde, wenn der Durchmesser nicht 1 Decimeter übersteigt.

Welche Rolle spielt das Glycerin bei Verlängerung der Ausdauer der Seifenblasen? Diefs ist noch nicht vollkommen festgestellt, weil selbst die Ursache, welcher gewisse Flüssigkeiten ihr Vermögen, andauernde Blasen oder Lamellen zu bilden, verdanken, noch nicht recht bekannt zu seyn scheint. Jedoch bedarf es, damit die Blasen oder Lamellen eine lange Dauer haben, einer gewissen Zähigkeit der angewandten Flüssigkeit, welche ein zu rasches Fliefsen und ein schnelles Abnehmen der Dicke in dem oberen Theile verhindert.

Hr. Plateau nimmt an, dafs das Glycerin vor Allem den Zweck habe, die Verdampfung zu verhüten; allein man kann diese Substanz durch jede andere ersetzen, welche die Zähigkeit des Seifenwassers erhöht.

So kann man zur Wiederholnng der meisten Versuche des Hrn. Plateau die folgende Flüssigkeit anwenden, die leichter zu bereiten ist als die Glycerinflüssigkeit. Man löse in 100 Grm. warmen Wassers 1 Grm. getrockneter Marseillerseife auf, filtrire in der Kälte um den unlöslichen Niederschlag zu entfernen, hieraus fügt man 40 Gramm weifsen Zuckers auf 100 Cubikcentimeter des Seifenwassers hinzu. Die mit dieser Flüssigkeit gebildeten Blasen halten sich oft mehre Stunden; allein zu den optischen Versuchen, welche ich beschreiben werde, ist sie weniger gut als die Glycerinflüssigkeit, weil die Lamellen zerreifsen,

ehe sie eine so geringe Dicke wie mit letzterer Flüssigkeit erlangt haben.

II. Anwendung der Glycerinflüssigkeit zum Studium der Farben dünner Blättchen.

Die Idee, Seifenwasser anzuwenden, um die sehr lebhaften Farben dünner Blättchen hervorzubringen, ist schon sehr alt, da Newton in seiner Optik von diesem Versuche spricht. In seiner XVII^ten^ Beobachtung über die Farben dünner durchsichtiger Blättchen, sagt er Folgendes:

„Eine Seifenblase [1]) zeigt einige Zeit nach ihrer Bildung eine grofse Mannigfaltigkeit von Farben. Stülpt man über sie einen Becher von dünnem Glase, um sie vor den Bewegungen der Luft zu schützen, so erscheinen diese Farben in sehr regelmäfsiger Ordnung und in Gestalt concentrischer, um den Scheitel geordneter Ringe. In dem Maafse als die Blase durch das herabfliefsende Wasser dünner wird, breiten sich die Farbenringe weiter aus und erstrecken sich bis zu unterst, wo sie dann der Reihe nach verschwinden. Sowie die Ringe oben auf der Blase entwickelt sind, bildet sich in ihrem Centrum ein schwarzer und runder Fleck, der sich allmählig ausdehnt bis er 6 bis 8 Lin. im Durchmesser hat, ehe die Blase platzt. Ich glaubte anfangs, dafs dieser Ort der Blase kein Licht reflectire, allein als ich ihn nahebei betrachtete, erkannte ich, dafs man darin noch ein schwaches Bild der Sonne oder einer Kerze erkennen kann".

Hr. Eisenlohr hat eine einfache und bequeme Methode angegeben, um die Reihenfolge der bei einer Dickenveränderung des Blättchens auftretenden Farbenringe zu erhalten. Zu dem Ende bringt er Seifenwasser in eine Flasche, verschliefst sie und erzeugt darin durch Schütteln ein transversales Blättchen. Hierauf versetzt er die Flasche mittelst einer sog. Centrifugalmaschine in rasche Rotation. Man sieht alsdann sehr regelmäfsige Ringe entstehen: die

1) Wahrscheinlich eine hemisphärische Blase auf einer Glasplatte.

in der Mitte einen sehr scharf begränzten schwarzen Kreis besitzen.

Diese Methoden sind nicht sehr bequem, weil es schwierig ist, alle Theile des Blättchens unter einem constanten und bestimmten Winkel zu beobachten; die Beleuchtung des Blättchens ist ebenfalls schwierig, und endlich kann man das Phänomen nur wenigen Personen zeigen.

Ich habe geglaubt, dafs es Vorzug hätte, verticale Blättchen anzuwenden. Fig. 8, Taf. VI repräsentirt in seiner Gesammtheit den Apparat, dessen ich mich hiezu bediente. Er besteht aus einem Drahtringe von Kupfer *AB*, der wenigstens 5 Mllm. dick ist und einen inneren Durchmesser von etwa 15 Centm. hat. Der Draht ist bei *BCD* gebogen und steckt in einem Loch, das eine Holzplatte excentrisch durchbohrt, so dafs sich der Ring über der Mitte des Centrums befindet.

Um ein Blättchen zu bilden, giefst man die Flüssigkeit in eine hohle Schüssel von Steingut, in deren Rand man mit einer Feile einen Ausschnitt gemacht hat, um den Stift *CD* aufzunehmen; auf diese Weise braucht man nur sehr wenig Flüssigkeit auf den Boden der Schüssel zu giefsen. Es ist wichtig für die Dauer und Regelmäfsigkeit der Blättchen, dafs der Draht, welcher den Ring bildet, eine grofse Dicke habe, weil dieser dann sehr eben bleibt und folglich das Blättchen auch. In Folge defs wird die Oberfläche des Drahts von einer grofsen Menge Flüssigkeit benäfst, welche allmählich abfliefst und die Dauer des Blättchens unterhält. Obgleich das Metall leicht von der Glycerinflüssigkeit benäfst wird, so verstärkt man doch das Anhaften der Flüssigkeit an demselben, wenn man den Draht mit einer dünnen Schicht einer Auflösung von Guttapercha in Schwefelkohlenstoff bestreicht.

Die Scheibe *EF* (Fig. 8, Taf. VI), welche den Ring trägt, ruht auf einem Gestell *GH* mit Getriebe. Sobald das Blättchen beim Herausziehen des Ringes aus der Flüssigkeit entstanden ist, bringt man den Ring an seinen Ort und bedeckt ihn mit einer Glasglocke.

Folgendes beobachtet man, wenn man z. B. diffuses Licht mit dem Blättchen auffängt, und, was am bequemsten ist, unter einem Winkel von 45° betrachtet. Anfangs, wenn das Blättchen eben gemacht ist, sieht man Streifen von hoher Ordnung, insgemein rothe und grüne, welche regelmäfsig und langsam herabsinken, während oben Streifen niederer Ordnung entstehen, unter Gestalt eines Kreissegments; endlich bekommt man oben den Streifen erster Ordnung, welcher einen intensiven Metallglanz annimmt, und dessen Färbung bei fast normaler Incidenz, nicht unter Gelb hinabsinkt. Dieser Streifen breitet sich immer mehr aus und nach einer halben oder drei Viertel-Stunden zeigt das ganze Blättchen zuletzt die gleichförmig gelbe Farbe des Streifens erster Ordnung, zuweilen bildet sich nach unten hin eine Reihe sehr feiner und sehr gedrängter Streifen. Betrachtet man das Blättchen durch ein rothes Glas, so erkennt man leicht, vermöge der schwarzen Fransen, die Anzahl der Streifen verschiedener Ordnung, die in einem gegebenen Momente da sind; die schwarzen Streifen sind bald scharf begränzt, bald sehr verwaschen, und an ihren Rändern wie verwischt. Uebrigens erhält man niemals bei zwei einander folgenden Versuchen genau dieselben Resultate, sowohl in Betreff der Dauer des Blättchens, als der Vertheilung der Farben.

Man beobachtet beständig einen aufsteigenden Strom in der Mitte des Blättchens und zwei absteigende Ströme nach den Rändern hin.

Wenn der Streifen erster Ordnung sich oben gebildet und eine gewisse Entwicklung erlangt hat, sieht man darüber, dicht am Draht ein vollständig schwarzes Segment entstehen, welches nach und nach zunimmt und sehr scharf durch eine gerade Linie von dem Gelben getrennt ist. Wenn dieses schwarze Segment eine gewisse Entwicklung erreicht hat, zerreifst das Blättchen. Ich habe auf diese Weise Blättchen erhalten, die sich zuweilen länger als eine Stunde hielten, selbst in freier Luft.

Man kann die Farben auch durch Refraction sehen,

wenn man unter einer etwas grofsen Neigung durch das Blättchen schaut; die Farben sind dann sehr lebhaft; das Segment, welches bei Reflexion schwarz erscheint, ist dagegen bei Refraction vollkommen weifs. Es scheint übrigens, sagt Hr. Eisenlohr, indem er von dem von ihm erhaltenen centralen schwarzen Fleck der Ringe spricht, dafs diese plötzliche Veränderung der Farbe des Blättchens davon hergeleitet werden mufs, dafs die Dicke des Blättchens, da sie von einer sehr beschränkten Anzahl von Molecülen gebildet wird, in einem Punkt eine plötzliche Verringerung dieser Anzahl geben müsse und die Dicke sich vielleicht auf nur zwei Molecüle reducirt finde.

Im Contact mit dem schwarzen Segment scheint die Dicke dem Maximum des Gelb zu entsprechen, was eine Dicke von $\frac{1}{4}\lambda$ gäbe, wenn λ die Wellenlänge des Gelben in der angewandten Flüssigkeit ist. In dem schwarzen Fleck ist die Dicke geringer als eine Viertelwellenlänge des Violetts. Wenn man in einem Spectroskop mit verticaler Spalte das von irgend einer Gegend des Blättchens reflectirte Licht auffängt, so gewahrt man ein Spectrum, durchzogen von schiefen, von oben nach unten geneigten Streifen, vom Violett gegen das Roth, herrührend von der Dickenveränderung des Blättchens in der Ausdehnung des Gesichtsfeldes. Macht man die Spalte horizontal, so sind die dunklen Streifen vollkommen gerade. Da die Dicke der Flüssigkeit vermöge ihres Abfliefsens allmählich dünner wird, so sieht man die Streifen im Spectrum sich verschieben vom Roth gegen das Violett, wo sie verschwinden. Eine analoge Verschiebung der dunklen Streifen, in diesem oder jenem Sinne, sieht man entstehen, wenn man den Knopf des Getriebes des Lampengestells dreht; wenn man letzteren hinaufdreht, so sieht man neue Streifen im Violett entstehen und allmählich gleiten und sich gegen das Grün zusammen ziehen; das Umgekehrte findet statt, wenn man die Lampe hinabläfst.

Man kann diese verschiedenen Versuche durch Pro-

jection anstellen; und selbst kein Versuch ist geeigneter, die Theorie der Farbenringe dünner Blättchen darzuthun.

Erster Versuch: Farben dünner Blättchen durch Reflexion und Transmission. — Die Fig. 9, Taf. VI giebt in Horizontalprojection die Einrichtung der angewandten Apparate. *AA'* ist die Oeffnung der dunklen Kammer, *BB'* ein opaker Schirm, getragen von einem Fuſs und dazu bestimmt, das auf das dünne Blättchen fallende Bündel zu begränzen, die kreisrunde Oeffnung des Schirms hat dieselbe Dimension wie das Blättchen. *CC'* ist das dünne Blättchen, unter einer Glocke auf dem in Fig. 8 abgebildeten Gestelle stehend. *DD'* ist eine achromatische Linse von etwa 20 Centm. Brennweite, bezweckend, das Bild des dünnen Blättchens mit den vom durchgegangenen Lichte herrührenden Farben auf den Schirm *MM'* zu projiciren. *EE'* ist eine mit *DD'* identische Linse, welche das an *CC'* reflectirte Bild auffängt; in ihrem Hauptbrennpunkt befindet sich ein kleiner Metallspiegel auf einem Gestell, welches eine Drehung nach zwei gegeneinander winkelrechten Axen gestattet; I_2 ist das Bild des dünnen Blättchens mit den vom reflectirten Licht herrührenden Farben.

Vermöge des Schirms *BB'* ist das Bild I_1 umgeben von einem dunklen Raum, auf welchen man mittelst des Spiegels *FF'* das vom reflectirten Licht herrührende Bild hinführt. Man kann die vom durchgelassenen, und vom reflectirten Lichte in einer selben Horizontale nebeneinander stellen, und kann sogar, indem man beide Bilder über einander greifen läſst, zeigen, daſs der gemeinschaftliche Theil nur weiſses Licht enthält. Gebraucht man monochromatisches rothes Licht, so kann man die Maxima und Minima in beiden Bildern alterniren. Man kann mittelst des Getriebes das Blättchen langsam heben und senken und somit die Ringe der verschiedenen Ordnungen successive projiciren. Wenn in Folge eines Stoſses eine Störung in dem flüssigen Blättchen erfolgt, so sieht man die Farben sich mischen und zugleich flüssige

Ströme, gefärbt von complementaren Farben, in beiden Bildern entstehen. Die Färbungen sind in diesen Projectionen eben so lebhaft wie in denen, die man mittelst polarisirten Lichtes und dünner Gypsblättchen erhält.

Zweiter Versuch: Dunkle Streifen mit homogenem Licht. — Um zu zeigen, dafs die schwarzen Streifen einen ungleichen Abstand haben, je nach der Wellenlänge des Lichts, welches das dünne Blättchen beleuchtet, richtet man den Versuch so ein, wie es Fig. 10, Taf. VI zeigt. Man stellt an der Lichtpforte eine schmale Spalte auf.

Das dünne Blättchen *DD'* befindet sich im conjugirten Brennpunkt der Oeffnung in Bezug auf die Linse *CC'*, um so gleichsam den Schirm zu vertreten, auf welchem das von der Dazwischensetzung des Prisma *P* herrührende Spectrum sich bildet. Das Spectrum mufs breiter seyn als das dünne Blättchen, um die Farben des von diesem reflectirten Lichts verändern zu können. Mittelst der Linse *EE'* projicirt man das Bild des Blättchens auf den Schirm *MM'*.

Wenn das Spectrum nicht zu breit ist, reflectirt das Blättchen zugleich mehre Farben; sein Bild ist durchfurcht von schwarzen Streifen, die nicht horizontal, sondern geneigt sind, und nach Seite des Violett gedrängter liegen, als nach Seite des Roth. Durch Drehung des Prisma verändert man die Farben, welche das Blättchen beleuchten, und zugleich den Abstand der dunklen Streifen in dem projicirten Bilde.

Dritter Versuch: Spectralanalyse des von dem dünnen Blättchen reflectirten Lichts. — Die verschiedenen Apparate sind geordnet wie es Fig. 11, Taf. VI zeigt. Das durch eine schmale Spalte eintretende Licht wird an einem 45° gegen das einfallende Bündel geneigten Blättchen von Glycerinflüssigkeit reflectirt; *DD'* ist die Projectionslinse; der Schirm befindet sich im conjugirten Brennpunkt der Oeffnung in Bezug auf die Linse *DD'*, in *EE'* ist ein Prisma und endlich in *FF'* ein kleiner Metallspiegel, der sich im Hauptbrennpunkt der Linse *DD'* befindet; mittelst

des Schirms GG' fängt man das durch die dünne Lamelle gegangene Licht auf. Das in J erhaltene Spectrum ist durchzogen von schiefen Streifen, die von oben nach unten vom Violett gegen das Rothe neigen. Diese Streifen kann man verschieben, wenn man das dünne Blättchen hebt oder senkt, und kann sie nach Seite des Violetts ganz verschwinden machen, wenn man zum Streifen erster Ordnung gelangt. Diese Projectionsversuche wurden blofs mit Sonnenlicht gemacht; allein es leidet keinen Zweifel, dafs sie auch mit elektrischem Lichte gelingen werden, der erstere sogar mit Drummond'schen Licht.

X. *Ueber die von W. Weber und R. Kohlrausch gegebene Zurückführung der elektrischen Strom-Messungen auf mechanisches Maafs* [1]; *von F. Kohlrausch.*

Die obige Bestimmung hatte ergeben, dafs bei dem Strome Eins in absolutem magnetischen Maafse durch den Querschnitt der Kette in einer Secunde die in mechanischem Maafse gemessene Elektricitätsmenge $\pm 15{,}537 \,.\, 10^{10}$ bewegt wird. Als Grundeinheiten gelten Mm. und Sec. Beide Elektricitäten werden gleich stark bewegt angenommen; setzt man, was jetzt gewöhnlich geschieht, die eine Elektricitätsart als ruhend voraus, oder, was auf dasselbe hinauskommt, nimmt man die algebraische Summe der Bewegungen beider, so gilt das Doppelte obiger Zahl, also, mit Weglassung der Potenzen von 10, 31,07.

1) R. Kohlrausch und W. Weber. Elektrodynamische Maafsbestimmungen. Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. V. 221, (1856) und diese Ann. Bd. XCIX, 10.

In den letzten Jahren sind mehrere Bestimmungen derselben Constante ausgeführt worden. Dabei fand Hr. Maxwell[1]) 28,8, Hr. King[2]) 28,2, Hr. M'Kichan[3]) 29,3. Die beiden letztgenannten Messungen sind in dem Laboratorium von Hrn. W. Thomson ausgeführt worden, wobei die Beobachtungen von King nur die Vorläufer derer von M'Kichan zu seyn scheinen.

Diese Zahlen sind etwas kleiner als die obige, und die Hrn. Maxwell und M'Kichan glauben den Unterschied darauf zurückführen zu müssen, dafs das Verfahren von Weber und R. Kohlrausch seiner Natur nach einen etwas zu grofsen Werth ergeben habe. Diese Ansicht ist es, auf welche die vorstehende Bemerkung sich bezieht.

Nachdem nämlich Hr. Maxwell[4]) mit Recht gesagt hat, dafs die Rückstandsbildung (*electric. absorption*) einer Leidener Flasche die Messung der in ihr enthaltenen Elektricitätsmenge erschwert, fügt er hinzu: Da die Zeit zum Ablesen des Elektrometers grofs sey gegen die Entladungszeit einer Leidener Flasche, so sey es wahrscheinlich, dafs die entladene Elektricitätsmenge zu hoch gefunden wurde.

Hr. M'Kichan schliefst sich dieser Ansicht an und bemerkt seinerseits noch, die Natur der Rückstandsbildung sey damals noch nicht gut verstanden gewesen.

Ich verstehe zunächst die letztere Bemerkung nicht gut, da mir überhaupt nicht bekannt ist, von welcher Seite die Kenntnifs des elektrischen Rückstandes, seit den Arbeiten von R. Kohlrausch[5]) über diesen Gegenstand, wesentlich gefördert worden ist; zum wenigsten in der hier in Betracht kommenden Richtung.

1) Maxwell, *Rep. Brit. Assoc.* 1869, 436; *Phil. Trans.* 1868, *p.* 643 bis 652.

2) King, *Rep. Brit. Assoc.* 1869, *p.* 434.

3) M'Kichan, *Phil. Trans. CLXIII*, (1) *p.* 409 bis 427. 1874.

4) Maxwell, *Treatise on electricity*, *II*, *p.* 371 u. 372.

5) R. Kohlrausch, diese Ann. Bd. XCI, S. 56 bis 82; S. 179 bis 214. 1854.

Dem Einwurf Maxwell's gegenüber aber möchte ich folgende Punkte hervorheben. Erstens ist die Untersuchung des elektrischen Rückstandes von R. Kohlrausch gerade *zum Zweck* der Vergleichung der magnetischen und der mechanischen Stromeinheit unternommen worden; die bei letzterer Arbeit angewandte Leidener Flasche wurde besonders untersucht und als eine vorzüglich brauchbare (der *gesammte* Rückstand belief sich nur auf 4,5 Proc. der Ladung) gewählt (Leipz. Abh. V, S. 235). Durch eine besondere Beobachtungsreihe ist ferner der Nachweis geliefert worden, daſs die disponibele Ladung, d. h. die bei kurz dauernder Schlieſsung einer Leidener Flasche entladene Elektricitätsmenge, von dem gebildeten Rückstand unabhängig, in jedem Falle dem Potential der Flasche proportional ist (Ann. Bd. XCI, S. 65 bis 68).

Bei der Vergleichung der Stromeinheiten kam nun die Rückstandsbildung an zwei Stellen in Betracht. Erstlich wurde die Vertheilung der Elektricitätsmenge zwischen der geladenen Flasche und einer momentan mit ihr berührten groſsen Kugel bestimmt, indem mit dem Sinus-Elektrometer das Potential der Flasche unmittelbar vor der Berührung und thunlichst bald nachher gemessen wurde. Bis zur zweiten Messung verstrich natürlich einige Zeit (selten mehr als 40^{sec}). Wie die Rückstandsbildung und der Elektricitätsverlust während dieser Zeit eliminirt worden sind, findet sich S. 238 der Abhandlung angegeben.

Die zweite Gelegenheit, den Rückstand in Rechnung zu setzen, ergab sich bei der Zwischenzeit zwischen der Verbindung der Flasche mit der groſsen Kugel, zum Zwecke der absoluten Messung ihrer Elektricitätsmenge, und dem Augenblick der Entladung durch den Multiplicator. Die, übrigens fast verschwindende Correction ist S. 250 vorgenommen worden.

Hiermit dürfte der besprochene Einwand erledigt seyn.

Aber ich möchte mir zum Schluſs noch erlauben, die Ansicht auszusprechen, daſs der Unterschied des Resultates

von Weber und R. Kohlrausch gegen diejenigen von Maxwell und von M'Kichan gar nicht so groſs ist, um hier oder dort nach einer besonderen Fehlerquelle suchen zu müssen. Die Arbeiten betreffen eine der schwierigsten Aufgaben der messenden Physik, und aus diesem Grunde ist es nicht zu verwundern, wenn die Resultate mit einem verhältniſsmäſsig groſsen Beobachtungsfehler behaftet sind. Weber und R. Kohlrausch lassen für die von ihnen gefundene Zahl 31,07 einen Fehler von 2 Proc. zu; auch die anderen Verfasser heben die groſsen Schwierigkeiten hervor, welche sie bei ihren Messungen überwinden muſsten, und selbst die Schluſs-Beobachtungen zeigten unerwartete und unerklärte Unregelmäſsigkeiten. So liegen die von M'Kichan erhaltenen Mittelwerthe der einzelnen Beobachtungstage zwischen 29,1 und 29,8, die *einzelnen* Zahlen gehen von 29,0 bis 30,4. Auf noch eine andere mögliche Unsicherheit weisen die Verfasser selbst hin. Ihre Bestimmung ist nämlich auf die Ohmad als Widerstandseinheit gegründet, und in demselben Verhältniſs, wie deren Werth etwa einer Correction bedarf, werden auch ihre Resultate geändert. Falls diese Correction in dem Sinne und Betrage ausfällt, welchen ich nach meinen Versuchen für wahrscheinlich halten muſs (Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 34), so ändert sich Maxwell's Resultat in 29,4, der Mittelwerth von M'Kichan in 29,9, sein gröſster Werth wird sogar 31,0, kommt also dem von Weber und R. Kohlrausch gefundenen gleich.

Mir erscheint dieses Maaſs der Uebereinstimmung in den Ergebnissen einer der schwierigsten Messungen vorläufig als ein sehr befriedigendes und, in Anbetracht der ganz verschiedenen bei den einzelnen Arbeiten eingeschlagenen Wege, als eine hervorragende Bestätigung der elektrischen Gesetze.

XI. *Bemerkungen zu einer Untersuchung des Hrn.* Edlund; *von G.* Helm,

Oberlehrer an der Annen-Realschule in Dresden.

In diesen Ann. Bd. 156, S. 251 veröffentlicht Hr. Edlund Versuche, welche beweisen, daſs die Stromstärke in einem Schlieſsungsbogen, in welchem die Verbindung zweier festen Punkte *a* und *b* durch einen geradlinigen Leiter hergestellt wird, der sich in Richtung des Stromes bewegt, gröſser ist, als bei durchgängig festen Schlieſsungbogen (bei entgegengesetzter Bewegung kleiner). Hr. Edlund ist der Meinung, dadurch einen experimentellen Beweis für die von ihm schon früher (die Citate a. a. O.) ausgesprochene Ansicht geliefert zu haben, daſs der Widerstand proportional der Stromstärke sey. Diese Folgerung scheint mir aber keine zwingende zu seyn.

Die Erregungen, welche elektrischer Strom genannt werden, bedürfen Zeit, um sich fortzupflanzen. Ist die Geschwindigkeit dieser Fortpflanzung nicht unendlich groſs gegenüber der dem Leiterstück ertheilten Geschwindigkeit, so durchläuft jede einzelne elektrische Erregung gar nicht die ganze Länge *ab*, sondern nur diese Länge vermindert um das Stück, um das während die elektrische Erregung das bewegliche Leiterstück durchläuft, dieses selbst sich verschoben hat. Aus *diesem* Grunde muſs offenbar der Widerstand, als proportional der Länge des Leiters, kleiner seyn denn bei durchgängig festem Schlieſsungsbogen. Umgekehrt bei entgegengesetzter Bewegung des Stromes gegen den Leiter. Demgemäſs ergiebt sich

$$J = \frac{E}{W}\left(1 + \frac{wc}{WC}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

wo J, E, W Stromstärke, elektromotorische Kraft, Gesammtwiderstand bedeuten, C die Geschwindigkeit der Elektricität im Leiterstück *ab*, endlich w und c Wider-

stand und Geschwindigkeit dieses Leiterstückes. Bei Herleitung der Formel sind höhere Potenzen von $\frac{c}{C}$ vernachlässigt worden. Nach Edlund ergiebt sich die Stromstärke (a. a. O.) zu

$$J = \frac{E \pm \varkappa c q w}{W} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

wo q der Querschnitt des beweglichen Leiterstücks, $\varkappa$ eine Constante. Das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem c und C gleiches oder entgegengesetztes Zeichen haben. Man kann sich leicht überzeugen, daſs die sämmtlichen von Edlund entdeckten Erscheinungen, soweit sie wenigstens a. a. O. aufgeführt sind, sich durch Fig. 1 ebensogut wie durch Fig. 2 erklären lassen. Nun gehört aber zu Edlund's Ansichten über die elektrische Strömung auch die, daſs die letztere eine mit endlicher Geschwindigkeit erfolgende Strömung des Aethers sey. Aus dieser Hypothese allein folgt nothwendig in obiger Weise Fig. 1, d. h. die Erklärung der Erscheinungen. Die Erscheinungen beweisen demnach nichts für alle anderen Edlund'schen Annahmen, wie z. B. für die, daſs der Widerstand der Stromstärke proportional sey.

Uebrigens liegt ein Bedenken gegen Fig. 2 wohl auch darin, daſs nach ihr durch Bewegung des Leiterstückes ab allein, ohne daſs im Schlieſsungsbogen elektromotorische Kräfte thätig wären, ein Strom erzeugt werden müſste. Da Edlund's Versuche so angestellt waren, daſs die Differenz des bei bewegtem und des bei unbewegtem Leiter auftretenden Stromes beobachtet wurde, so hätte ein solcher Strom bei den Versuchen kaum unbemerkt bleiben können.

Wenn ich nach dem Gesagten den von Edlund aus seinen Versuchen gezogenen Folgerungen nicht beipflichten kann, so erscheinen mir die Versuche nach einer anderen Seite hin von besonderer Bedeutung zu seyn. Sie sind nämlich nicht zu erklären, — wenigstens nicht ohne Zuhülfenahme sehr erkünstelten Nebenhypothesen —, wenn

man sich den Strom als die Bewegung zweier Fluida in entgegengesetzter Richtung denkt. Denn dann wird offenbar bei Bewegung des Leiterstückes *ab* der Weg des einen Fluidums um so viel verlängert, als der des anderen verkürzt wird; die Summe der Widerstände, die beide erleiden, und in Folge dessen die Stromstärke, bleibt also ungeändert. Demnach spricht die von Edlund entdeckte Erscheinung *gegen* die Hypothese, daſs der Strom die Bewegung zweier Fluida in entgegengesetzter Richtung sey.

XII. *Ist Oersted oder Schweigger der Entdecker des Elektromagnetismus? von Felix Klein.*

Prof. d. Mathematik am Polytechnicum in München.

Vor zwei Jahren erschien in der Schweigger'schen Buchhandlung (Berlin) eine anonyme Brochüre, welche die in der Ueberschrift bezeichnete Frage aufwirft bez. nach. Meinung des Verf. zu Gunsten Schweigger's entscheidet Diese Brochüre scheint durch Versendung seitens des Autors vielfache Verbreitung gefunden zu haben. Ein ebenfalls anonymer Auszug aus derselben, wegen dessen Entstehung man die Vorrede der Brochüre vergleichen mag, fand Aufnahme in die „Zeitschrift für Mathematik und Physik" (Bd. XVIII, S. 609 bis 612) und über diesen Auszug giebt ein Referat in den „Fortschritten der Mathematik" (Bd. V, S. 9), für welches übrigens der Referent und nicht die Redaction verantwortlich ist, folgenden Aufschluſs:

„Der anonyme Verf. zeigt, daſs Schweigger schon im Jahre 1808 die elektromagnetische Abweichung der Magnetnadel nachgewiesen hat, während die Entdeckung durch Oersted aus dem Jahre 1820 stammt. Er zeigt

auch, dafs Oersted Schweigger's Arbeit gekannt haben mufs, und giebt hinreichende Gründe dafür, wefshalb Schweigger's Entdeckung unbeachtet blieb, andererseits Schweigger nicht selbst seine Prioritätsansprüche geltend gemacht hat".

Auf diese Publicationen wurde ich neuerdings von einem befreundeten dänischen Gelehrten aufmerksam gemacht, und ich glaubte, so fern mir der Gegenstand an sich liegt, doch mich seiner Aufforderung nicht entziehen zu sollen, *der* Auffassung Ausdruck zu geben, welche sich Jedem von selbst aufdrängt, der einigermaafsen in diesen Fragen orientirt ist.

Die Behauptung des anonymen Verfassers ist völlig grundlos. Es handelt sich bei dem Schweigger'schen Experimente um gar keine elektromagnetische Erscheinung. Schweigger benutzte die Richtkraft der Magnetnadel, um bei elektrostatischen Versuchen die Torsion des Fadens der Drehwaage zu ersetzen [1]) — gewifs ein, in der damaligen Zeit, sehr werthvoller Gedanke, der aber in keiner Beziehung zur Prioritätsfrage steht. Die entgegenstehenden Deductionen des Verf. beruhen entweder auf voller Unkenntnifs oder sind, wie man an einigen Stellen annehmen möchte, auf die Unkenntnifs des Lesers berechnet —. Schweigger selbst würde, wenn er noch lebte, gewifs der Erste gewesen seyn, welcher die seiner Idee gegebene falsche Auslegung und die ihm zugedachte Ehre zurückgewiesen haben würde.

So selbstverständlich hiernach die Sache liegt, so schien es mir doch nützlich, auf dieselbe ausdrücklich aufmerksam zu machen, nachdem die Behauptungen des Anonymen Eingang in verschiedene Zeitschriften gefunden haben und in unberufenen Kreisen allseitiges Schweigen als allseitige Zustimmung aufgefafst werden könnte.

München, März 1876.

1) Ueber die Benutzung der magnetischen Kraft beim Messen der elektrischen (Gehlen's Journ. d. Phys. u. Chem. VII. 1808).

XIII. *Beitrag zur Bestimmung des mechanischen Wärmeaequivalentes;*

von J. Puluj,

Assistenten an d. k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Mitgetheilt von Hrn. Verf. aus Bd. 73 d. Berichte der Wien. Akad.)

Ich habe mit dem Apparate, dessen Beschreibung und Theorie meine erste Abhandlung[1]) enthält, eine neue Versuchsreihe zur Bestimmung des mechanischen Wärmeaequivalentes angestellt.

Die Versuchsmethode wurde in der Weise abgeändert, dafs nicht bei senkrechter, sondern bei einer beliebigen Stellung des Fadens gegen den Balken experimentirt wurde.

Das in der erwähnten Abhandlung beschriebene Holzdreieck, welches so aufgestellt wurde, dafs der Holzbalken längs der einen und der Faden längs der zweiten Kathete desselben fiel, gestattete den Winkel φ zu bestimmen, welchen der Balken bei entsprechender Belastung mit jener ersten Kathete des Holzdreieckes einschlofs. Während des Versuches wurde der Faden durch das Verschieben der Rolle mit den auf dem Holzdreieck gezogenen Linien immer parallel erhalten und der Winkel φ so oft als möglich abgelesen. Die Ablesung der Winkel machte Hr. Prof. G. Bauer; ich zählte die Anzahl der Umdrehungen und machte die Temperaturablesungen.

In der nachfolgenden tabellarischen Zusammenstellung bedeutet φ das arithmetische Mittel jener Winkelablesungen und a die Anzahl derselben. Die übrigen Buchstaben haben ihre frühere Bedeutung; α, θ und θ_0 sind in Centesimal-Graden, P in Grammen, und das mechanische Wärmeaequivalent J in Kilogrammen angegeben. Nach dem jedesmaligen Versuche wurde die Temperatur des

1) Sitzber. d. Akad. d. Wiss. II. Abth. April-Heft, Jahrg. 1875. (Auch S. 437 dieses Bandes d. Ann.)

Calorimeters erst nach Ablauf von 15 Secunden auf $\frac{1}{100}$ eines Reaumur'schen Grades genau abgelesen.

Der numerischen Berechnung liegen folgende Zahlen zu Grunde: Es war das Gewicht:

des äufseren Kegels	22,157	Gramm
des inneren Kegels	40,224	„
des Quecksilbers im Calorimeter	187,623	„
des „ im Thermometer	13,562	„

Für das Gewicht der Thermometerkugel sammt einem Stück der eingetauchten Glasröhre wurde 0,49 Gramm angenommen, ferner als specifische Wärme nach Regnault gesetzt

für Eisen	0,11379,
„ Quecksilber	0,33332,
„ Glas	0,19768.

Die Versuche, deren Resultate ich hier folgen lasse, sind nach der Formel

$$J = \frac{2 n \pi l P}{c(\theta - \theta_0)}\left(1 - \frac{Rt}{2}\right) t \cos \varphi$$

berechnet worden. An der Temperaturzunahme des Calorimeters wurde wegen der späteren Ablesung der Temperatur θ eine Correction

$$\varDelta = 0{,}000963 \,.\, 15\,(\theta - \alpha)$$

angebracht. Die Reibung der Rolle betrug 0,241 Gramm, welche vom jedesmaligen P in Abzug zu bringen sind.

No.	Datum	α	θ_0	θ	$\theta - \theta_0$	n	φ	a	P	J
1	20. März	13°,2	13,4500	15,2750	1,8250	40	15° 0'	7	21,803	433,8
2		13,2	14,2500	15,6374	1,3875	30	16 0	9	21,803	493,1
3	22. „	9,4	9,8000	11,2250	1,4250	30	17 5	12	21,803	414,9
4		9,8	10,4125	11,8125	1,4000	30	17 30	14	21,803	420,5
5		10,0	10,5000	11,9000	1,4000	30	17 7	13	21,803	421,7
6		10,9	10,6875	12,0875	1,4000	30	16 10	12	21,803	426,8
7	23. „	11,5	11,6125	13,0625	1,4500	30	15 9	15	21,803	412,7
8		12,0	12,1625	13,5250	1,3625	30	14 54	16	21,803	439,8
9		12,4	11,7500	13,6875	1,9375	40	17 10	18	21,803	408,2
10		13,8	13,6875	15,9750	2,2875	50	13 59	19	21,803	435,1
11	25. „	12,5	13,9125	15,6875	1,7750	40	15 58	25	21,803	441,2
12		13,0	13,8750	15,6500	1,7750	40	18 50	24	21,803	436,0

No.	Datum	α	θ_0	θ	$\theta-\theta_0$	n	φ	a	P	J
13	25. März	13°,0	13,7875	15,6000	1,8125	40	18° 0'	26	21,803	429,6
14		12,6	13,6500	15,5125	1,8625	40	18 6	25	21,803	417,1
15	26. "	12,1	11,9750	13,7875	1,8125	40	20 42	11	21,803	425,6
16		12,4	12,7000	14,5250	1,8250	40	21 18	18	21,803	419,6
17		12,9	13,0875	14,8875	1,8000	40	19 0	17	21,803	432,1
18		13,0	13,4125	15,2500	1,8375	40	19 0	18	21,803	425,0
19		13,1	13,7500	15,5750	1,8250	40	18 33	18	21,808	428,1
20		13,9	13,9125	15,7750	1,8625	40	18 18	17	21,803	419,9
21	28. "	13,1	12,9625	14,7750	1,8125	40	21 21	17	21,803	423,8
22		13,1	13,6125	15,4375	1,8250	40	17 47	17	21,803	428,1
23	29. "	12,4	12,4375	14,6875	2,2500	50	20 18	25	21,803	427,2
24		12,0	11,7375	13,7875	2,0500	40	21 15	4	24,803	427,4

No.	Datum	α	θ_0	θ	$\theta-\theta_0$	n	φ	a	P	J
25	31. März	13,9	14,2500	16,5000	2,5000	50	18° 5′	26	21,803	432,2
26		13,5	13,9250	16,2250	2,3000	50	13 39	31	21,803	432,0
27		13,3	14,2000	16,5375	2,3375	50	9 8	30	21,803	430,6
28	14. April	17,5	17,3375	19,9125	2,5750	50	13 47	37	23,803	422,9
29		17,6	18,0375	20,5625	2,5250	50	13 0	37	23,803	431,2
30		17,4	17,7500	20,2500	2,5000	50	13 30	40	23,803	434,8
31		17,1	17,8500	20,4375	2,5875	50	5 56	40	23,803	428,8
32		16,8	17,8125	20,1500	2,3375	50	9 38	39	21,803	429,7
33		16,4	17,6250	20,0635	2,4375	50	18 21	31	22,803	414,7
34	15. „	16,0	16,1375	18,5375	2,4000	50	22 51	26	23,803	429,8
35		15,0	16,1500	18,5000	2,3500	50	15 12	37	22,803	437,4

No.	Datum	α	θ_0	θ	$\theta-\theta_0$	n	φ	a	P	J
36	16. April	15°,4	15,5250	17,9875	2,4625	50	19°50'	35	23,803	427,6
37		15,6	16,1125	18,6000	2,4875	50	18 42	41	23,803	425,3
38	17. „	16,6	16,5625	18,0865	1,5250	30	17 44	26	23,803	423,9
39		17,0	17,3375	18,9250	1,5875	30	16 49	26	23,803	407,9
40	18. „	15,6	15,4750	17,0375	1,5625	30	14 18	13	23,803	421,3
41		16,0	16,1375	17,6875	1,5500	30	13 57	18	23,803	424,3
42		16,0	16,4875	18,0375	1,5500	30	12 55	25	23,803	424,8
43		16,0	16,7000	18,2625	1,5625	30	15 41	13	24,803	433,1
44		16,0	16,6750	18,2750	1,6000	30	14 25	19	24,803	425,6
45		16,3	16,5125	18,0750	1,5625	30	19 48	18	24,803	421,3

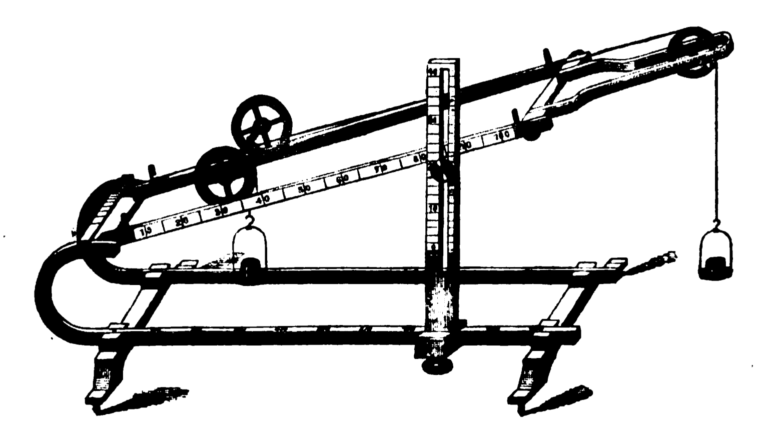
No.	Datum	α	θ_0	θ	$\theta - \theta_0$	n	φ	a	P	J
46	20. April	15,8	15,6875	17,7375	2,0500	40	15° 30′	14	23,803	423,5
47		15,9	16,3375	18,3625	2,0250	40	9 4	16	23,803	437,7
48		17,7	17,7500	19,7875	2,0375	40	13 40	36	23,803	429,2
49		17,7	18,0750	20,1000	2,0250	40	9 17	38	23,803	437,6
50		17,4	18,7500	19,7750	1,0250	20	4 55	21	23,803	433,7
51		17,4	18,7375	19,7500	1,0125	20	1 23	16	23,803	440,5
52	22. „	16,3	16,3500	17,9875	1,6375	30	19 16	19	25,803	424,2
53		16,7	17,2125	18,9000	1,6875	30	16 46	21	25,803	416,2
54		17,9	17,8000	19,4250	1,6250	30	19 8	22	25,803	428,3
55		18,0	18,2875	19,9250	1,6375	30	17 2	25	25,803	428,7
56		18,0	18,7000	20,3625	1,6625	30	18 24	25	25,803	417,6
57		18,0	19,7125	21,3500	1,6375	30	15 10	18	25,803	427,6

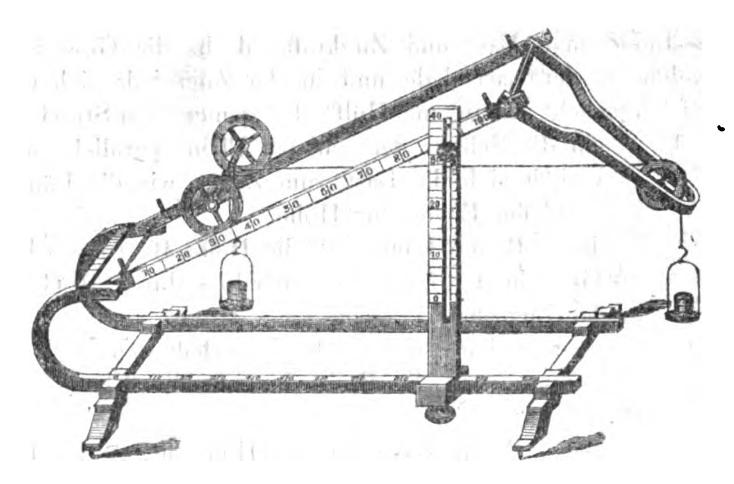
Als arithmetisches Mittel aus allen 57 Werthen des mechanischen Wärmeaequivalentes ergiebt sich die Zahl 426,7 mit dem mittleren Fehler ± 5,9, welcher Werth so wie die ältere Bestimmung 425,2 ± 5,4 mit dem Joule'schen Resultate 424,9 in bester Uebereinstimmung ist. Mit Nichtberücksichtigung der aus den Versuchen 8, 9 11, 39 und 51 gewonnenen Resultate, welche am meisten vom Mittelwerthe differiren, erhält man 426,6 als Mittelzahl von 52 Werthen des mechanischen Wärmeaequivalentes.

XIV. *Modell der schiefen Ebene; vom Mechaniker Ernecke in Berlin.*

Dies Modell ist nach Angabe des Hrn. Schulraths, Prof. Bertram angefertigt.

Die schiefe Ebene ist dargestellt durch zwei parallele Eisenschienen, welche unter beliebigem Winkel gegen die Horizontale gestellt werden können.





Man kann an derselben drei Strecken messen:

1. Die Länge der schiefen Ebene, d. h. die Strecke vom Drehpunkt bis zu der lothrechten Eisenstütze, welche die Ebene in ihrer Länge hält.
2. Die Basis d. h. die waagerechte Strecke vom Drehpunkt bis zur Stütze, dieselbe wird an dem horizontalen Fuſsgestell abgelesen.
3. Die Höhe d. h. das Loth vom Endpunkt der ersten Strecke bis zu einer durch den Drehpunkt gelegten Waagerechten; sie sind an der Stütze abgelesen, deren Nullpunkt in der Höhe des Drehpunktes liegt.

Die Last auf der schiefen Ebene kann auf zweierlei Weise festgehalten werden, entweder durch einen Zug parallel der schiefen Ebene, oder durch einen waagerechten Zug. Der Bügel, welcher die Rolle trägt, ist drehbar, die ziehende Schnur kann also entweder parallel der schiefen Ebene, oder horizontal gelegt werden. Die doppelte Theilung an der geschlitzten Stütze dient dazu, die horizontale Lage der Schnur zu beurtheilen.

Bei jedem Versuche bringt man zunächst den Lastträger, d. h. die zweirädrige Axe mit ihrer Schale, ins Gleichgewicht mit der Schale, welche an der Schnur

hängt. Dies geschieht durch Tara-Gewichte. Sodann bestimmt man Last und Zugkraft, d. h. die Gewichte, welche in der Lastschale und in der Zugschale sich das Gleichgewicht halten, mit Hülfe der gemessenen Strecken.

1. Wenn die Schnur der schiefen Ebene parallel läuft, so verhält sich die Last zum Zuge, wie die Länge der schiefen Ebene zur Höhe.

   Ist z. B. die Länge 80, die Höhe 40, so werden 20 Grm. in der Lastschale gehalten durch 10 Grm. in der Zugschale.

2. Läuft die Schnur waagerecht, so verhält sich die Last zum Zuge, wie die Basis der schiefen Ebene zur Höhe.

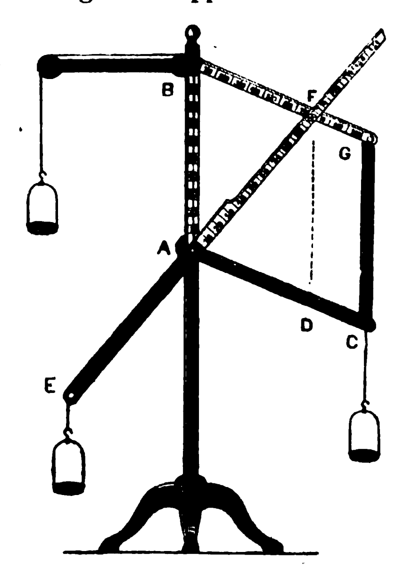
   Ist z. B. die Basis 40, die Höhe 30, so werden 40 Grm. in der Lastschale von 20 Grm. in der Zugschale gehalten.

Um den Unterschied der beiden Fälle deutlich zu machen, sind solche Lagen der schiefen Ebene zweckmäſsig, in denen die drei Strecken durch ganze Zahlen ausgedrückt werden, wie z. B. Höhe 20, Länge 29, Basis 21. Das Gewicht 20 in der Zugschale hält dann bei horizontaler Schnur dem Gewicht 21, bei paralleler dem Gewicht 29 das Gleichgewicht. Bei der Höhe 30 und der Basis 40 ist die Länge 50 und es halten 30 Grm. in der Zugschale 50 Grm. in der Lastschale das Gleichgewicht bei parallelem Zuge, während die Last bei horizontalem Zuge nur 40 Grm. beträgt.

XV. *Apparat zur Erläuterung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte; vom Mechanikus Ernecke.*

Verlängert man die Diagonale eines Parallelogramms über den Punkt, von welchem sie ausgeht, um sich selbst, so bilden die Seiten, die von diesem Punkte ausgehen, und die Verlängerung der Diagonale die Richtungen dreier Kräfte, welche sich das Gleichgewicht halten, wenn ihre Gröſsen den Längen dieser drei Linien proportional sind.

Diesen Satz zeigt der Apparat.



Der Eckpunkt des Parallelogramms ist der (weiſse) Stift *A*, über welchen der Ring geschoben ist, an dem die drei Fäden befestigt sind, die Gröſse der Kräfte ist durch die Balastungen der Schalen bestimmt, die Richtung geht längs den drei Schienen, von denen die eine *AB* fest, senkrecht nach oben gerichtet, die zweite *AC* um den

Stift A drehbar, und die dritte AE, gleichfalls um den Stift drehbar, stets in der verlängerten Diagonale des Parallelogramms $BADF$ läuft. Die gröfste der Kräfte wird stets längs AB angenommen und gleich 100 festgesetzt, die der beiden anderen wird auf den Theilungen der Strecken BG und AF abgelesen.

Stellt man das Parallelogramm z. B. so, dafs die Strecken $AB = 100$, $BF = 70$, $AF = 80$ werden, so wird der Ring dann frei schweben, ohne den Stift zu berühren, wenn die Gewichte in den Schalen 100, 70, 80 Gramm betragen; natürlich mufs man vorher das Gleichgewicht der Schalengewichte durch Tariren herstellen.

Berichtigung.

Zum Aufsatz von H. A. Sadebeck im Bd. 156, S. 554.

Da sich bei dem Citiren der Figuren auf Taf. IV einige Druckfehler eingeschlichen haben, ist eine Erklärung der Figuren geboten.

Fig. 1. Theoretischer Zwilling des Eisens.

Fig. 2ª. Eine Hexaëderfläche des Eisens.

Fig. 2. Zwilling des Weifsbleierzes von Diepenlienchen nach dem Gesetz „Zwillingsaxe der Normale einer Fläche $(a : \frac{1}{3} b : \infty c)$" (nicht $(a : 3b : \infty c)$, wie es im Text steht).

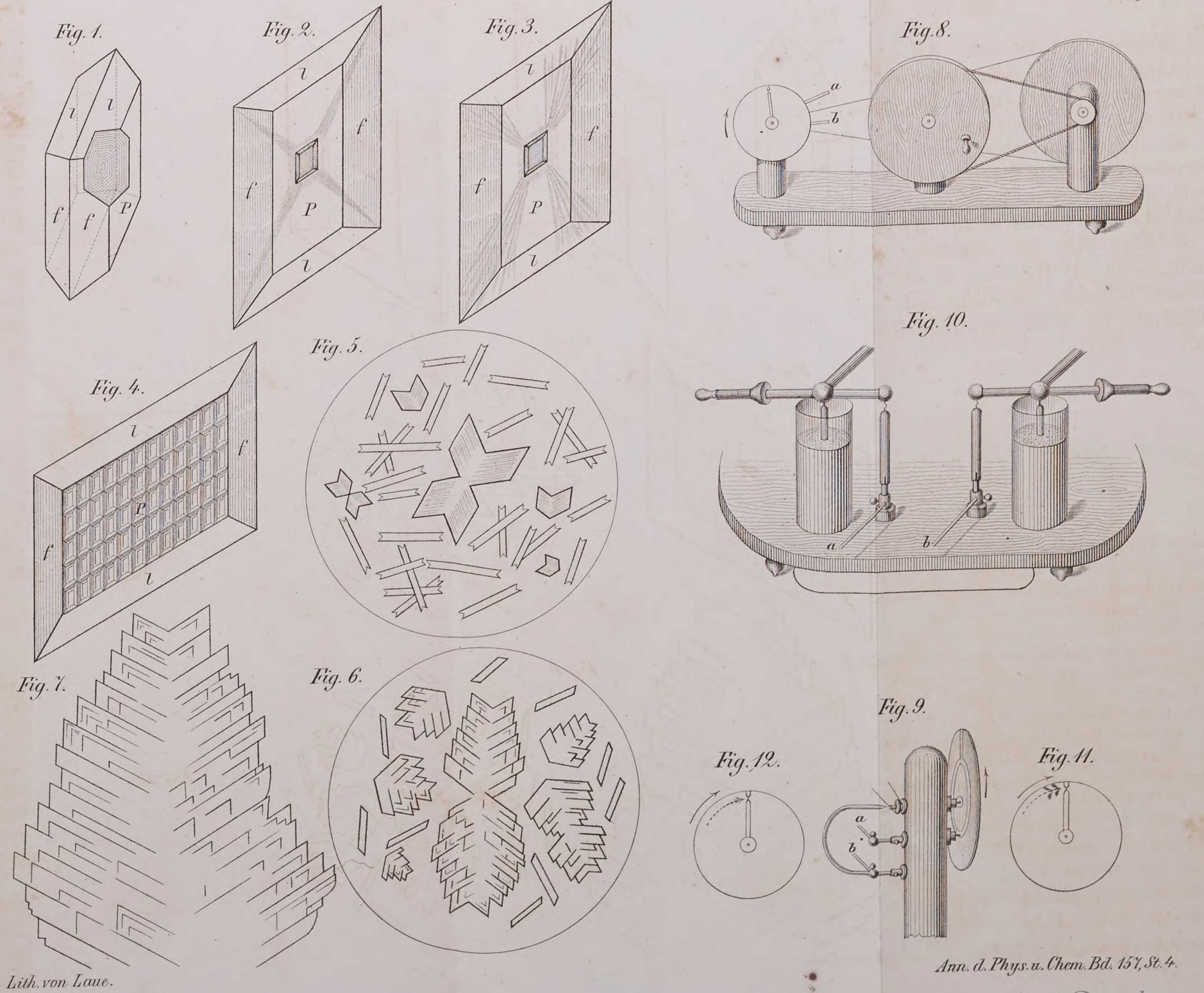
Fig. 2ª. Horizontalprojection zu Fig. 2.

Fig. 3. Einfacher Oligoklaskrystall, Copie nach G. vom Rath.

Fig. 4. Oligoklaszwilling von Bodenmais, statt l und $\underline{l}$ ist zu lesen y und $\underline{y}$, statt x und $\underline{x}$ auf den unteren hinteren Flächen P und $\underline{P}$.

Fig. 5. Centrirapparat an einem Repetitionsgoniometer.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47



Lith. von Laue.

